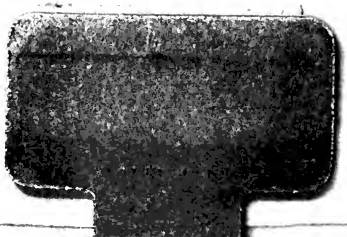
LXI
B
48



LX1.B-W1

SUITE DES

MEMOIRES

DE

MATHEMATIQUE

ET

DE PHYSIQUE,

Tirés des Regiſtres

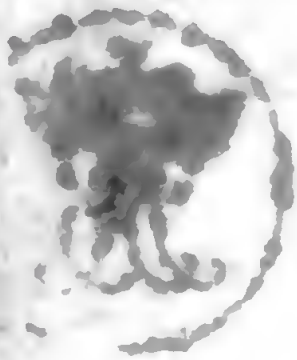
DE L'ACADEMIE ROYALE

DES SCIENCES,

DE L'ANNÉE M. DCCXXXII.

A AMSTERDAM,
Chez PIERRE MORTIER.
M. DCCXXXVI.
Avec Privilege de N. S. les Etats de Hollande & de West-Frise.

Ce Titre doit être placé devant la page 285.



SUITE DES MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES, DE L'ANNÉE M. DCCXXXII.

DISSERTATION SUR L'AMPUTATION,

Où l'on déduit les differens moyens dont on s'eſt ſervi pour faire cette opération, & pour arrêter le ſang des Arteres, depuis Hippocrate juſqu'à la fin du Siecle dernier.

Par M. PETIT le Médecin. *

JE ne parlerai dans cette Diſſertation que des principaux Auteurs qui ont décrit l'opération de l'Amputation. Il ſeroit ennuyeux & même inutile de les parcourir tous. Mon deſſein eſt d'expoſer en raccourci tout ce qu'on a inventé depuis Hippocrate, pour rendre cette opération plus utile, plus ſure & plus parfaite.

Celſe, qui vivoit plus d'un ſiecle avant Galien, eſt le premier Auteur dans lequel on trou-

* 21 Juin 1732.

trouve la deſcription de cette opération; il ne la donne pas comme nouvelle, & quoique ſa Chirurgie ſoit, dit-on, tirée d'Hippocrate & d'Aſclépiade, il ne cite ni l'un ni l'autre par rapport à cette opération.

Hippocrate traite de la Gangrene & du Sphacele, il dit * qu'il faut amputer ce qui eſt pourri, mais il ne décrit point l'amputation du membre. Aſclépiade vivoit un ſiecle avant Jeſus-Chriſt †, nous n'avons rien de lui ſur cette matiere, on ne ſait s'il a fait cette opération. On en doit dire autant d'Erophile & d'Eraſiſtrate, qui faiſoient les opérations de Chirurgie, comme je l'ai dit ailleurs ‡. Nous ne trouvons donc aucune deſcription de cette opération avant Celſe. Il ne faut point douter qu'elle n'ait été faite avant lui, & même qu'elle n'ait été décrite par quelques Auteurs dont les Ouvrages ont été perdus. Selon toute apparence, on n'a fait cette opération dans ces tems-là, & même depuis, juſqu'au 15me ſiecle, qu'à l'occaſion du Sphacele ſurvenu à un bras ou à une jambe. Il paroit qu'on la devoit faire très rarement, parce que les malades étoient toujours en danger de mourir, &, ſelon Celſe ‡, mou-

* *De articul.* 4. *obſerv.* 17. *de morb. vulg. lib.* 2. *ſect.* 7. *Epidem. lib.* 7.

† Daniel le Clerc, dans ſon Hiſtoire de la Médecine, édit. 1723. p 392. dit, que ce Médecin étoit dans une grande réputation à Rome pendant la vie de Mithridate, c'eſt-à-dire, vers le milieu du ſiecle XXXIX.

‡ *Mem Acad an* 1725. *p.* 11.

‡ *Lib* 7. *cap.* 33. Sed id quoque cum ſummo periculo fit, nam ſæpe in ipſo opere, vel profuſione ſanguinis, vel animæ defectione, moriuntur.

mouroient le plus ſouvent par l'hémorragie pendant l'opération. Il ne faut pas s'en étonner, Celſe ne faiſoit point de ligature au-deſſus du lieu qu'il vouloit amputer, pour comprimer les vaiſſeaux, & y ſuſpendre l'hémorragie; du moins il n'en dit rien dans la deſcription de ſon opération. * La voici: *Igitur inter ſanam vitiatamque partem incidenda ſcalpello caro uſque ad os eſt ſic, ut neque contra ipſum articulum id fiat, & potius ex ſana parte aliquid excidatur, quam ex ægra relinquatur. Ubi ad os ventum eſt, reducenda ab eo ſana caro, & circa os ſubjecanda eſt, ut ea quoque parte aliquid oſſis nudetur: dein id ſerrula præcidendum eſt, quam proxime ſanæ carni etiam inhærenti, ac tunc frons oſſis quam ſerrula exaſperavit, lævanda eſt ſupraque inducenda cutis, quæ ſub ejuſmodi curatione laxa eſſe debet, ut quam maxime undique os contegat. Quo cutis inducta non fuerit, id linamentis erit contegendum, & ſuper id ſpongia ex aceto deliganda. Cætera poſtea ſic facienda, ut in vulneribus, in quibus pus non moveri debet, præceptum eſt.*

On ne voit dans cette deſcription aucun moyen de ſuſpendre l'hémorragie, & voilà pourquoi les malades mouroient ſouvent par la perte de leur ſang pendant l'opération. Ce qu'il y a de ſurprenant, c'eſt qu'on ne trouve point ce moyen dans aucun des Auteurs qui ont décrit cette opération juſqu'au 16me ſiecle.

Paul Æginete, Avicenne, Guy de Chauliac, n'en diſent pas un mot. Guy de Chauliac,

* *Lib.* 7. *c.* 33.

liac, qui vivoit vers le milieu du 14me ſiecle, faiſoit deux ligatures, une au-deſſus de l'endroit où il devoit faire l'amputation, & une autre au-deſſous; mais il ne dit point qu'il les faiſoit pour ſuſpendre l'hémorragie, ou même pour ôter le ſentiment à la partie. Il eſt aiſé de comprendre qu'il ne les faiſoit que pour aſſujettir les chairs, & les affermir de maniere que le couteau pût les couper plus uniment & avec plus de facilité, ce que l'on fait encore aujourd'hui. On ne ſait ſi Veſale s'eſt ſervi d'une ligature pour ſuſpendre l'hémorragie, on ne le voit pas bien clairement dans ſa deſcription.

Bartholomæus Maggius *, qui a écrit vers le milieu du 16me ſiecle, & dont les Oeuvres ont été recueillies par Geſner, faiſoit une ligature ſur la partie ſaine au deſſus de la partie corrompue. L'on ſerroit cette ligature très fort, pour ôter en quelque maniere le ſentiment à la partie. Il ne parle point du tout des moyens de ſuſpendre l'hémorragie pendant l'opération. Il dit que Celſe faiſoit une ligature au-deſſus de la partie corrompue; mais Celſe n'a point décrit ſon opération de la maniere dont Maggius la rapporte. J'ai fait voir ci-deſſus qu'il ne dit rien de cette ligature. Botal †, Médecin de Charles IX, dit qu'on faiſoit trois ligatures de ſon tems, une ſans doute pour ôter le ſentiment (il ne le dit pas poſitivement),

* *De vulner. ſclop. cur. de memb. ſphacelo affecti & corrupti exciſione.*

† *Leonardi Botalli opera, de vulner. ſclopet. c. 23. p. 789. edit. 1660. de Van Horne.*

ment), & les deux autres au-deſſus & au-deſſous de l'endroit où l'on devoit couper le membre, ſans rien dire des moyens de ſuſpendre l'hémorragie.

Paré, Chirurgien de Charles IX, dit * que lorſque l'on veut amputer un membre, il faut tirer la peau & les muſcles vers la partie ſaine, & faire une ligature extrême au-deſſus de l'endroit où l'on voudra couper, avec un fort lien délié & de figure plate. Elle ſert, dit-il, 1°. à tenir le cuir & les muſcles relevés en-haut avec l'aide des ſerviteurs. 2°. Elle prohibe l'hémorragie. 3°. Elle ôte le ſentiment à la partie. Voilà le premier Auteur que j'ai trouvé qui parle bien clairement de la maniere de ſuſpendre l'hémorragie pendant l'opération.

Pigray, Fabrice d'Aquapendente, Fabrice Hildan, & tous les Chirurgiens qui ſont venus après lui, l'ont miſe en uſage. Il eſt vrai que cette ligature ne ſuſpendoit pas toujours & totalement l'hémorragie, car les vaiſſeaux laiſſoient échapper plus ou moins de ſang malgré cette ligature: cet inconvénient mettoit quelquefois le malade en danger de perdre la vie. Le Sr. Morel, Franc-Comtois, Chirurgien d'Armée, & fort ingénieux, a trouvé le moyen d'arrêter le ſang avec plus de ſureté; il a inventé le Tourniquet en 1674, de la maniere dont on s'en ſert aujourd'hui †. Avec cet inſtrument on eſt le

* *Oeuvres de Chirurgie, liv.* 12. *des combuſtions & gangrenes, edit.* 1664.

† *Voyez l'Art de ſaigner du Sr. Meuriſſe, edit.* 1728. *p.* 302.

le maitre d'arrêter totalement le ſang, & d'en laiſſer couler ſi peu & autant que l'on veut, en le ſerrant plus ou moins. Il ôte le ſentiment à la partie, enſorte que les malades ne ſentent point une douleur ſi vive, lorſque l'on coupe les chairs, & que l'on fait la ligature des vaiſſeaux, ce qui fait qu'ils ſupportent avec plus de patience cette cruelle opération; avantage qui ne ſe trouve qu'imparfaitement dans la ligature de Paré.

Un des défauts de ce Tourniquet eſt, dit-on, de pincer la peau, & de cauſer des douleurs très vives; ce qui eſt vrai, lorſque le Chirurgien n'a pas l'adreſſe de l'accommoder comme il faut; mais avec un peu de ſoin & d'attention, & à l'aide d'un carton que l'on met à l'endroit du bâton ou garot, on évite cet accident.

Un autre défaut que l'on donne à ce Tourniquet, eſt que ſi l'on appréhende l'hémorragie après l'opération, on ne peut le laiſſer ſur la partie, parce qu'il ſupprime totalement la circulation du ſang au-deſſous de l'endroit où il eſt appliqué. Cette partie courroit riſque de tomber en mortification, ce qui a engagé quelques Chirurgiens habiles à imaginer de nouvelles Machines dont je parlerai dans un Mémoire, où j'expoſerai celles qui ont été inventées depuis le dernier ſiecle pour ſuſpendre & arrêter l'hémorragie des Arteres. En attendant, je dirai que le S. Morel n'a prétendu ſe ſervir de ſon Tourniquet que pour ſuſpendre ſurement l'hémorragie dans le tems de l'opération, & juſqu'à ce qu'on s'en ſoit rendu maitre par

la

la ligature des vaiſſeaux, ce que l'on n'avoit encore pu faire; d'ailleurs c'eſt un cas très rare de voir renouveller l'hémorragie, lorsque la ligature eſt faite de la maniere dont nous le dirons dans la ſuite de ce Mémoire, après que nous aurons vu de quelle maniere on coupoit les chairs.

Hippocrate ni Galien, comme je l'ai dit, n'ont donné aucune deſcription de l'amputation; il ne faut donc pas chercher chez eux de quelle maniere on coupoit les chairs, ni comment on arrêtoit le ſang des vaiſſeaux: ils ont rapporté en général les moyens d'arrêter les hémorragies, mais ils n'ont rien dit en particulier des moyens d'arrêter le ſang dans l'amputation.

J'ai été ſurpris de ne point trouver dans Galien l'opération de l'amputation, lui qui décrit volontiers les opérations de Chirurgie. Il a parlé de la Gangrene & du Sphacele *; il dit, après Hippocrate, qu'il faut amputer la chair pourrie & gâtée, mais il n'en dit pas davantage. Cette opération devoit pourtant ſe pratiquer de ſon tems à Rome, puiſque Celſe qui étoit Romain, & qui vivoit cent ans ou environ avant Galien, l'a décrite, & qu'il l'a faite ou vu faire. Galien ne cite aucun Médecin ni Chirurgien qui ait fait cette opération; il auroit dû au moins citer Celſe, qui doit avoir été en grande réputation pour la Chirurgie: je n'ai trouvé même le nom de Celſe en aucun endroit des Ouvrages de Galien.

Nous

* *Lib. 2. ad Glauc. cap. 9. In lib. Hippocr. de fract. comment. 11. De method. medend. lib. 2. cap. 9.*

Nous avons rapporté au commencement de cette Dissertation, la description que Celse a faite de cette opération; nous avons vu qu'il coupe les chairs jusqu'à l'os, & plutôt dans le vif que dans le mort. Il scie l'os, & ramène la peau par dessus l'os, & sans doute par dessus l'embouchure des vaisseaux, quoiqu'il ne le dise pas. Mais comment cette peau pouvoit-elle recouvrir l'os & les vaisseaux? on ne voit point qu'il prenne la précaution de tirer la peau & les chairs vers le haut de la partie, à moins qu'on ne veuille le sousentendre. Il ne paroit pas d'ailleurs qu'il ait formé un lambeau de peau, comme quelques Chirurgiens ont fait à la fin du dernier siecle; la chose est trop singuliere, il n'auroit pas manqué de le dire. Il coupoit très près des chairs sphacelées, *inter sanam vitiatamque partem*, ce qui ne pouvoit pas lui procurer la facilité de laisser un lambeau; il ne passoit point un fil en croix dans les chairs & dans la peau, comme on a fait depuis, pour assujettir cette peau sur l'endroit amputé: cependant il est clair, par sa description, qu'il vouloit que la peau couvrît l'os, & qu'elle se réunît à l'os & aux chairs; & afin que cela se fît avec plus de facilité, il laissoit la peau lâche, mais il ne le pouvoit, s'il ne faisoit tirer & relever cette peau vers la partie supérieure; c'est ce qu'il ne dit point, il dit simplement, *supraque inducenda cutis, quæ sub ejusmodi curatione laxa esse debet.* Il nettoyoit la partie antérieure de l'os de toutes les aspérités que les dents de la scie peuvent y avoir produites, & qui doivent s'ex-

s'exfolier. Enfin il n'appliquoit aucun aſtringent ſur les vaiſſeaux. Il n'appliquoit point le feu, ni ne faiſoit point la ligature des vaiſſeaux. Cela auroit été contre ſon intention, qui étoit vraiſemblablement de boucher l'orifice des vaiſſeaux avec la peau & les chairs qu'elle amenoit avec elle, pour prévenir par ce moyen l'hémorragie, & réunir le tout enſemble. Il ſe contentoit de mettre du linge ſur les endroits que la peau ne pouvoit recouvrir, il appliquoit ſur le tout une éponge imbibée de vinaigre, & par cet appareil il évitoit la ſuppuration, & conſolidoit la playe très promptement. Voilà préciſément l'intention des Srs. Verduin * & Sabourin †, l'un Hollandois & l'autre Genevois, qui ſe ſont propoſé tous deux en même tems, ſur la fin du ſiecle dernier, de laiſſer dans cette opération une partie de peau & de chair en lambeau pour recouvrir plus facilement les os & l'embouchure des vaiſſeaux, ce qu'ils ont appellé l'*opération de l'amputation à lambeau*; ils évitoient la ſuppuration, & abrégeoient ainſi la guériſon de la playe.

Il ſeroit à ſouhaiter que Celſe ſe fût expliqué plus clairement ſur les moyens dont il ſe ſervoit pour tenir la peau lâche : nous voyons aujourd'hui que quelque effort que l'on faſſe pour tirer & relever la peau & les chairs en-haut avant que de les couper, on ne

* *Mangeti Bibliot. anatom. chirurg. tom.* 1. *lib.* 7. *p.* 255. *& ſeqq.*

† *Hiſt. de l'Acad. des Sciences*, 1702. *p.* 43.

ne peut ramener la peau sur l'os après l'amputation, du moins on ne peut l'y contenir avec facilité; ce qui a engagé plusieurs Chirurgiens célèbres à retenir sur la playe la peau & les chairs par le moyen d'un fil qu'ils y passoient en croix, & c'est ce que nous verrons en parlant des Chirurgiens qui ont décrit cette opération à la fin du 16me & dans le 17me siecle.

On voit, par tout ce que je viens de dire, bien des obscurités dans la description de l'opération de Celse.

Paul Æginete *, qui, selon Freind, vivoit dans le 7me siecle, est le premier que j'ai trouvé qui, après Celse, a décrit cette opération. Il ne manque pas d'obscurité, non plus que Celse; on ne peut découvrir facilement s'il coupoit dans la partie saine, ou dans ce qui étoit sphacelé. Il rapporte la maniere dont Leonides faisoit cette opération. Il dit qu'avant que de scier l'os, on doit mettre un linge ou bande large sur la partie coupée pour empêcher que la scie ne la touche, & ne cause de la douleur: ce qui marque en quelque maniere qu'il coupoit dans le vif; & pour arrêter l'hémorragie, il bruloit l'orifice des vaisseaux avec le cautere actuel.

Avicenne, qui vivoit dans le 12me siecle, veut † que l'on coupe dans le sphacelé pour éviter l'hémorragie, & que l'on applique les fers

* *Lib. 6. cap. 84. p. 243. de extremarum partium præsectione.*

† *Tom. 2. lib. 4. fen. 3. tract. 1. p. 114. 115.*

fers chauds sur la partie gâtée que l'on a laissée sur la partie saine.

Guy de Chauliac * coupoit la chair entre deux ligatures, & à l'exemple de Paul, il appliquoit un linge ou bande large sur la partie coupée, pour la garantir de la scie; il scioit l'os, & cautérisoit la chair saine avec des fers brulans, ou avec l'huile bouillante.

Vésale † qui a écrit dans le 16me siecle, a donné une description de cette opération un peu embrouillée. Il parle de ligature, mais on ne peut découvrir ni comment ni pourquoi il s'en sert. On voit qu'il coupe les chairs avec un couteau chauffé, mais il faut deviner si c'est dans le vif, plutôt que dans le mort; ensuite il applique des fers chauds sur les grands vaisseaux, & sur la chair qu'il brule jusqu'à ce que le malade sente de la douleur, ce qui fait soupçonner qu'il coupe dans le mort, & que les vaisseaux ne fournissent plus de sang; puis il cautérise la partie antérieure de l'os pour la faire exfolier plus promptement.

Bartholomæus Maggius ‡, contemporain de Vésale, coupoit la partie corrompue, & la séparoit de la partie saine; & après avoir scié l'os, il appliquoit des fers chauds sur les vaisseaux & les chairs à demi corrompues, ou bien il trempoit le membre dans l'huile bouillante seule, ou mêlée avec du souphre, jusqu'à la

* *Magna Chirug. à Laurentio Joubertο. Lugd.* 1585. *in* 4 *tract.* 6. *doctrina* 1. *cap.* 8. *de memb. superf. &c.*

† *Chirurg. magn lib.* 5. *cap.* 12. *de Gangræna.*

‡ *De vulnerib. sclopet. curat. in Chirurg. de Chirurg. scripr. Tiguri, Gesneri,* 1555.

la partie ſaine. Voilà, à peu de choſe près, la méthode de Gui de Chauliac.

Botal * rapporte l'opération, de la même maniere que Maggius; il ne fait pourtant point mention d'huile bouillante: mais Botal trouvoit que l'on employoit trop de tems, en faiſant l'opération de cette maniere; outre cela, on faiſoit, ſelon lui, trop de douleur en ſciant l'os, dont on ne pouvoit ôter toutes les chairs qui y étoient attachées, que l'on déchiroit avec la ſcie, & principalement lorſqu'il y avoit deux os à ſcier. Il a imaginé un autre moyen de couper le membre tout d'un coup, & qu'il dit être plus ſûr, plus facile, & plus prompt. Il ſe ſervoit pour cela de deux couteaux fort larges, en forme de couperet, comme ceux des bouchers, dont l'un étoit aſſujetti & engagé ſur une piece de bois ou billot, placé entre deux colomnes de bois; l'autre étoit aſſujetti à la partie inférieure d'une autre piece de bois qui couloit entre les deux colomnes; elle pouvoit monter & deſcendre, au moyen de deux rainures pratiquées dans les deux colomnes de bois, comme dans la machine qui ſert à enfoncer des pieux. Il plaçoit le membre entre ces deux colomnes au-deſſus du couperet inférieur, & laiſſant tomber la piece de bois, chargée de plomb pour la rendre plus peſante, le membre étoit coupé dans l'inſtant, par la rencontre des deux couteaux, le malade ne ſentoit qu'une douleur très légere,

* *Leon. Botalli opera de vulner. ſclopet. cap. 23. edit. de Van Horne, p. 789.*

gere, l'on cautériſoit auſſi-tôt les vaiſſeaux, & il ne ſe perdoit que très peu de ſang.

On a reproché à cette méthode, la contuſion qui arrivoit aux chairs, & principalement la fracture des os qui ſe briſoient en pluſieurs pieces, ce qui rendoit dans la ſuite la guériſon difficile. C'eſt, je crois, cette derniere raiſon qui eſt la principale cauſe que cette opération n'a point été ſuivie. Botal cite, page 791, un certain Maitre Jaques, Chirurgien, *Magiſter Jacobus cognomine Regius*, qui réuſſiſſoit dans cette opération. Hildan s'eſt élevé contre cette méthode.

Paré, contemporain de Botal, coupoit les chairs dans le vif, avec un couteau courbe; il ſe ſervoit d'une bande large, coupée en deux, comme Paul Æginete, & Guy de Chauliac, pour relever les chairs, les couvrir & les garantir de la ſcie. Il coupoit avec un biſtouri un peu courbe, les chairs qui ſe trouvoient entre les deux os, lorſque l'amputation ſe faiſoit à la jambe; il ſcioit les os, puis il prenoit les vaiſſeaux avec un bec de corbin, il les tiroit, & les lioit d'un double fil avec de la chair, ſi elle s'y rencontroit; enſuite il défaiſoit le lien qui ſerroit le membre au-deſſus de l'amputation, il faiſoit quatre points d'aiguille en croix, aux levres de la playe, & ramenoit ſur les os, les muſcles coupés avec la peau, mais ſeulement autant qu'elles ſe trouvoient à pareille longueur qu'elles étoient avant l'amputation, & il ne ſerroit point trop le fil. Si la ligature de quelque vaiſſeau ſe délioit, Paré ne ſe mettoit pas en peine de chercher ce

vaiſſeau avec le bec de corbin, on ne le trouveroit pas; mais ſans relier le membre avec une ligature, il le faiſoit empoigner par un homme robuſte qui preſſoit fortement l'endroit de la route des vaiſſeaux. Pour-lors Paré prenoit une aiguille quarrée & bien tranchante, longue de 4 pouces, enfilée d'un bon fil en trois ou quatre doubles, il paſſoit l'aiguille dans les chairs, à un demi-doigt de l'orifice du vaiſſeau & par-deſſus, puis il la repaſſoit de même par deſſous, en faiſant le tour du vaiſſeau, & la faiſoit ſortir à un doigt de ſon entrée; il mettoit entre les deux bouts du fil, une petite compreſſe ſur laquelle il faiſoit la ligature, puis il mettoit les aſtringens ſur la playe & levoit l'appareil le 4me jour.

Paré fait remarquer que ſi c'eſt une amputation de la jambe, il la fait tenir pliée, puis après la ſection de l'os, il la fait étendre, afin que les vaiſſeaux que l'on veut lier ſe manifeſtent mieux. Il dit qu'il eſt le premier qui a trouvé ce moyen. Je ne me ſuis point apperçu qu'il ait produit l'effet qu'il lui attribue, car comme les vaiſſeaux ſont attachés aux chairs qui les environnent, ils les ſuivent par leur reſſort, lorſqu'elles ſe retirent. Paré a fait d'autres découvertes plus importantes, il eſt le premier qui a fait la ligature des vaiſſeaux dans l'amputation. Gourmelen s'eſt gendarmé en vain contre cette ligature des vaiſſeaux; malgré tout ce qu'il a pu dire, cette méthode a été trouvée très utile, & a été ſuivie.

J'ai trouvé encore d'autres nouveautés dans Paré; il ne ſe les attribue pas, mais je ne

les

les ai point rencontrées ailleurs. L'une, qu'il eſt le premier où je vois l'uſage du couteau courbe pour couper les chairs; il ne paroit pas que Maggius, qui a écrit peu de tems avant Paré, s'en ſoit ſervi, il ne le dit pas dans ſa deſcription: je ne voudrois pourtant pas aſſurer que l'on ne s'en ſoit ſervi avant Paré, il y a un endroit dans Botal qui le feroit ſoupçonner. Dans la deſcription qu'il donne de la maniere dont on faiſoit l'opération de ſon tems, il ſe ſert ſeulement du mot de *cultro* * à l'ablatif, ſans dire que ce couteau étoit courbe: mais ſon Commentateur Van Horne dit, *cultrum intelligit inſtar corniculatæ lunæ falcatum.* Botal ſe ſert du mot de *novacula.* Mais Hildan, qui s'eſt ſervi du couteau courbe, employe auſſi le mot de *novacula.*

L'autre nouveauté que j'ai vue dans la deſcription de Paré, eſt qu'il coupe les chairs entre les deux os de la jambe; il ſe ſervoit pour cela d'un biſtouri un peu courbe. Il n'eſt pas ſûr que Paré ſoit l'Auteur de ces deux dernieres nouveautés, il n'auroit pas manqué de s'en faire honneur, comme il a fait des précédentes, puiſqu'elles ſont d'une grande utilité: car l'on s'en eſt toujours ſervi depuis ce tems-là.

Il y en a encore une autre que je ne trouve point avant lui, & qu'il ne s'attribue pas plus que les deux dernieres: c'eſt qu'après avoir

* *De vuln. ſclop. c.* 22. *p.* 788. il dit: *Duplici modo chirurgica ars, dum fas eſt, amputare ſolet, nempe ferra & cultro.*

avoir lié les vaiſſeaux, il ramenoit la peau & les chairs ſur les os, & les y contenoit en faiſant quatre points d'aiguille en croix, aux levres de la playe. Sans doute que cette méthode ſe pratiquoit de ſon tems, mais elle étoit inutile, & même impoſſible en quelques occaſions. Elle n'étoit d'aucun uſage, 1°. lorſqu'on coupoit les chairs dans la partie morte, parce que les chairs & la peau ſphacelée ne pouvoient ſoutenir les points d'aiguille, elles ſe ſeroient facilement déchirées. 2°. Ceux qui coupoient dans le vif, & qui appliquoient les fers chauds ſur toute la ſurface de l'amputation, ne pouvoient auſſi s'en ſervir, à cauſe de la croute qui s'y formoit, & parce que ces chairs étant à moitié cuites devoient ſe déchirer facilement. Ceux mêmes qui ne ſe ſont point du tout ſervis de feu, ont été obligés de l'abandonner, à cauſe que lorſque les fils ſerroient un peu fort, elle cauſoit beaucoup de douleur, & produiſoit de l'inflammation à la partie, ce qui obligeoit de couper les fils au plus vîte. Elle devenoit inutile, ſi on ne ſerroit un peu les fils. Le bandage ſeul ſatisfait à l'intention que l'on ſe propoſe dans cette méthode.

Daniel Sennerte décrit l'amputation de la même maniere que Paré.

Pigray ne differe de Paré, qu'en ce qu'il dit que lorſqu'il ne peut prendre aiſément les vaiſſeaux avec le bec de corbin, il les cautériſe avec le cautere actuel.

Guillemeau eſt de même ſentiment; outre cela il fait la ligature des vaiſſeaux d'une maniere particuliere (p. 508), il perce la peau au-

au-deſſus de l'amputation avec une aiguille enfilée d'un bon fil qu'il conduit au-deſſus, & au-delà du vaiſſeau; puis il perce la chair au-deſſous du vaiſſeau, avec la même aiguille qu'il fait ſortir ſur la peau à un doigt du premier point; il embraſſe de cette maniere le vaiſſeau & les chairs, qu'il ſerre, en liant les deux extrémités du fil ſur une petite compreſſe qu'il y met, pour empêcher le fil de couper la peau. Cette méthode ne paroit avoir été ſuivie que de Dionis, encore y a-t-il fait un changement, comme je le dirai en ſon lieu.

Fabrice d'Aquapendente qui a écrit au commencement du 17me ſiecle*, coupoit les chairs dans le ſphacelé, dont il laiſſoit l'épaiſſeur d'un doigt, comme Avicenne & Véſale, & par-là, dit-il, il évitoit l'hémorragie & la douleur; puis il appliquoit le feu ſur la partie, juſqu'à ce que le malade ſentît la chaleur, & qu'il ſe fût formé une croute ſur l'embouchure des vaiſſeaux.

Cette pratique a été enfin rejettée, parce qu'elle eſt ſujette à pluſieurs inconvéniens. Le premier eſt que, quelque précaution que l'on prenne pour bruler tout le mort que l'on laiſſe ſur le vif, on doit craindre qu'il n'en reſte aſſez pour produire la corruption dans la partie ſaine. Le ſecond inconvénient eſt que la partie ſphacelée & cautériſée, étant ſéparée du vif par la ſuppuration, il reſte un bout d'os allongé, qui retarde beaucoup la guériſon de la playe, qui ne peut ſe conſolider facilement.

* *De Chirurg. operat. cap. 96. p. 123. edit. 1619.*

Marcus Aurelius Severinus * décrit l'opération comme Paré, il en differe pourtant en ce qu'il ne fait point la ligature des vaiſſeaux. Il ſe contente de ramener la peau par deſſus la playe. Il recouvre les vaiſſeaux, il y aſſujettit cette peau avec du fil paſſé en croix, enfilé dans deux aiguilles. Nous avons fait voir ci-deſſus les inconvéniens de cette méthode.

Guillaume Fabrice Hildan †, après avoir lié le membre très fortement, pour ſuſpendre la circulation du ſang, aſſujettit la partie ſur un banc avec une bande; il envelope le membre avec une eſpece de manche de cuir, dont l'extrémité peut être ſerrée en forme de bourſe, puis il coupe les chairs dans le vif juſqu'à l'os, avec un raſoir ou autre couteau courbe tranchant des deux côtés. Il dépouille l'os de ſon périoſte, & lorſqu'il y a deux os, il coupe les chairs qui ſe trouvent entre deux avec un biſtouri un peu courbe, après quoi il envelope la chair coupée, en ſerrant les cordons de la manche, & par ſon moyen il retire les chairs en-haut, il découvre l'os, & empêche que le ſang qui ſort des vaiſſeaux ne cache l'endroit où l'on doit appliquer la ſcie avec laquelle il coupe l'os: puis ayant ôté la manche & les liens, il applique le cautere actuel ſur les vaiſſeaux, juſqu'à ce qu'il s'y ſoit formé une croute pour arrêter le ſang.

Ce que Hildan a de ſingulier, c'eſt 1°. qu'il

* *Chirurg. lib. 2. pars prima, cap. 9. pag. 243. edit. 1632.*
† *Chirurg. lib. 7. cap. 23. de ſphacelo.*

qu'il ſe ſert d'un banc pour aſſujettir le membre qu'il veut amputer; mais cela paroit très inutile, & peut même être embarraſſant, ce qui eſt cauſe que l'on ne l'a pas ſuivi en cela. 2°. Il ſe ſert d'une eſpece de manche de cuir qui eſt auſſi plus embarraſſante qu'utile, puiſque l'on ſe ſert avec plus de facilité & de promptitude d'une bande de linge large & fendue en deux par une de ſes extrémités. Hildan s'eſt auſſi quelquefois ſervi du couteau rougi au feu pour couper les chairs. Il ſe ſert du cautere actuel pour arrêter le ſang des vaiſſeaux, principalement lorſque le membre eſt ſphacelé; mais, ſelon lui, on peut ſe ſervir de la ligature, ſi le patient eſt jeune, robuſte & pléthorique, & pour-lors il fait la ligature du vaiſſeau comme a fait Ambroiſe Paré. Il cite mal-à-propos Celſe, Galien & Avicenne ſur la ligature des vaiſſeaux dans l'amputation, puiſqu'ils ne l'ont faite qu'aux vaiſſeaux ouverts par des playes, comme je l'ai dit ci-deſſus.

Hildan ramene la peau & les chairs autant qu'il peut par deſſus les os, ſans les y aſſujettir avec du fil paſſé en croix dans les chairs & dans la peau, & dont il ne veut pas qu'on ſe ſerve, pour les raiſons que nous avons dites ci-deſſus.

Vigier, qui a donné ſes Oeuvres de Chirurgie vers le milieu du ſiecle, faiſoit l'amputation de la même maniere & avec les mêmes précautions que Pigray. Barbette a fait la même choſe, il a écrit un peu plus tard que Vigier. Nuck les a ſuivis de près. Il eſt le premier qui parle du Tourniquet que le Sr.

Morel a inventé pour ſuſpendre l'hémorragie; mais il trouve la ligature des vaiſſeaux ſi douloureuſe, qu'il aime mieux ſe ſervir du cautere actuel. Il ſe trompe, car la ligature du vaiſſeau bien faite, eſt moins douloureuſe & bien plus ſure que le cautere actuel. Nuck dit qu'on peut ſe ſervir d'une eſpece de champignon qu'il appelle *boviſt*, & que nous nommons *veſce de Loup* *; on s'en ſert communément en Allemagne & en Hollande pour arrêter les hémorragies. Charriere †, Jean-Baptiſte Verduc ‡, Dionis, n'ont fait que copier les Auteurs qui les ont précédés dans la deſcription qu'ils ont donnée de l'amputation. Mais Dionis donne deux nouveaux moyens d'arrêter le ſang par la ligature des vaiſſeaux. Dans le premier, il lie le vaiſſeau avec un fil ciré & enfilé dans une aiguille, & ſe ſert du valet à Patin pour prendre le vaiſſeau & le tirer dehors; il entoure le vaiſſeau avec le fil, il paſſe après cela l'aiguille & le fil à travers l'extrémité du vaiſſeau, puis il le lie & le fixe de maniere qu'il ne peut ſe déranger par la pulſation du ſang. Dans le ſecond moyen, il prend deux aiguilles enfilées du même fil ciré, il en paſſe une au-deſſus du vaiſſeau dans les chairs qu'il traverſe avec la peau, & qu'il fait ſortir à deux travers de doigts au-deſſus de l'amputation. Il perce avec l'autre aiguille les chairs & la peau au-deſſous du vaiſſeau, & la fait ſortir à un demi-travers de doigt de l'au-

* *V. les Mem. de l'Acad. de cette année* 1732. *p.* 47.
† *Edit.* 1721. *p.* 322. ‡ *Edit.* 1721. *p.* 351.

l'autre point d'aiguille ; il met entre les deux une petite compreſſe ſur laquelle il noue ces deux fils, & ſerre ainſi le vaiſſeau. Ce ſecond moyen ne differe de celui dont parle Guillemeau, que parce que ce dernier ne ſe ſert que d'une aiguille.

Le valet à Patin eſt une eſpece de pince qui a été inventée vers le milieu du ſiecle paſſé, & dont on ne fait pas aujourd'hui un grand uſage. M. Garangeot, Maitre Chirurgien de Paris, en donne la deſcription * & la figure. Dans le commencement qu'on s'eſt ſervi de cet inſtrument, on y paſſoit un fil en nœud coulant, on tiroit l'artere en dehors avec le valet à Patin, & l'on lioit l'artere à nud ſur laquelle le fil n'étoit pas fixé, de maniere qu'il ne pût couler, ce qui étoit ſujet à deux inconvéniens. 1°. Si on ſerroit le fil un peu fort pour l'empêcher de couler, il coupoit peu à peu l'artere dont le bout lié ſe ſéparoit trop tôt, & l'hémorragie ſe renouvelloit plus dangereuſement qu'auparavant. 2°. Si la ligature que l'on faiſoit étoit un peu lâche, la pulſation continuelle du ſang pouſſoit peu à peu le fil, & le faiſoit couler juſqu'à l'extrémité du vaiſſeau qu'il abandonnoit. Dionis a voulu remédier à ce défaut, en paſſant le fil à travers le vaiſſeau, dans le premier moyen qu'il propoſe, & qui n'a pas été ſuivi parce qu'il eſt trop compoſé. Le ſecond moyen l'eſt encore davantage, il eſt auſſi plus douloureux. Aujourd'hui on lie les arteres à la maniere de Paré, qui eſt la plus ſimple, & ſuivie de tous les bons Praticiens.

* *Traité des inſtrum. de Chirurg. tom. 2, p. 13. & ſuiv.*

ciens. On passe l'aiguille, comme je l'ai déja dit, à travers les chairs qui sont autour de l'artere, & l'on noue les deux bouts du fil sur une petite compresse de linge. Dionis dit aussi qu'on peut arrêter le sang avec un bouton de vitriol, ce qui a été pratiqué & recommandé par plusieurs Praticiens du dernier siecle.

Le vitriol de Cypre, qui est celui dont on se sert pour bruler l'orifice des arteres ouvertes, & qui y fait un bon escarre, n'arrête pas si promptement le sang que le cautere actuel & la ligature: il faut qu'il se liquéfie pour s'insinuer dans les pores des chairs; ainsi ce remede ne peut agir que lentement. Le sang auroit bientôt franchi la barriere qu'on lui oppose, si on ne prenoit de grandes précautions: ceux qui s'en sont servis, ont mis des compresses graduées sur le bouton de vitriol, & d'autres compresses longues sur le passage des vaisseaux, de maniere qu'au moyen d'un bandage un peu serré, les chairs pouvoient être comprimées sur les vaisseaux.

On ne manquoit pas de mettre un garçon qui tenoit incessamment la main sur le moignon. On prenoit, à la vérité, les mêmes précautions dans les autres appareils de l'amputation, mais sur-tout dans celui-ci on y avoit une attention très exacte.

Au surplus on évitoit de se servir de forts supuratifs, pour ne point donner occasion à l'escarre de se séparer trop promptement, & de tomber avant que l'extrémité du vaisseau fût entierement resserrée & tout-à-fait bouchée.

Il ne sera pas hors de propos d'expliquer ici

ici l'action des Eſcarrotiques. Je vais donner mes conjectures ſur cette matiere, qui eſt remplie de difficultés comme beaucoup d'autres. Il me paroit qu'il eſt toujours bon de les hazarder, cela engagera ſans doute quelques Phyſiciens à les examiner avec attention, & peut-être à en propoſer de plus vraiſemblables, que l'on recevra avec plaiſir.

On fait en général deux ſortes de cauſtiques ou cauteres, l'un eſt appellé *cautere actuel*, & l'autre *cautere potentiel*. Le cautere actuel eſt le feu, & tous les corps brulans, comme le fer, l'eau & les huiles très chaudes, &c. Lorſqu'on les applique ſur une partie, leur chaleur pénetre les chairs où il ſe trouve de l'air enfermé dans les liqueurs qui y circulent, cet air eſt raréfié & dilaté extraordinairement par la grande chaleur. Cette violente dilatation ſépare & deſunit toutes les parties entre leſquelles l'air ſe trouve logé, & en détruit ainſi la ſtructure. L'air dilaté s'échappe facilement des pores & des interſtices des chairs qu'il a détruites, il enleve en même tems toutes les parties aqueuſes qui s'y trouvent, ce qui eſt cauſe que l'endroit brulé ſe ſeche, & qu'il s'y forme une croute.

Le plomb fondu, le ſouphre fondu & les huiles très chaudes, dont quelques Praticiens ſe ſont ſervis, agiſſent de la même maniere.

Je fais de trois ſortes de Cauteres potentiels, par rapport aux parties ſur leſquelles ils agiſſent. Les premiers n'ont d'action que ſur les chairs découvertes de la peau; les ſeconds agiſſent ſur la peau & les chairs, & les

les troiſiemes n'attaquent ſeulement que la peau.

Les cauteres de la premiere ſorte ſont le vitriol de Cypre, l'arſenic, le ſublimé corroſif, &c. Ils ne font eſcarre que dans les chairs, & n'en font point lorſqu'ils ſont appliqués ſur la peau. On ne ſe ſert pour l'ordinaire que du vitriol de Cypre pour cautériſer les vaiſſeaux, parce que l'arſenic & le ſublimé corroſif agiſſent trop lentement, quoique d'ailleurs ils faſſent un bon eſcarre. Ces ſels abſorbent l'humidité qui les diſſout, au moyen de laquelle ils s'introduiſent dans les pores des parties intégrantes & inſenſibles qui compoſent les chairs, de la maniere dont je l'ai expliqué dans mon dernier Mémoire *. Le ſang, qui circule dans ces parties, y fournit inceſſamment de nouvelle humidité, qui vraiſemblablement s'unit aux particules des ſels à meſure qu'elles y arrivent, ce qui donne occaſion aux particules ſalines de pénétrer de plus en plus dans les chairs, où elles trouvent toujours de nouvelle humidité qui s'accumule autour des ſels; les pores qui les contiennent ſont obligés de s'aggrandir, les particules ſolides qui en forment les parois ſont forcées de s'écarter & de ſe deſunir, & par ce moyen toute la tiſſure des fibres qui compoſent les vaiſſeaux & les chairs eſt bouleverſée, & forme une ſubſtance qui n'eſt plus chair, & ne peut plus recevoir aucune nourriture.

Les cauteres potentiels de la ſeconde ſorte

* *En cette année 1732. p. 63.*

te ſont de pluſieurs eſpeces. Il y en a de liquides, il y en a de ſolides. Les liquides cautériſent la peau & les chairs dans l'inſtant qu'on les y met ; tels ſont l'huile de vitriol, l'eſprit de nitre, l'eau régale ; leur action eſt fort vive. L'eſprit de ſel & l'eſprit de vitriol ne cautériſent que légerement ; on n'employe pas ordinairement ces eſprits ſeuls pour cautériſer, mais ſeulement lorſqu'ils ſont joints à quelques parties métalliques ou ſalines ; on employe plus ſouvent le beurre d'antimoine, le beurre d'arſenic, l'huile ou la liqueur du mercure qui provient des lotions du turbit minéral.

Les cauſtiques ſolides ſont ou métalliques ou ſalins. Les métalliques ſont la pierre infernale faite avec l'argent ou le cuivre diſſous dans l'eſprit de nitre ou l'eau-forte, &c.

Les cauſtiques ſalins ſont ceux que l'on employe ordinairement, & que l'on appelle proprement *cauteres*. Ils ſont faits avec la chaux & la cendre gravelée, &c. on en fait avec la leſſive de ſavonnerie, compoſée de ſoude, de chaux vive, de couperoſe, &c. mais ces cauteres ne ſont pas ſi bons que les précédens.

Ces cauſtiques brulent & cautériſent la peau & les chairs, & produiſent un eſcarre ſans cauſer de grandes douleurs.

Pour expliquer l'action de ces cauſtiques, il faut obſerver qu'en général toutes les matieres qui ont ſouffert un grand feu ſont cauſtiques. Les unes perdent cette cauſticité en ſe refroidiſſant, comme ſont tous les cauteres actuels. Les autres conſervent leur cauſ-

ticité

ticité en ſe refroidiſſant, comme il arrive aux cauteres potentiels; la matiere éthérée, qui s'y eſt fait un paſſage & un courant pendant qu'ils ont été dans le feu, elle les y conſerve après qu'ils ſont refroidis, de la même maniere que la matiere magnétique ſe fait un paſſage & un courant dans les pierres d'aimant & dans le fer poſés dans une certaine ſituation, & les y conſerve après qu'ils ſont retirés de cette ſituation. La matiere éthérée s'eſt fait un paſſage dans la chaux & dans les eaux fortes pendant qu'ils ont été dans le feu, par une diſpoſition & un arrangement qu'il donne aux parties qui les compoſent, ce qui les a rendus cauſtiques; elle y conſerve ce paſſage après même qu'elles ſont refroidies. Si l'on met la chaux dans de l'eau, elle s'y échauffe conſiderablement. Si l'on met de l'eau dans les eaux fortes, toutes liquides qu'elles ſont, elles s'échauffent ſi fort qu'elles en deviennent brulantes par la ſeule chaleur qui s'y produit, & principalement l'huile de vitriol qui a ſouffert un plus grand feu que les autres.

Les ſels & les autres matieres dont on fait les cauteres potentiels ordinaires, ne deviennent cauſtiques que par une pareille diſpoſition & un arrangement que le feu donne aux parties qui les compoſent, & qui fait que la matiere éthérée y circule en quantité, même après qu'elles ſont refroidies. Cette matiere éthérée ranimée, pour ainſi dire, par celle qui circule dans la partie chaude ſur laquelle le cauſtique eſt appliqué, paſſe dans les chairs, y entraine avec elle des parties

ſalines

ſalines du cauſtique, excite quelque fermentation dans les liqueurs qui y circulent, & y raréfie extrêmement l'air qui s'y trouve, comme nous l'avons dit en expliquant l'action des fers chauds.

Voilà ce qui me paroît de plus vraiſemblable pour l'intelligence de ce phénomene, en attendant que quelques expériences nous donnent occaſion, ou à quelques autres; d'en propoſer de plus probables.

Les cauſtiques de la troiſieme ſorte agiſſent ſur la peau. C'eſt improprement qu'on les appelle *eſcarrotiques*, ils ne font point d'eſcarre, il ne paroît pas même qu'ils agiſſent ſur l'épiderme qui reſte dans ſon entier. Je ne les place dans ce rang, que parce qu'ils font à peu près le même effet que les corps très chauds, qui ne reſtent que très peu de tems ſur une partie; ils ne produiſent que des veſſies ſur la peau, & pour cela on leur a donné le nom de *veſicatoires* *.

On met au nombre des veſicatoires les cantharides dont on ſe ſert le plus ſouvent.

Le *Ranunculus tuberoſus major. J. B. tom.* 3. *p.* 417.

Le *Flammula Ranunculus. Dod. pempt. p.* 432.

Le *Flammula. Dod. pempt. p.* 404.

Le *Flammula altera. Dod. pempt. p.* 405. qui eſt le *Flammula Jovis ſurrecta. Ger.*

Fabrice d'Aquapendente aimoit mieux ſe ſervir de cette plante que des cantharides, parce qu'elle ne cauſe point d'accident à la veſſie comme le font quelquefois les cantharides,

* *Willis, tom. 1. de medic. operat. p.* 268.

rides, ſelon lui. Pour moi je n'ai jamais vu arriver aucun de ces accidens, quoique j'aye ordonné un grand nombre de fois l'application des cantharides.

On employe auſſi très ſouvent la racine de *Thymelea.*

Pour bien découvrir de quelle maniere agiſſent les veſicatoires ſur la peau, il n'y a qu'à examiner comment l'eau très chaude & les fers chauds produiſent le même effet.

Si l'eau bouillante ou un fer très chaud touche la peau en quelque endroit de notre corps, nous y ſentons une douleur vive. Il ſe forme en peu de tems des veſſies pleines de liqueur ſur la peau. L'eau très chaude ou bouillante n'eſt differente de l'eau froide, qu'en ce que l'eau chaude contient une plus grande quantité de matiere éthérée qui paſſe de l'eau dans la peau, elle la pénetre, elle dilate l'air enfermé dans les liqueurs qui y circulent: elle raréfie donc la lymphe qui ſe trouve dans les vaiſſeaux, & qui fait en partie la matiere de la tranſpiration, elle accélere ſon mouvement vers les vaiſſeaux excrétoires de la peau. Ces vaiſſeaux délicats qui ne peuvent contenir la liqueur raréfiée, ſe rompent ſous l'épiderme où ils ſe terminent; la lymphe que ces vaiſſeaux tranſportent pour la faire paſſer à travers les pores de l'épiderme, s'y épanche & produit une veſſie.

L'expérience fait ſouvent voir pendant l'Hiver qu'en ſe tenant auprès du feu, il ſe produit ſur les jambes de pareilles veſſies, quoiqu'elles ſoient quelquefois éloignées du feu

feu de plus de deux pieds, selon que le feu est plus ou moins ardent. On produit le même effet avec les fers très chauds que l'on approche de la peau sans y toucher.

Les cantharides & les autres vesicatoires appliqués sur le corps vivant, excitent sur la peau les mêmes vessies remplies de liqueur. Il faut donc qu'il y ait dans les cantharides quelque chose qui, comme l'eau chaude & le fer chaud, raréfie la liqueur qui circule dans la peau. Ce n'est point la chaleur actuelle des cantharides, on les applique froides, mêlées avec quelque onguent ou quelque pâte. Ce ne peut être vraisemblablement que le sel volatil que contiennent les cantharides, qui est très subtil & très dégagé, capable d'être mis en mouvement par la transpiration & par la chaleur que lui fournit la partie sur laquelle on l'applique. Ces sels, mis en mouvement, pénétrent la peau, font effervescence avec la lymphe, qui par sa raréfaction dilate & rompt les vaisseaux excrétoires, produisent enfin le même effet que l'eau bouillante & le fer chaud; mais comme l'effervescence que les vesicatoires excitent n'est pas si vive & si prompte, elle ne produit pas de douleur. Une preuve que les vesicatoires ont besoin de la chaleur de la partie pour agir, c'est qu'ils ne produisent aucun effet sur les cadavres.

Van Helmont * paroît être le premier qui a fait cette observation. J'ai trouvé, comme lui, par les expériences que j'en ai faites à Na-

* *Tractat. de potestate medicam. n.* 60.

à Namur, que les cantharides n'excitoient aucune veſſie ſur les cadavres ; mais l'eau chaude & le fer chaud en produiſent, à cauſe de la quantité de matiere éthérée qu'ils fourniſſent à la peau. Van Helmont a encore obſervé que les cauteres potentiels ne font aucun eſcarre ſur les cadavres, quoiqu'ils les diſſolvent: j'en ai fait l'expérience.

J'ai appliqué une pierre à cautere ſur une partie de cadavre humain, j'ai mis ſur le cautere un morceau de peau appliquée par le côté de la graiſſe. J'ai trouvé quinze heures après, le cautere fondu; la ſurface externe de la peau qui couvroit le cautere étoit de couleur incarnat de la largeur d'un pouce, le poil n'y tenoit plus, & s'enlevoit facilement. Cette peau étoit très ferme dans l'étendue de deux pouces, mais au-delà la peau avoit ſa couleur & ſa molleſſe naturelle, & le poil y tenoit très bien.

La graiſſe de cette peau, & qui touchoit immédiatement le cautere, étoit auſſi devenue incarnat d'environ l'étendue d'un pouce & demi, mais elle étoit noire dans l'endroit où la pierre l'avoit touchée. Trois jours après cette graiſſe étoit diſſoute de l'épaiſſeur d'une ligne, elle étoit très brune, & molle comme de la bouillie refroidie.

La peau de la partie ſur laquelle la pierre avoit été appliquée, n'avoit aucun de ces changemens; car quoique la pierre fût fondue, & qu'elle eût pu agir ſur cette peau comme ſur la graiſſe de la peau qui la couvroit, la peau n'avoit point changé de couleur, les poils y tenoient très bien. Trois jours

jours après, la matiere du cautere fondue n'avoit pas fait plus d'impreſſion à la peau, mais les poils n'y tenoient plus ſi bien, l'épiderme s'enlevoit facilement en quelques endroits.

J'ai réitéré cette expérience avec de pareille pierre à cautere ſur une autre partie de cadavre. J'ai appliqué cette pierre ſur la peau, je l'ai recouverte d'une portion de la même peau diſſequée, enſorte que la pierre étoit envelopée de tous côtés de l'épiderme de la peau, la graiſſe du morceau de deſſus étoit à l'extérieur; j'ai appliqué ſur le tout des linges très chauds.

J'ai trouvé quinze heures après, que la peau qui couvroit le cautere deſſus & deſſous étoit devenue brune, le cautere fondu, les poils ſe tiroient facilement, & ne tenoient plus en cet endroit. J'ai touché cette peau avec le bout d'une ſonde, je l'ai trouvée comme de la bouillie refroidie, c'eſt-à-dire, diſſoute jusques dans la graiſſe environ deux ou trois lignes de profondeur; ſans doute la chaleur que j'ai portée dans cette partie avec des linges a produit cet effet.

L'on voit dans ce Mémoire le progrès que la Chirurgie a fait dans l'opération de l'Amputation. Elle eſt devenue moins dangereuſe & plus ſure, les malades ne courent plus de riſque de mourir par l'hémorragie pendant l'opération; & après l'opération, au moyen du Tourniquet, & de la ligature des vaiſſeaux bien faite, on ſe rend maitre de l'écoulement du ſang. Elle eſt devenue moins douloureuſe & moins cruelle depuis qu'on

ne ſe ſert plus de Cauteres actuels. La guériſon en eſt devenue plus facile & plus prompte, en évitant la ſuppuration, & en panſant rarement & doucement.

PROBLEME

SUR

LES EPICYCLOIDES SPHERIQUES.

Par M. BERNOULLI, Profeſſeur de Mathématique à Bâle.

Voy. Acad. Petrop. vol. 1. *p.* 210.

* SOIT le cercle immobile *HBED*, dont le centre eſt *C*, & le rayon *CB*. Soit ſur ce cercle un autre cercle mobile *BLA*, qui tourne de *E* par *B* vers *H*, dont le rayon eſt *GB*, & qui conſerve, en tournant, la même inclinaiſon ſur le plan du cercle immobile. Soit le commencement de la rotation en *E*, d'où un point *L*, dans la circonférence du cercle mobile, commence à décrire l'Epicycloïde *ELl*, qui ſera ſur quelque ſuperficie ſphérique; on demande la rectification de l'Epicycloïde *ELl*, la maniere de la déterminer, &c.

Préparation pour la Solution.

Conſiderons le cercle mobile dans une ſituation quelconque touchant en *B* le cercle im-

* Fig. 1.

immobile, & prêt à parvenir en b, infiniment proche de B, pendant que le point décrivant L, pris sur la circonférence du cercle mobile, passe en l; & l'on aura Ll pour l'élément de l'Epicycloïde ELl.

Soit donc conçu le point du contact B être venu en b, & l'arc du cercle mobile BL, transporté en bl, qui sera augmenté de la particule Bb, élément commun aux deux cercles dans lequel ils se touchent. On aura donc, par la nature de la rotation, $Bb =$ la difference de l'arc BL, & partant $=$ l'arc $bl -$ l'arc BL. Des poinrs B & b soient tirées les tangentes BS, bs, communes aux deux cercles: BS sera la commune intersection des plans du cercle mobile, & de l'immobile pour le point de contact B; mais bs sera l'intersection commune des mêmes plans pour le point de contact passé en b. D'où l'on voit que BS est perpendiculaire aux deux rayons CB & GB, & que l'angle CBG est la mesure de l'inclinaison mutuelle des plans, qui est donnée. Du point décrivant L, soit tirée la perpendiculaire LS sur la tangente BS, & la perpendiculaire LR sur le rayon BG du cercle mobile.

Soit de même, du point l, tirée la perpendiculaire ls sur la tangente bs, & la perpendiculaire lr sur le rayon bg dans la situation prochaine. Si maintenant des mêmes points S & s, on tire dans le plan immobile les droites SO & sO perpendiculaires aux tangentes BS & bs, & qu'on abaisse des points L & l du cercle mobile, dans l'une & l'autre situation, les lignes LN & ln perpendi-

culaires au plan immobile; le point N ſera dans la droite SO, & le point n dans sO; & la courbe ENn qui paſſe par tous ces points ſera la projection ichnographique de l'Epicycloïde ELl. Car comme BS eſt perpendiculaire au plan qui paſſe par les droites BC & BG, de même BS eſt perpendiculaire au plan qui paſſe par les droites SN & SL: il faut entendre la même choſe des deux autres plans qui paſſent par bC, bG, & par sn, sl, auxquels plans bs eſt perpendiculaire, & l'on aura ainſi les angles OSL, CBG, Cbg, Osl égaux entre eux, & chacun égal à l'inclinaiſon conſtante des plans du cercle mobile & de l'immobile. Soit mis t au point où sO coupe BS, & l'on aura le triangle SOt ſemblable au triangle tbs qui eſt ſemblable au triangle BCb, comme on le voit facilement. Enfin ſoit conçue NP dans le plan immobile parallele à St.

SOLUTION.

Cette préparation faite; ſoient le rayon du cercle immobile CB ou $Cb=a$, le rayon du cercle mobile GB, ou $gb=b$, le ſinus droit de l'inclinaiſon des deux plans $=g$, en prenant l'unité pour le ſinus total, ſon coſinus $=\sqrt{(1-gg)}=h$, l'abſciſſe dans le cercle mobile $BR=x$, ce qui donne RL ou $BS=\sqrt{(2bx-xx)}$, & partant $d(BR)=dx$, & $d(RL)$ ou $d(BS)=\frac{b-x}{\sqrt{(2bx-xx)}}\,dx$; $d(\text{arc } BL)=\frac{b\,dx}{\sqrt{(2bx-xx)}}$.

§. I.

§. I. On trouvera le rayon de la ſphere ſur la ſuperficie de laquelle on décrit l'Epicycloïde, en prenant une quatrieme proportionnelle, au ſinus d'inclinaiſon des plans, au ſinus total, & à la diſtance CG des centres des deux cercles; or $CG = \sqrt{(aa - 2hab + bb)}$; on aura donc le rayon de la ſphere $= \frac{1}{g}\sqrt{(aa - 2hab + bb)}$. La démonſtration en eſt ſi facile, qu'elle ne mérite pas que je la mette ici.

§. II. Puiſque $d(BS)$ ou $\frac{b-x}{\sqrt{(2bx-xx)}}$ $dx = bs - BS = bB - tS$; & que d (arc BL) ou $\frac{bdx}{\sqrt{(2bx-xx)}}$ = l'arc bl — l'arc BL = l'arc bE — l'arc $BE = bB$, on aura $tS = \frac{xdx}{\sqrt{(2bx-xx)}}$.

§. III. A cauſe des triangles ſemblables CBb, OSt, on a Bb ou $\frac{bdx}{\sqrt{(2bx-xx)}}$. St ou $\frac{xdx}{\sqrt{(2bx-xx)}}$ :: CB ou a. $OS = \frac{ax}{b}$.

§. IV. A cauſe des triangles ſemblables CBb, bst, on a CB ou a. bs ou $\sqrt{(2bx-xx)}$ :: Bb ou $\frac{bdx}{\sqrt{(2bx-xx)}}$. $ts = \frac{bdx}{a}$.

§. V. Maintenant à cauſe de l'angle droit LNS & de $LSN = ABC$ = l'inclinaiſon des deux plans, on aura $1.h :: SL$ ou $x.SN$; d'où l'on tire $SN = hx$; donc $d(SN) = hdx$. Or $d(SN) = sn - SN = sn - tP = st + Pn$, donc $st + Pn = hdx$, & ôtant de part & d'autre

d'autre st ou $\frac{bdx}{a}$, reſte $Pn = bdx - \frac{bdx}{a}$ $= (\frac{ba-b}{a})dx$.

§. VI. On a OS ou (§. 3.) $\frac{ax}{b}.ON(OS - SN)$ ou $\frac{ax}{b} - bx :: St$, ou (§. 2.) $\frac{xdx}{\sqrt{(2bx-xx)}}.NP$, & ainſi $NP = \frac{(a-bb)xdx}{a\sqrt{(2bx-xx)}}$.

§. VII. De plus $1.g :: SL$ ou BK ou x $.LN$, qui eſt la hauteur du point L ſur le plan immobile; on aura donc $LN = gx$ & $d(LN)$ ou $ln - LN = gdx$.

§. VIII. Ayant ainſi trouvé les trois élémens $NP = \frac{(a-bb).xdx}{a\sqrt{(2bx-xx)}}$ (§. 6.), $PM = \frac{ba-b}{a}$ dx (§. 5.) & $d(LN) = gdx$ (§. précéd.) on aura premierement l'élément de la Courbe de projection, ou $Nn = \sqrt{(NP^2 + Pn^2)}$ $= dx\sqrt{[\frac{(a-bb)^2.x}{2aab-aax} + \frac{(ba-b)^2}{aa}]}$, & enſuite l'élément Ll de l'Epicycloïde $= \sqrt{[Nn^2 + d(NL)^2]} = dx\sqrt{[-\frac{(a-bb)^2.x}{2aab-aax} + \frac{(ba-b)^2}{aa} + gg]}$ = (à cauſe de $bb + gg = 1$) $\frac{1}{a}dx\sqrt{[\frac{(a-bb)^2.x}{2b-x} + aa - 2bab + bb]}$, dont l'intégrale donne la longueur de l'arc de l'Epicycloïde EL. Mais, $aa - 2bab + bb$ étant $> (a-bb)^2$, on verra avec une légere attention, que cette intégrale en général

néral dépend de la quadrature de l'hyperbole. *C. Q. F. T.*

§. IX. On voit par-là que M. Herman ſe trompe, lorſqu'il croit l'Epicycloïde ſphérique rectifiable algébriquement; ſon paralogiſme ſe trouve dans la ligne pénult. p. 215. là où il dit, *interea vero* (dum circulus generator rotatur) *deſcribet BL ſectorem LBl ſimilem ſectori Bβb.* * Ce qui n'eſt pas vrai; car la ligne *Bb* n'eſt pas dans le même plan que le cercle générateur *BLA*, mais *Bb* décline de ce plan de la quantité de l'angle de contact *bBe*; d'où il eſt facile de voir que cette déclinaiſon dans la rotation empêche le ſecteur *LBl* d'être ſemblable au ſecteur *Bβb*.

§. X. *Corol.* 1. Si $b=1$, & par conſéquent $g=0$, on aura pour l'élément de la courbe cycloïdale $\frac{1}{a}\,dx\sqrt{\left[\frac{(a-b)^2\cdot x}{2b-x}+(a-b)^2\right]}=\frac{a-b}{a}dx\cdot\sqrt{\left(\frac{x}{2b-x}+1\right)}=\frac{a-b}{a}dx\cdot\sqrt{\left(\frac{2b}{2b-x}\right)}$, dont l'intégrale (en lui faiſant la correction néceſſaire) donne $\frac{2a-2b}{a}\times[2b-\sqrt{(4bb-2bx)}]$; dans laquelle ſi l'on prend $x=2b$, on aura toute la demi-épicycloïde $=\frac{4ab-4bb}{a}$. Or $\frac{4ab-4bb}{a}.4b::a-b.a$, c'eſt-à-dire, toute la demi-épicycloïde eſt au double du diametre *AB* du cercle générateur,

* *Voyez ſa Figure 5.*

rateur, comme la difference des rayons de l'un & de l'autre cercle, eſt au rayon du cercle immobile; c'eſt ce que trouve M. Herman dans ſon ſecond Corollaire, & cela ne doit pas ſurprendre, parce que ſon paralogiſme ceſſe dans ce cas, où la cycloïde ceſſe d'être ſphérique, & devient plane; car h étant $= 1 =$ ſinus total, l'inclinaiſon des plans s'évanouit, & ils s'appliquent l'un ſur l'autre, de maniere que la petite ligne Bb ſe trouve dans le plan du cercle mobile auſſi-bien que dans l'autre, cas dans lequel on peut conclure avec vérité que le ſecteur LBl (dans la Figure de M. Herman) ſera ſemblable au ſecteur $B\beta b$, ce qui n'eſt pas permis dans les Epicycloïdes ſphériques, à cauſe de la non-coïncidence des plans.

§. XI. Il y a encore un autre cas dans lequel la ſimilitude de ces ſecteurs a lieu; c'eſt quand a ou le rayon du cercle immobile eſt infini, & qu'ainſi ſa circonférence dégénere en ligne droite coïncidente avec la tangente, & que par conſéquent la ligne Bb ſe confond avec Be qui eſt dans le même plan que le cercle mobile. Ainſi dans ce cas, il ſera vrai que toute la demi-cycloïde ſera au double du diametre AB, comme $\sqrt{(aa-2hab+bb)}$ à a, ou ſimplement comme a à a; car $\sqrt{(aa-2hab+bb)}$ devient $= a$, à cauſe de a infini par rapport à b & hb. On aura donc dans ce cas-là la demi-cycloïde qui n'eſt que la cycloïde ordinaire, égale au double du diametre. Ce qu'on ſait, il y a longtems.

Mais

Mais notre formule $\frac{1}{a} dx \sqrt{[\frac{(a-bb)^2 . x}{2b-x} + aa - 2bab + bb]}$ le donne auſſi, en effaçant les termes qui s'évanouiſſent devant a & aa; car elle ſe change en celle-ci, $dx \sqrt{(\frac{2b}{2b-x})}$, qui étant intégrée, donne $4b - 2\sqrt{(4bb - 2bx)}$ pour la longueur de l'arc de la cycloïde EL; ainſi prenant $x =$ tout le diametre $2b$, on a la demi-cycloïde $= 4b$, c'eſt-à-dire, égal au double du diametre.

Mais ces deux cas dans leſquels la Solution de M. Herman eſt bonne, par la raiſon que nous en avons donnée, ne peuvent pas, comme nous avons dit à l'égard du premier, ſe rapporter à la claſſe des cycloïdes ſphériques: car en effet ces cycloïdes ſont toutes deux planes. Ainſi il n'y a pas une ſeule Epicycloide ſphérique qui ait la longueur que preſcrit la règle tirée de cette Solution.

COROLLAIRE II.

§. XII. Soit maintenant $b = 0$, & par conſéquent $g = 1$, ce qui eſt le cas où les plans des cercles ſont perpendiculaires l'un à l'autre; on aura l'élement de l'Epicycloïde $Ll = \frac{1}{a} dx \sqrt{(\frac{aax}{2b-x} + aa + bb)} = \frac{1}{a} dx \sqrt{(\frac{2aab + 2b^3 - bbx}{2b-x})}$, dont l'intégrale, comme on a déja obſervé en général (§. 8.) dépend de la quadrature de l'hyperbole. Mais l'élément de la courbe de projection

$Nn = \frac{1}{a} dx \sqrt{(\frac{2b^3 + aax - bbx}{2b - x})}$ s'integre par la quadrature du cercle ſi $a > b$, par la quadrature de l'hyperbole ſi $a < b$, mais algébriquement ſi $a = b$; car on a dans ce cas $\int \frac{b}{a} dx \sqrt{(\frac{2b}{2b-x})} = \frac{4bb}{a} - \frac{2b}{a} \sqrt{(4bb - 2bx)} = 4b - 2\sqrt{(4bb - 2bx)}$. Et ainſi la Courbe de projection de toute la demi-Epicycloïde $= \frac{4bb}{a} = 4b$, c'eſt-à-dire, égal au double du diametre du cercle générateur: ce qu'on peut auſſi déduire d'ailleurs; car cette Courbe de projection eſt une Epicycloïde plane, produite par la rotation du cercle ſur un cercle égal dans le même plan, le diametre de ce cercle étant ſous-double du diametre du cercle mobile générateur de l'Epicycloïde ſphérique, dont il eſt ici queſtion, & dont la Courbe de projection eſt auſſi du genre des cauſtiques.

§. XIII. On a la rectification de la Courbe de projection dans le cas $a = b$, non ſeulement lorſque $b = 0$, mais quel que ſoit b; car alors l'élément Nn que nous avons trouvé en général (§. 8.) $= \frac{1}{a} dx \sqrt{[\frac{(a-bb)^2 \cdot x}{2b-x} + (ba-b)^2]}$ dans ce cas où $a = b$, devient $= (1-b) dx \sqrt{(\frac{2b}{2b-x})}$, dont l'intégrale eſt $(1-b) \times [4b - 2\sqrt{(4bb - 2bx)}] =$ l'arc EN; & lorſque $x = 2b$, on aura la longueur de la demi-projettée, qui répond à la demi-Epicycloïde $= 4b - 4bb$.

§. XIV. Au reſte dans le cas $b = 0$, lorſque

que les deux cercles ſont perpendiculaires l'un à l'autre, on trouve le rayon de la ſphere, ſur la ſuperficie de laquelle l'Epicycloïde ELl eſt décrite $=\sqrt{(aa+bb)}$. D'où l'on voit qu'aucun des deux cercles ne ſauroit être un grand cercle de la ſphere; car l'un & l'autre de leurs rayons, tant a que b, eſt $<\sqrt{(aa+bb)}$.

COROLLAIRE III.

§. XV. Pour trouver maintenant les cas de rectificabilité de l'Epicycloïde ſphérique; je vois d'abord que ſi dans la formule générale (§. 8.) $Ll=\frac{1}{a}dx\sqrt{[\frac{(a-bb)^2}{2b-x}+aa-2bab+bb]}$, on fait $a=bb$, elle ſe change en $Ll=\frac{1}{bb}dx\sqrt{(bb-bbbb)}$, qui à cauſe de $1-bb=gg$, devient $\frac{gdx}{b}$; ainſi donc en intégrant ſimplement, on a la longueur de l'arc de l'Epicycloïde $=\frac{g}{b}x$, ce qui fait voir que chacun de ſes arcs EL dans le cas $a=bb$ eſt à l'abſciſſe BR en raiſon donnée de g à b, c'eſt-à-dire, comme la tangente de l'inclinaiſon mutuelle du cercle mobile & de l'immobile, au ſinus total; propriété ſi ſinguliere, que je ne ſai pas ſi aucune autre courbe peut l'avoir, c'eſt-à-dire, s'il y a aucune autre courbe dont l'abſciſſe priſe indéfiniment ſoit en raiſon donnée à ſon arc correſpondant. On a donc dans ce même rapport de g à b toute la demi-Epicycloïde, au diametre du cercle mobile ou générateur; ou,

ce qui revient au même, toute la demi-Epicycloïde est au double du diametre comme $\frac{1}{2}g$ est à h, ce qui s'éloigne beaucoup du rapport que donne M. Herman dans son premier Corollaire, où il dit, que toute l'Epicycloïde (il entend par-là seulement la demi-Epicycloïde) est au double du diametre comme $\sqrt{(aa+2hab+bb)}$ à a, c'est-à-dire (dans le cas $a=bb$) comme g à h, rapport deux fois plus grand que le nôtre de $\frac{1}{2}g$ à h.

§. XVI. De plus, comme on a trouvé ci-dessus (§. 8.) l'élément de la projection $Nn=\frac{1}{a}dx\sqrt{[\frac{(a-bb)^2.x}{2b-x}+(ba-b)^2]}$ il est clair que cette courbe ENn est aussi algébriquement rectifiable, lorsque $a=hb$, car on a alors $Nn=\frac{1}{bb}dx\sqrt{(hbb-b)^2}$ ou (à cause de $hb-1=-gg$) $=\frac{1}{bb}dx\sqrt{g^4bb}$ $=\frac{ggdx}{b}$, dont l'intégrale donne la Courbe $ENn=\frac{gg}{b}x$. D'où l'on voit que dans ce cas l'Epicycloïde est à la Courbe de projection correspondante, comme $\frac{gx}{b}$ à $\frac{ggx}{b}$, ou comme 1 à g, c'est-à-dire, comme le sinus total au sinus d'inclinaison des cercles: & ces trois lignes, l'Epicycloïde, la Courbe de projection, & l'Abscisse correspondante, sont entre elles comme ces trois termes pris dans le même ordre, g, gg, & h.

SCHO-

SCHOLIE I.

§. XVII. Ce cas où $a=bb$ eſt le ſeul qui rend l'Epicycloïde ſphérique algébriquement rectifiable; & ſi de plus les rayons des deux cercles ſont commenſurables entre eux, c'eſt-à-dire, ſi a ou bb eſt à b, ou b à 1, où le coſinus d'inclinaiſon des plans eſt au ſinus total comme nombre à nombre, l'Epicycloïde ſera algébrique. Mais c'eſt ici une choſe digne de remarque, qu'ayant pris à volonté pour le cercle immobile, quelqu'un des petits cercles de la ſphere, le cercle mobile ſera toujours un grand cercle de la même ſphere; car ces deux cercles en ſe touchant, ont l'inclinaiſon requiſe pour que $a=bb$, comme il eſt facile de voir; car il eſt clair qu'ayant tiré des rayons des deux centres au point commun d'attouchement, on a le rayon du petit cercle, au rayon du grand, comme le coſinus d'inclinaiſon, au ſinus total, c'eſt-à-dire, a à b comme b à 1, & par conſéquent $a=bb$: ce qu'on voit auſſi par le §. 1. où les rayons du cercle immobile & du mobile a & b étant donnés & l'inclinaiſon de leurs plans, nous avons trouvé en général le rayon de la ſphere $=\frac{1}{g}\sqrt{(aa-2hab+bb)}$; car ſi pour a on ſubſtitue bb, on aura $\frac{1}{g}\sqrt{(aa-2hab+bb)}=\frac{1}{g}\sqrt{(bb-hhbb)}=$ (à cauſe de $1-hh=gg$) $\frac{1}{g}\sqrt{(ggbb)}=\frac{gb}{g}=b$.

SCHO-

SCHOLIE II.

§. XVIII. On peut rendre sensible la maniere dont cette Epicycloïde sphérique se décrit, par un exemple assez élégant : concevons dans la Sphere céleste l'Ecliptique qui dans le point le plus bas touche le Tropique du Capricorne, faisant avec son plan une inclinaison de 23 degrés $\frac{1}{2}$.

Maintenant on peut concevoir de deux manieres la génération de l'Epicycloïde; car ou l'on peut supposer que la Sphere & le Tropique demeurant immobiles, l'Ecliptique se meut en tournant sur le Tropique, tandis que chacun de ses points, par exemple, celui qui est au commencement du Capricorne, décrit l'Epicycloïde sphérique qu'on demande : ou bien, ce qui fait le même effet, on peut supposer que la Sphere entiere avec tous ses cercles conservant entre eux la même situation, se meut d'un mouvement uniforme autour de l'Axe du Monde d'Orient en Occident, pendant que quelque point mobile partant du commencement du Capricorne, s'avance d'un mouvement propre & uniforme dans l'Ecliptique d'Occident en Orient, avec une vîtesse uniforme & égale à celle d'un des points du Tropique. Car on voit que par ce moyen le point mobile dans l'Ecliptique décrira la même courbe qui avoit été décrite de la premiere maniere. Cette seconde maniere a une certaine analogie avec le mouvement du Soleil composé du mouvement diurne ou commun

&

& du mouvement propre selon le syſtême de Ptolémée ou de Tycho; car en effet ſi le Soleil ſe mouvoit dans l'Écliptique avec une vîteſſe égale à celle qu'a le Tropique pour exécuter le mouvement diurne, & qu'ainſi le tems d'une révolution du Soleil dans l'Ecliptique fût au tems d'une révolution de la Sphere qui fait la longueur du jour naturel, dans le même rapport qu'a le rayon de l'Ecliptique ou le rayon de la Sphere au rayon du Tropique, ou comme le ſinus total au coſinus de 23 degrés $\frac{1}{2}$, le centre du Soleil décriroit exactement une de nos Epicycloïdes ſphériques algébriquement rectifiables. Mais comme le Soleil a ſon mouvement propre dans l'Ecliptique beaucoup plus lent qu'il ne faudroit pour cela, la ligne que le centre du Soleil décrit entre les deux Tropiques pendant l'eſpace d'une année par le mouvement combiné du mouvement commun & du mouvement propre, ſera du genre des *Cycloïdes allongées* comme les Géometres les appellent, plutôt que du genre des *Spirales* ſous la forme deſquelles Tycho les a conçues.

SCHOLIE III.

§. XIX. Après tout cela, on voit comment il faut ſatisfaire au Problême de M. Offenburg, dans lequel on demande de faire à une voûte hémiſphérique, des fenêtres ovales, dont le contour de chacune ſoit abſolument rectifiable. Car quoique les Epicycloïdes ſphériques, décrites ſelon la condition du Corollaire 3, n'ayent pas la forme d'ovales; cependant de deux ou pluſieurs de leurs

leurs parties jointes & disposées comme il faut, on formera facilement une figure fermée & ovale, pourvu qu'on observe dans la description de notre Epicycloïde, de choisir pour le cercle immobile quelqu'un des petits cercles de la sphere, dont le rayon soit au rayon de la sphere, comme nombre à nombre, ce qui fera qu'on aura la construction géométrique de l'Epicycloïde, & tout à la fois sa longueur absolument rectifiable. *C. Q. F. T.*

SCHOLIE IV.

§. XX. Quant à la description ichnographique de l'Epicycloïde sphérique, c'est-à-dire, la maniere de déterminer la courbe de projection dans un plan, en abbaissant de chaque point de l'Epicycloïde, des perpendiculaires sur le plan du cercle immobile, considéré comme la base; voici comment cela se fait. * Soit décrit séparément un cercle $\alpha\lambda\beta$ égal au cercle mobile, & de quelque point fixe λ qui représente le commencement de la rotation, soit pris un arc $\lambda\beta$ à volonté, par le point β soit tiré le diametre $\beta\alpha$ auquel soit tirée la perpendiculaire $\lambda\tau$; ensuite du point E du cercle immobile qui soit l'origine commune de l'Epicycloïde & de la courbe projettée qu'on veut construire, soit pris l'arc $EB =$ l'arc $\lambda\beta$, ce qui se peut toujours faire algébriquement, puisque, comme on le suppose, les rayons des cer-

* Fig. 2.

cercles ſont commenſurables : enſuite du point B ayant mené la tangente $BS = \tau\lambda$, ſoit élevée au point S, dans le plan du cercle immobile, la perpendiculaire SN qui ſoit à $\beta\tau$ comme h à 1, c'eſt-à-dire, comme le ſinus complément d'inclinaiſon des deux cercles, au ſinus total. Cela fait, le point N ſera dans la courbe ENn de projection qu'on cherche, & ainſi on aura tant de ſes points qu'on voudra. La démonſtration eſt claire d'elle-même.

REMARQUE.

§. XXI. Quoique, dans la Figure qui ſert à ce Mémoire, on ſuppoſe aigu l'angle CBG qui marque l'inclinaiſon des plans, & que le calcul ait été fait pour cette ſuppoſition, il faut cependant avertir que tout ce qui en réſulte ſe peut facilement accommoder à l'hypotheſe de l'angle CBG obtus, en changeant par-tout le ſigne de la lettre h d'une ſeule dimenſion, puiſque le coſinus de l'angle obtus devient négatif, ſi auparavant on avoit ſuppoſé dans l'analyſe l'aigu poſitif. D'où l'on voit que de toutes ces Epicycloïdes ſphériques, dans leſquelles l'angle d'inclinaiſon eſt obtus, il n'y en a aucune qui ſoit algébriquement ou abſolument rectifiable ; car on auroit $a = -bb$, c'eſt-à-dire, le rayon du cercle mobile ſeroit négatif, & par conſéquent impoſſible ; ce qui paroit auſſi, parce que le cercle mobile qui doit être un grand cercle de la Sphere (§. 17.) fait toujours néceſſairement l'angle d'inclinaiſon aigu avec

les

les petits, pourvu que ces deux cercles ſe touchent, comme font par ex. l'Ecliptique & les Tropiques.

§. XXII. Il faut encore remarquer que la méthode que nous venons de donner, s'applique auſſi facilement aux Epicycloïdes ſphériques allongées & raccourcies, c'eſt-à-dire, lorſque le point décrivant L, au-lieu d'être pris ſur la circonférence du cercle mobile, eſt pris au dedans ou au dehors ; ou, ce qui revient au même, ſi l'on conçoit le cercle mobile ALB gliſſer au-lieu de rouler, de maniere qu'un de ſes points B, pris à l'extrémité du diametre AB, raſe continuellement la circonférence du cercle immobile EBH, pendant que quelque point L de la circonférence du cercle mobile ſe meut d'un mouvement uniforme de B vers A paſſant par L, & avec une vîteſſe qui ſoit à la vîteſſe du point raſant B, qui s'avance de E vers H par B, comme 1 à n, ce qui fait que (prenant le point E pour l'origine commune de l'un & l'autre mouvement & de l'Epicycloïde qu'on décrit) l'arc BL eſt à l'arc EB dans le même rapport de 1 à n. Car par ce mouvement compoſé, le point L décrira une Epicycloïde ſphérique, allongée ſi n eſt plus grande que l'unité, & raccourcie ſi n eſt moindre; & ſi n eſt égale à l'unité, ce ſera l'Epicycloïde ordinaire dont nous avons parlé juſqu'ici.

§. XXIII. Je dis donc que par des calculs ſemblables aux précédens, on trouvera l'élément Nn de la courbe de projection

=

$= \frac{1}{a}\, dx\, V\left[\frac{(nab - ab + ax - nbbx)^2}{2bx - xx} + \frac{(ba - nb)^2}{1} \right]$, & l'élément de l'Epicycloïde $Ll = \frac{1}{a}\, dx\, V\left[\frac{(nab - ab + ax - nbbx)^2}{2bx - xx} + aa - 2nbab + nnbb \right]$. Je n'entre point dans le détail des cas particuliers, on voit seulement qu'il n'y a rien qui puisse faire conclure qu'aucune de ces Epicycloïdes, soit allongées, soit raccourcies, soit absolument ou algébriquement rectifiable. Pour leur construction, on l'a par la maniere même dont elles se décrivent.

Sur les Courbes algébriques & rectifiables tracées sur une surface sphérique.

PROBLEME.

Décrire sur une surface sphérique une Courbe algébrique qui soit rectifiable.

I. SOLUT. * Soit RST un grand Cercle de la Sphere supposé parallele à l'horizon pour aider l'imagination, dont le centre est C. De chaque point a, b, e, d, de la courbe cherchée soient conçues abbaissées sur le plan du cercle RST les perpendiculaires aA, bB, eE, dD, qui forment la courbe de projection $ABED$, dont il faut maintenant chercher la nature, & qu'il faut décrire, parce qu'on décrira ensuite facilement la courbe cher-

* Fig. 3. &c.

cherchée, en élevant perpendiculairement ſur le plan du cercle de chaque point B les droites Bb qui rencontrent la ſuperfice ſphérique dans les points b. Pour cela, ſoit conçue la courbe de projection ABD étendue ſéparément en ligne droite $\alpha\beta\delta$ qui ſoit comme l'axe des appliquées αa, βb, εe, δd, égales reſpectivement aux droites Aa, Bb, Ee, Dd, prenant $\alpha\beta = AB$, $\alpha\varepsilon = AE$, &c. D'où réſulte une nouvelle courbe $abed$, dont les parties ab, ae, &c. ſeront reſpectivement égales aux arcs ab, ae, &c. de la courbe ſur la ſuperficie ſphérique.

II. Cela ſuppoſé, je change le Problême propoſé en celui-ci: Transformer l'Axe rectiligne $\alpha\beta\delta$ en un curviligne ABD, de maniere qu'ayant pris un arc quelconque AB égal à une abſciſſe quelconque $\alpha\beta$, la hauteur Bb du point b ſur le point B de la projection, ſoit égale à l'appliquée d'une ligne donnée abd. Si donc abd eſt algébrique, & de plus algébriquement rectifiable, comme le ſont les droites & une infinité de paraboles; de plus ſi parmi toutes les lignes abd, il s'en trouve quelqu'une qui admetre un axe courbe ABD conſtruiſible algébriquement, l'on voit que cette courbe décrite ſur la ſurface de la Sphere, dont ABD eſt la projection, ſera algébrique & algébriquement rectifiable, comme ayant chacun de ſes arcs égaux à chaque ab.

III. Prenons donc la plus ſimple de toutes les lignes algébriques rectifiables abd, ſavoir la ligne droite (que je trouve très propre à notre deſſein, car une autre comme la

ſeconde parabole cubicale qui eſt auſſi rectifiable, ne réuſſit pas). Ayant tiré df parallele à l'axe $\delta\alpha$, ſoit la raiſon de af à fd comme 1 à n, & ainſi $fa.da :: 1.\sqrt{(nn+1)}$, ou (faiſant $nn+1=mm$) $af.da :: 1.m$. Maintenant pour changer l'axe rectiligne $\alpha\beta\delta$ dans le curviligne ABD, ayant tiré du centre C les rayons infiniment proches CS, CT, qui coupent la courbe ABD dans les points, B, E, & prenant R pour le commencement des arcs variables RS, RT, &c. ſoit fait $RS=x$, $CB=y$, le rayon $CS=1$, $ST=dx$, $FE=dy$; ayant décrit le petit arc concentrique BF qui ſera $=ydx$, on aura $BE=\sqrt{(yydx^2+dy^2)}=\beta\varepsilon$, la hauteur du point b ſur le plan du cercle, c'eſt-à-dire, $bB=\sqrt{(1-yy)}$, & ſa difference $d(bB)=\frac{-ydy}{\sqrt{(1-yy)}}$.

IV. Puiſque donc $d(bB).BE :: af.df :: 1.n$, l'on aura $\frac{-ydy}{\sqrt{(1-yy)}}.\sqrt{(yydx^2+dy^2)} :: 1.n$; & $\sqrt{(yydx^2+dy^2)}=\frac{-nydy}{\sqrt{(1-yy)}}$, ou $yydx^2+dy^2=\frac{nnyydy^2}{1-yy}$. Donc $yydx^2=\frac{nnyydy^2}{1-yy}-dy^2=\frac{(nn+1)yydy^2-dy^2}{1-yy}$, & par-là on aura $dx=\frac{dy\sqrt{(nnyy+yy-1)}}{y\sqrt{(1-yy)}}=$ (à cauſe de $nn+1=mm$) $\frac{dy\sqrt{(mmyy-1)}}{y\sqrt{(1-yy)}}=\frac{mmyydy-dy}{y\sqrt{[(1-yy)\times(mmyy-1)]}}=\frac{mmydy}{\sqrt{[(1-yy)\times(mmyy-1)]}}=$

$$-\frac{dy}{y\sqrt{[(1-yy)\times(mmyy-1)]}}.$$

V. La premiere partie s'integre comme il ſuit. Soit fait $yy = 2z$, & l'on aura

$$\frac{mmydy}{\sqrt{[(1-yy)\times(mmyy-1)]}} = \frac{mmdz}{\sqrt{[(1-2z)\times(2mmz-1)]}}$$

$$= \frac{mmdz}{\sqrt{[-1+(2mm+2)z-4mmzz]}}$$

$$= \frac{mmdz}{\sqrt{\left[\frac{(mm-1)^2}{4mm}-(z\,mz\,\frac{-mm-1}{2m})^2\right]}}$$

$$= \frac{2m^3dz:(mm-1)}{\sqrt{\left[1-(\frac{4mm}{mm-1}\,z\,\frac{-mm-1}{mm-1})\right]}} = (\text{en ſubſti-}$$

tuant pour $2z$ ſa valeur yy)

$$\frac{2m^3ydy:(mm-1)}{\sqrt{\left[1-(\frac{2mm}{mm-1}yy\,\frac{-mm-1}{mm-1})^2\right]}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}m\times 4mmydy:(mm-1)}{\sqrt{\left[1-(\frac{2mm}{mm-1}yy\,\frac{-mm-1}{mm-1})^2\right]}}\text{ ; donc}$$

$$\int\frac{mmydy}{\sqrt{[(1-yy)\times(mmyy-1)]}} = \frac{1}{2}m$$

$$\times\int\frac{4mmydy:(mm-1)}{\sqrt{\left[1-(\frac{2mm}{mm-1}yy\,\frac{-mm-1}{mm-1})^2\right]}}\text{, c'eſt-à di-}$$

re, = à un arc de cercle pris $\frac{1}{2}m$ fois, dont le rayon = 1, & le ſinus droit $= \frac{2mm}{mm-1}yy\,\frac{-mm-1}{mm-1}$; ſoit appellé cet arc A.

VI. L'autre partie $\frac{-dy}{y\sqrt{[(1-yy)\times(mmyy-1)]}}$ s'integre de cette maniere: ſoit diviſé chaque ter-

terme par y^3, l'on a $\frac{-dy:y^3}{\sqrt{[(\frac{1}{yy}-1)\times(mm-\frac{1}{yy})]}} =$

(faiſant $\frac{1}{yy}=2z$) $\frac{dz}{\sqrt{[(2z-1)\times(mm-2z)]}}$

$= \frac{dz}{\sqrt{[-mm+(2mm+2).z-4zz]}}$

$= \frac{dz}{\sqrt{[(\frac{mm-1}{4})^2-(2z-\frac{mm-1}{2})^2]}}$

$= \frac{2dz:(mm-1)}{\sqrt{[1-(\frac{4}{mm-1}z-\frac{mm-1}{mm-1})^2]}} =$ (en ſubſtituant pour $2z$ ſa valeur qui eſt ici $\frac{1}{yy}$)

$\frac{-2dy:y^3(mm-1)}{\sqrt{[1-(\frac{2}{(mm-1).yy}-\frac{mm-1}{mm-1})^2]}}$

$= \frac{\frac{1}{2}\times-4dy:y^3(mm-1)}{\sqrt{[1-(\frac{2}{(mm-1).yy}-\frac{mm-1}{mm-1})^2]}}$. Donc

$\int \frac{-dy}{yy\sqrt{[(1-yy)\times(mmyy-1)]}} = \frac{1}{2}\int \frac{-4dy:y^3(mm-1)}{\sqrt{[1-(\frac{2}{(mm-1).yy}-\frac{mm-1}{mm-1})^2]}}$; c'eſt-à-dire = à la moitié d'un arc de cercle dont le rayon = 1 & le ſinus droit = $\frac{2}{(mm-1).yy}-\frac{mm-1}{mm-1}$; ſoit appellé cet arc B.

VII. Nous avons donc par les §. 5. & 6.

$\frac{1}{2}mA+\frac{1}{2}B = \int \frac{mmydy}{\sqrt{[(1-yy)\times(mmyy-1)]}}$

$$-\frac{dy}{y\sqrt{[(1-yy)\times(mmyy-1)]}} = (\S.\ 4.)$$

$$\int\frac{dy\sqrt{(mmyy-1)}}{y\sqrt{(1-yy)}} = \int\frac{dy\sqrt{[(nn+1)yy-1]}}{y\sqrt{(1-yy)}}$$

$= \int dx$, ou $mA+B=2\int dx=2x$.

VIII. Pour la conſtruction de cette Equation, voici comme il s'y faut prendre. * Soit SLM encore un grand Cercle de la Sphere dont le rayon $CL=1$; ſoit pris dedans le ſinus $MN=\frac{2mm}{mm-1}\,yy\,\frac{-mm-1}{mm-1}$, & encore l'autre ſinus $SR=\frac{2}{(mm-1.yy)}\,\frac{-mm-1}{mm-1}$, l'on aura l'arc $LM=A$ & l'arc $LS=B$. Si donc on prend l'arc LM, m fois, & qu'on lui ajoute l'arc LS, la moitié de la ſomme des deux arcs donnera l'arc cherché x, ou (dans la Fig. 3.) l'arc RS pour un y quelconque ou CB.

IX. Pour avoir une Equation algébrique entre y & le ſinus de l'arc x qui détermine la nature de la courbe de projection ABD (*Fig.* 3.) & la courbe algébriquement rectifiable ſur la ſurface ſphérique, il faut choiſir pour m quelque nombre rationel (car on aura differentes courbes ſelon la diverſité du nombre m). On ſait que le ſinus d'un arc A étant donné, l'on a algébriquement le ſinus d'un arc mA multiple ou ſoumultiple, & que les ſinus des arcs mA & B étant donnés, l'on a algébriquement le ſinus de la ſomme des arcs $mA+B$ & le ſinus de la moitié de cette ſomme. Car faiſant le rayon ou ſinus total

* Fig. 5.

total $=1$, le ſinus de l'arc $mA=S$, & le ſinus de l'arc $B=T$, l'on trouve le ſinus de la ſomme $mA+B=T\times\sqrt{(1-SS)}+S\times\sqrt{(1-TT)}$.

Ainſi donc ſi l'on appelle v le ſinus de l'arc indéterminé x, l'on aura le ſinus de l'arc double $2x=2v\sqrt{(1-vv)}$; puiſque donc les arcs $mA+B$ & $2x$ doivent être égaux, il faut que leurs ſinus ſoient auſſi égaux; d'où l'on tirera l'Equation algébrique entre les fonctions de y & v, qui déterminera la nature de la courbe de projection, & la courbe que l'on cherche ſur la ſurface de la Sphere, & qui ſera celle-ci, $T\times\sqrt{(1-SS)}+S\times\sqrt{(1-TT)}=2v\sqrt{(1-vv)}$, S & T étant données par y. Donc, &c. *C. Q. F. T.*

X. *Exemple.* Soit pris le nombre $m=2$, & par conſéquent $n=\sqrt{(mm-1)}=\sqrt{3}$; l'on aura le ſinus de l'arc A, ou $\frac{2mm}{mm-1}yy\frac{-mm-1}{mm-1}=\frac{8yy-5}{3}$, le ſinus de l'arc B, ou $\frac{2}{(mm-1.yy}\frac{-mm-1}{mm-1}=\frac{2-5yy}{3yy}$, le ſinus de l'arc mA, ou $2A=\frac{16yy-10}{3}\sqrt{(\frac{-16+80yy-64y^4}{9}}$; & partant le ſinus de la ſomme des arcs $2A+B=(-\frac{2-5yy}{3yy})\times\sqrt{[1-\frac{(16yy-10)^2\times(-16+80yy-64y^4)}{81}]}+(\frac{16yy-10}{3})\times\sqrt{(\frac{-16+80yy-64y^4}{9})}$.

$\times \sqrt{[1-\frac{(2-5yy)^2}{9y^4}]} = 2v\sqrt{(1-vv)}$, ou parce que la derniere partie du premier membre a deux côtés commenſurables, on peut abreger l'Equation de cette maniere $\left(\frac{2-5yy}{c27yy}\right) \times \sqrt{[81-(16yy-10)^2 \times (-16+80yy-64y^4)]} + \left(\frac{32yy-20}{27yy}\right) \times \sqrt{(-4+20yy-16y^4)} = 2v\sqrt{(1-vv)}$, & cette Equation eſt celle qui exprime la nature de la Courbe de projection, de tous les points de laquelle ſi l'on éleve les droites $= \sqrt{(1-yy)}$ perpendiculaires au plan ſur lequel elle eſt décrite, ces perpendiculaires rencontreront la ſuperficie de la ſphere dans les points de la Courbe qu'on cherche, qui ſera algébriquement rectifiable, auſſi-bien que ſa projettée; car la difference de la hauteur de deux perpendiculaires dont chacune eſt exprimée par ſon $\sqrt{(1-yy)}$, eſt à l'arc de la Courbe de projection intercepté entre ces deux hauteurs, comme 1 à n, c'eſt-à-dire, [à cauſe de $n = \sqrt{(mm-1)}$] comme 1 à $\sqrt{3}$; & cette même difference de hauteurs eſt à l'arc de la courbe décrite ſur la ſuperficie ſphérique, intercepté entre elles, comme 1 à $\sqrt{(1+nn)}$, c'eſt-à-dire, dans cet exemple comme 1 à 2. Ainſi chaque arc de la projettée eſt à ſon arc correſpondant ſur la ſuperficie ſphérique, comme $\sqrt{3}$ à 2, ou comme la hauteur du triangle équilatéral à ſon côté. L'on aura donc entre l'arc ſur la ſuperficie ſphérique, l'arc correſpondant de la

la projection & la difference des hauteurs perpendiculaires, les rapports qui ſont entre $2.\sqrt{3}.$ & 1.

Scholie. L'on voit par-là que les courbes que nous venons de trouver par la méthode analytique, ſont les mêmes que les Epicycloïdes ſphériques, décrites par un grand cercle de la ſphere qui tourne ſur un petit; car j'ai fait voir dans le §. 16. des Epicycloïdes ſphériques, que ces ſortes d'Epicycloïdes ont chacun de leurs arcs aux arcs correſpondans de la courbe de projection en raiſon donnée de 1 à g, ou comme le ſinus total eſt au ſinus de l'inclinaiſon du cercle mobile ſur l'immobile. Si donc nous voulons conſtruire ſur la ſuperficie de la ſphere une courbe dont la longueur ait une raiſon donnée à la longueur de ſa projettée, par exemple, de 2 à $\sqrt{3}$, il faut ſeulement pour le cercle immobile, prendre celui qui fait avec un grand cercle mobile, un angle d'inclinaiſon, tel que 1 à g ſoit dans le rapport de 2 à $\sqrt{3}$, ou de 1 à $\frac{1}{2}\sqrt{3}$. Or c'eſt l'angle que forment deux côtés d'un triangle équilatéral, ſavoir, $\frac{2}{3}$ d'un angle droit, ou l'angle de 60 degrés. Concevons donc dans la ſphere, un Tropique éloigné de l'Equateur de 60 degrés, & faiſant tourner ſur lui l'Ecliptique, un point pris dans ſa circonférence décrira la courbe qu'on cherche, qui ſatisfait à cette prolixe Equation que nous avons trouvée ci-deſſus $\left(\frac{2-5yy}{27yy}\right)\times\sqrt{[81-(16yy-10)^2\times \&c.]}+\left(\frac{32yy-20}{27yy}\right)\times\sqrt{(-4+\&c.)}$

$= 2v\sqrt{(1-vv)}$. Et il paroit preſque incroyable qu'on puiſſe conſtruire une Equation ſi compoſée par un mouvement ſi ſimple.

Au reſte, l'on voit que dans cette ſuppoſition, l'Ecliptique ſera double du Tropique, & que par conſéquent il devra le parcourir deux fois, avant que le point décrivant revienne au point d'où il eſt parti; & la longueur de la demi-Epicycloïde ſera double de la plus grande hauteur ou de la diſtance entre les Tropiques, & par conſéquent la longueur de l'Epicycloïde entiere ſera égale à quatre fois cette diſtance. Cette courbe (comme il eſt facile de le voir par la maniere dont elle ſe produit) a quatre parties ſemblables & égales, terminées aux quatre points qu'on appelle *Cardinaux*; la 1re compriſe entre le point du Solſtice d'Hiver (ſi l'on ſuppoſe que la rotation de l'Ecliptique ſe fait d'Orient en Occident) & le point équinoxial d'Automne; la 2me entre ce point, & le Solſtice d'Eté; la 3me entre le Solſtice d'Eté & l'Equinoxe du Printemps; la 4me enfin entre l'Equinoxe du Printemps & le Solſtice d'Hiver: & ainſi la longueur de chacune de ces parties eſt égale à l'intervalle entre les Tropiques, c'eſt-à-dire, à la corde de 120 degrés; en ſuppoſant toujours, comme nous avons fait dans cet exemple, le Tropique éloigné de l'Equateur de 60 degrés.

Cet Exemple qui paroît le moins compliqué de tous, me fait tellement craindre les autres, qui, ſans doute, demanderoient un travail immenſe, pour trouver l'Equation algébrique des courbes de projection, que

g. 3.

que j'aime mieux les laiſſer chercher à d'autres. Il me ſuffit d'avoir trouvé la méthode, & de l'avoir indiquée.

SOLUTION

DU MESME PROBLEME,

Et de quelques autres de cette eſpece.

Par M. DE MAUPERTUIS.

CES deux Pieces m'ont été envoyées en Latin, par M. Bernoulli, & contiennent la Solution la plus complette du Problême de M. Offenburg. Parmi les Epicycloïdes ſphériques, il s'en trouve qui ſont rectifiables & algébriques en même tems, & ces courbes ſatisfont au Problême, mais c'eſt par une eſpece de hazard. M. Bernoulli, dans la 2me Piece, recherche à priori *les courbes rectifiables & algébriques ſur la ſurface de la ſphere, & c'eſt là qu'il donne la vraye Solution du Problême. Il m'avoit écrit qu'il avoit trouvé ces courbes par une méthode directe, & m'invitoit à les chercher. Je ne me flattai pas aiſément de trouver des choſes qu'il avoit jugées dignes de ſon application, & je le priai de me communiquer ſa Solution. Cependant l'idée qui eſt le principe commun de ſa Solution & de la mienne, m'étant venue dans l'eſprit, & ayant auſſi-tôt trouvé ces courbes, je lui envoyai ma Solution que j'avois fait voir quelques jours auparavant à deux Géometres de la Compagnie, comme il me ſeroit facile de le prouver.*

Ma lettre étoit en route, lorſque j'en reçus une de M. Bernoulli qui contenoit ſa Solution, à laquelle la mienne eſt ſi ſemblable qu'on croiroit qu'elle auroit été copiée deſſus, & qu'il n'y a de difference que dans nos deux conſtructions.

J'ai joint à ces courbes rectifiables & algébriques ſur la ſurface de la ſphere, d'autres courbes dont la rectification dépendroit des arcs de cercle, & cela m'a conduit à un Problême utile dans l'Aſtronomie.

Je dois avertir ici que Mrs. Nicole & Clairaut, dont on trouvera dans ce Recueil, des Mémoires ſur les Epicycloïdes ſphériques, n'avoient point vu ceux de M. Bernoulli, lorſqu'ils ont lu les leurs à l'Académie.

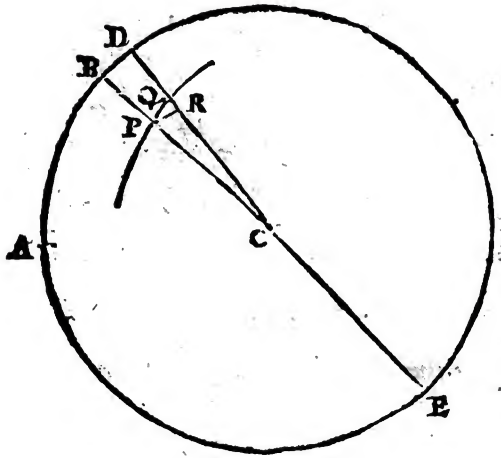
PROBLEME I.

Trouver ſur la ſurface de la ſphere, des courbes algébriques rectifiables?

Solut. Soit $ABDE$ un grand cercle de la ſphere, dont le rayon $=1$, l'arc $AB=x$, CP l'ordonnée de la projection de la courbe qu'on cherche $=y$, Pp perpendiculaire au plan de la projection $=z$, $QR=dy$; $PR=ydx$, & l'Equation de la ſphere $zz=1-yy$. Cela poſé:

La longueur de la courbe ſur la ſurface ſphérique dépendra de la longueur de la courbe de projection PQ, ſi $dy^2+yydx^2=mdz^2$, ou (mettant pour dz^2 ſa valeur $\frac{yydy^2}{1-yy}$ tirée de l'Equation de la ſphere) $dy^2+yydx^2=\frac{myydy^2}{1-yy}$.

Cet-



Cette courbe de projection eſt toujours rectifiable, quel que ſoit m, & ſa longueur $= A - \sqrt{m} \times \sqrt{(1-yy)}$. Reſte à faire qu'elle ſoit algébrique.

L'on a $dx = \frac{dy\sqrt{[(m+1)yy-1]}}{y\sqrt{(1-yy)}}$, ou $dx = \frac{dy\sqrt{(Myy-1)}}{y\sqrt{(1-yy)}}$ qui doit être la differentielle d'un angle. Soit $\frac{\sqrt{(1-yy)}}{\sqrt{(Myy-1)}} = z$, $y = \frac{\sqrt{(zz+1)}}{\sqrt{(Mzz+1)}}$, $dy = \frac{(1-M)zdz}{(Mzz+1)^{\frac{1}{2}} \times \sqrt{(zz+1)}}$; & l'on a $dx = \frac{(1-M)dz}{(Mzz+1)\times(zz+1)}$

$= \frac{(\frac{1}{M}-1)dz}{(zz+\frac{1}{M})\times(zz+1)} = \frac{dz}{1+zz} - \frac{dz}{\frac{1}{M}+zz}$;

$$\text{ou } dx = \frac{dz}{1+zz} - \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{m+1}}} \times \frac{\sqrt{\frac{1}{m+1}}\, dz}{\frac{1}{m+1}+zz} = \frac{dz}{1+zz}$$

$$-\sqrt{(m+1)} \times \frac{\sqrt{(m+1)}\, dz}{1+(m+1)zz}.$$

D'où l'on voit que la courbe ſera algébrique, lorſque $\sqrt{m+1}$ ſera un nombre rationel. *C. Q. F. T.*

PROBLEME II.

Trouver ſur la ſurface de la Sphere, des courbes, dont la rectification dépende de la rectification du cercle?

Solut. Soit comme ci-deſſus $ABDE$ un grand cercle de la ſphere qui repréſente l'Equateur. Je cherche d'abord les courbes, dont la longueur dépende des arcs de cet Equateur; & pour cela (ayant nommé toutes les lignes, comme dans le Problême précédent) j'ai $pq = \sqrt{(dy^2 + yy\,dx^2 + dz^2)} = n\,dx$, ou (à cauſe de $dz^2 = \frac{yy\,dy^2}{1-yy}$) $dy^2 + yy\,dx^2 + \frac{yy\,dy^2}{1-yy} = nn\,dx^2$, ou $dy^2 + yy\,dx^2 - y^4\,dx^2 = nn\,dx^2 - nnyy\,dx^2$, ou $dx = \frac{dy}{\sqrt{[nn-(nn+1)yy+y^4]}}$.

C'eſt l'Equation qui exprime la nature des courbes pq, dont les arcs ſont aux arcs correſpondans de l'Equateur comme n à 1.

Coroll. Si l'on veut la courbe, dont les arcs ſoient égaux aux arcs correſpondans de l'Equateur, on a $dx = \frac{dy}{1-yy} = \frac{\frac{1}{2}dy}{1+y} + \frac{\frac{1}{2}dy}{1-y}$

ou

ou $x = \frac{1}{2} lA + \frac{1}{2} l(1+y) - \frac{1}{2} l(1-y)$, ou $x = \frac{1}{2} l(A \times \frac{1+y}{1-y})$. D'où l'on tire une conſtruction fort ſimple de cette Courbe; car on a $AB = \frac{1}{2} l(A \times \frac{EP}{PB})$. Prenant donc l'arc AB égal à la moitié du logarithme de EP, diviſé par PB, l'on a l'arc AB pour un rayon donné CP, & par conſéquent tous les points de la Courbe.

Autre Solut. On peut encore trouver des Courbes dépendantes de la rectification du cercle, en cherchant celles dont la longueur dépend de la longueur du Méridien, c'eſt-à-dire, celles où $pq = n.Bp$.

On a alors $dy^2 + yy\,dx^2 + dz^2 = nn\,dy^2 + nn\,dz^2$, ou $dy^2 + yy\,dx^2 + \frac{yy\,dy^2}{1-yy} = nn\,dy^2 + \frac{nnyy\,dy^2}{1-yy}$, ou $dx = \frac{dy\sqrt{(nn-1)}}{y\sqrt{(1-yy)}}$.

Les Courbes ſur la ſurface de la ſphere ſont alors des loxodromiques, & cette Equation eſt celle de leur projection.

Scholie. Si le Soleil ſe mouvoit dans une courbe, telle que celle que nous avons déterminée dans la premiere Solution, l'on auroit par tout ſon cours, le mouvement en longitude égal au mouvement en aſcenſion droite. Nous avons donc ici déterminé la nature de l'Ecliptique que devroit décrire le Soleil, pour que ces deux mouvemens fuſſent toujours égaux.

Mais ſi l'Ecliptique étant un cercle déterminé, on demande ſeulement un point où

le mouvement en longitude ſoit égal au mouvement en aſcenſion droite ; ce Problême qui devient beaucoup plus limité, eſt celui dont Mrs. Parent & Godin ont donné des Solutions dans les Mémoires de 1704, & de 1730. M. Godin cite non ſeulement la Solution de M. Parent, mais encore celles de Regiomontanus & de Stevin. Ces Solutions ſont fondées ſur la Trigonométrie ſphérique, même celle de M. Parent, quoiqu'il ſe ſoit ſervi du ſecours du Calcul differentiel.

On ne ſera peut-être pas fâché d'en trouver ici une autre indépendante de cette Trigonométrie; & où non-ſeulement le mouvement en longitude ſoit égal au mouvement en aſcenſion droite, mais encore lui ſoit en raiſon quelconque, de n à 1.

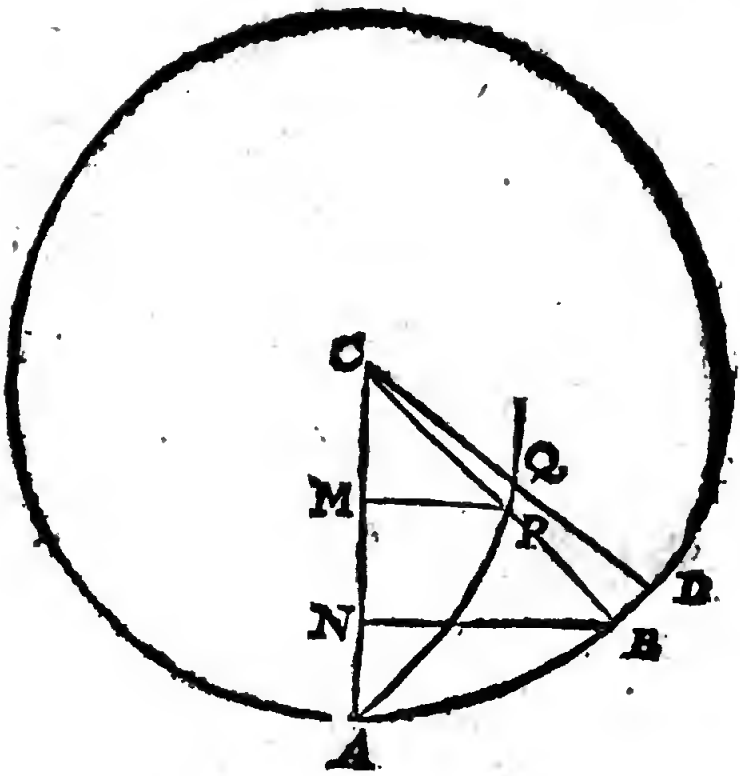
PROBLEME III.

Trouver le point de l'Ecliptique où l'arc pq *intercepté par deux méridiens ſoit à l'arc* BD *correſpondant de l'Equateur comme* n *à* 1.

Solut. Soit conçu le plan de l'Ecliptique $CA\,pq$ formant avec le plan de projection $CAPQ$ l'angle pMP, dont le coſinus $= m$, le rayon étant $= 1$. Soit $Mp = v$, $MP = mv$, & $CM = \sqrt{(1 - vv)}$, l'on aura pour l'élément de l'Ecliptique, $pq = \sqrt{(dMp^2 + dCM^2)} = \frac{dv}{\sqrt{(1 - vv)}}$.

On a $CP = \sqrt{(MP^2 + CM^2)} = \sqrt{(mmvv + 1 - vv)}$. $PM(mv) :: CB(1) . NB$

=



$= \frac{mv}{\sqrt{(mmvv - vv + 1)}}$; & de même CN $= \frac{\sqrt{(1-vv)}}{\sqrt{(mmvv-vv+1)}}$. Donc BD $= \frac{dNB}{\sqrt{(1-NB^2)}} = \frac{mdv : (mmvv-vv+1)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{(1-\frac{mmvv}{mmvv-vv+1})}}$ $= \frac{mdv}{(mmvv-vv+1)\sqrt{(1-vv)}}$. Donc (puisque $n.BD = pq$) $\frac{mndv}{(mmvv-vv+1)\sqrt{(1-vv)}}$ $= \frac{dv}{\sqrt{(1-vv)}}$, ou $mn = 1 + mmvv - vv$, ou $vv = \frac{mn-1}{mm-1}$, ou $v = \sqrt{(\frac{mn-1}{mm-1})}$. Ce

qui détermine le ſinus de la longitude du Soleil, lorſque ſon mouvement en longitude eſt à ſon mouvement en aſcenſion droite comme n à 1.

Et ſi l'on veut que ces deux mouvemens ſoient égaux, ce qui eſt le cas de Mrs Parent & Godin, l'on a (n étant $= 1$) le ſinus de la longitude $v = V\left(\frac{m-1}{mm-1}\right) = V\left(\frac{1}{m+1}\right)$.

OBSERVATION.

DE DEUX HYDROPISIES ENKYSTÉES DES POUMONS,

ACCOMPAGNÉES DE CELLE DU FOYE.

Par M. MALOET. *

IL eſt ſi rare que les Poumons ſoient attaqués d'Hydropiſie par épanchement, qu'en ayant obſervé deux dans le même Sujet, j'ai cru que cette obſervation méritoit d'être communiquée à l'Académie, d'autant plus que ces Hydropiſies étoient accompagnées de circonſtances, qui ne ſe rencontrent pas dans les Hydropiſies ordinaires; c'eſt ce qui m'a déterminé à donner la relation ſuivante.

Un Soldat Invalide étoit tourmenté d'une diffi-

* 9 Août 1732.

difficulté de reſpirer, conſidérable, accompagnée d'une fievre lente; il ne pouvoit ſe tenir couché ſur les côtés, ni à plat ſur le dos, qu'avec beaucoup de peine; ce qui l'obligeoit à être toujours ſur ſon ſéant: ſes bras & ſes mains étoient enflés, auſſi-bien que ſes jambes & ſes pieds; ſes urines étoient briquetées, ce qui ne pouvant être attribué qu'à leur mêlange avec de la bile, me fit juger qu'il y avoit dans le foye de ce malade quelque embarras, qui empêchant cette liqueur de ſe ſéparer librement, lui donnoit lieu de ſe mêler avec les urines.

Comme je ſoupçonnois de l'eau dans la poitrine de ce malade, j'examinai ſoigneuſement ſi j'y entendrois quelque fluctuation, en le faiſant tourner d'un côté ſur l'autre, mais je n'en apperçus aucune, & il m'aſſura n'en avoir jamais ſenti; ce qui me fit ſuſpendre mon jugement touchant l'épanchement d'eau dans la cavité de la poitrine, d'autant plus que je ne remarquois pas les autres accidens qui ont accoutumé d'accompagner cette maladie.

Après avoir langui dans cet état pendant deux ans, ſans qu'aucune ſorte de remede lui procurât du ſoulagement, que de peu de durée, il mourut, & je fis l'ouverture de ſon cadavre.

Je ne trouvai aucun épanchement d'eau dans la cavité de ſa poitrine, mais je remarquai ſur chaque poumon, à la partie qui eſt un peu concave, une tumeur ovale, dont le grand diametre étoit d'environ un demi-pied, & le petit diametre d'environ 4 pouces.

Je

Je ſentis dans ces deux tumeurs (qui paroiſſoient d'un volume aſſez égal) une fluctuation très ſenſible, ce qui me fit juger qu'elles contenoient une matiere liquide.

J'ouvris la tumeur du poumon droit, il en ſortit plus d'un demi-ſeptier de ſéroſité claire & limpide; j'aggrandis l'ouverture pour examiner le dedans de la tumeur, je trouvai qu'il étoit revêtu d'un kyſte blanchâtre, épais d'environ une ligne: je tâchai de le tirer hors de la tumeur; mais comme en y faiſant l'ouverture, j'avois coupé ce kyſte dans près de la moitié de ſon étendue, l'autre moitié ſe rompit en voulant le détacher du poumon auquel il étoit adhérent.

Cela m'engagea à m'y prendre d'une autre maniere, pour ouvrir la tumeur du poumon gauche, & à le faire de ſorte que je puſſe avoir le kyſte entier, en cas qu'il y en eût un, comme je le ſoupçonnois.

Je fis une très petite ouverture à cette tumeur, & ſeulement pour donner iſſue à la liqueur qui y étoit renfermée; il en ſortit de la ſéroſité à peu près à la même quantité, & de la même qualité que celle qui étoit ſortie de la tumeur du poumon droit.

Enſuite je fis ſur la membrane externe du poumon gauche, une inciſion très légere, pour ne rien couper de plus que cette membrane. Après y avoir fait une ouverture d'une aſſez grande étendue, pour pouvoir appercevoir ce qui étoit immédiatement au-deſſous, je trouvai qu'il y avoit effectivement un kyſte qui étoit de la même nature, & de la même conſiſtence que le premier.

Pour-

Pour-lors, je continuai mon inciſion ſur la membrane de ce poumon, & je fis l'ouverture aſſez grande pour que le kyſte entier pût y paſſer; après quoi je le ſéparai, ſans beaucoup de peine, avec mes doigts.

Je ſoufflai dans ce kyſte, après l'avoir détaché des poumons; j'eus alors une eſpece de globe creux, blanchâtre, liſſe & poli en dehors, dont le grand diametre étoit de 5 pouces, & le petit diametre de 3 ou environ; il a l'épaiſſeur d'une ligne, comme le précédent; la matiere qui le forme eſt molle, & paroit faite de pluſieurs couches, appliquées les unes ſur les autres; on n'y remarque ni fibres, ni vaiſſeaux, ni glandes.

Je conſerve ce kyſte entier, depuis quelques années, dans de l'eau-de-vie, ſans qu'il y ſoit ſurvenu de changement, ſi ce n'eſt que quelques-unes de ſes couches ſe ſont ſéparées dans quelques endroits, & que l'ouverture que j'y avois faite, très petite d'abord, s'étant aggrandie à chaque fois que j'y ai touché pour l'examiner, elle eſt devenue beaucoup plus conſidérable.

J'ai conſervé de même les pieces de l'autre kyſte; elles prêtent facilement, quand on les allonge, cependant elles font quelque réſiſtance à leur déchirement, & elles ſe remettent par leur propre reſſort, quand on ceſſe de les allonger: cela n'empêche pas qu'on ne les détruiſe quand on les preſſe un peu fortement entre les doigts, & qu'on ne les réduiſe en une eſpece de bave & de mucoſité.

On

On y voit clairement leurs differentes couches, elles ſe ſéparent d'elles-mêmes dans leur bord, & pour peu qu'on les tire avec les doigts, on peut aiſément continuer leur ſéparation dans toute leur étendue: ces couches, ſéparées les unes des autres, ſont tranſparentes.

Après avoir examiné les poumons de ce malade, je viſitai ſon foye; j'apperçus à la partie convexe, moyenne & ſupérieure de ſon grand lobe, une tumeur molle avec fluctuation, comme celles des poumons; elle étoit enfoncée dans la ſubſtance de ce viſcere; il en ſortit par l'ouverture, une humeur de couleur jaune tirant ſur le verd, & telle à peu près que celle qu'a la bile détrempée dans de l'eau; cette liqueur étoit aſſez limpide, elle étoit renfermée dans un kyſte qui eſt de la même nature que ceux qui étoient dans les poumons, à cela près qu'il eſt verdâtre, comme on peut le voir dans les portions que j'en ai conſervées, & qu'il étoit d'un volume beaucoup moindre, n'ayant qu'environ 3 pouces de diametre dans ſa plus grande étendue.

La ſéroſité qui étoit contenue dans ces tumeurs, n'étoit autre choſe que de la lymphe extravaſée, ce qui lui étoit arrivé vraiſemblablement, parce que s'étant arrêtée dans un ou pluſieurs vaiſſeaux lymphatiques de ces viſceres, ſoit qu'il s'y fût formé des obſtructions, ou qu'il y fût ſurvenu du relâchement, ou qu'ils euſſent ſouffert quelque compreſſion, elle n'a pu continuer ſon cours librement; ce qui l'a obligée à forcer & rompre quel-

quelqu'un de ces vaiſſeaux, & à ſe répandre dans le tiſſu cellulaire, formé par la membrane interne des poumons, laquelle, comme on ſait, ſe plonge dans leur ſubſtance, ſépare leurs lobules, occupe les interſtices qu'ils laiſſent entre eux, environne & envelope les arteres & les veines pulmonaires, auxquelles elle ſert de gaine, auſſi-bien qu'aux vaiſſeaux lymphatiques de ce viſcere; la lymphe s'étant épanchée dans quelques cellules de ce tiſſu, elle les a dilatées au point d'y former une cavité conſiderable.

Je dis que la lymphe s'eſt répandue dans les interſtices qui ſéparent les lobules des poumons, & non pas dans les lobules mêmes; car ſi l'épanchement de la lymphe s'étoit fait dans ces derniers, leurs véſicules ayant une communication immédiate avec les bronches, le malade n'auroit pas manqué de la rendre par la bouche, par la même raiſon qui fait que l'on crache le ſang, lorſqu'il y a un vaiſſeau ouvert dans les véſicules de cette partie, comme il arrive dans les péripneumonies, & les hémoptyſies; & par cette raiſon il ne ſe ſeroit point formé d'amas de ſéroſité dans les poumons: d'ailleurs quoique le malade dont il eſt ici queſtion, touſſât beaucoup, il ne crachoit point, ou que très peu. Ainſi il doit paſſer pour conſtant, que l'épanchement n'étoit pas dans les véſicules, & par conſéquent il n'a pu être que dans quelqu'un des interſtices qui ſéparent les lobules.

A l'égard de la tumeur du foye, l'humeur qui y étoit contenue, étoit auſſi de la lymphe:

phe : mais comme cette liqueur, quoique limpide, étoit d'une couleur jaune tirant ſur le verd, telle à peu près qu'on peut encore la voir dans les morceaux de kyſte qui ſe ſont trouvés dans cette tumeur, & que j'ai conſervés, cela fait juger que la bile a eu part à ſa formation, & que quelque vaiſſeau lymphatique s'étant rompu dans le foye, de même que dans les poumons, & par les mêmes ou par de ſemblables occaſions, la lymphe s'eſt répandue dans quelqu'un des interſtices, qui, ſuivant les obſervations de Malpighi, ſéparent les lobules de ce viſcere, ou dans quelqu'une des cellules du tiſſu qui, ſuivant M. Winſlow, ſe gliſſe entre ſes grains glanduleux ; la lymphe s'étant ainſi répandue dans quelqu'une de ces ſéparations ou cellules, elle l'a aggrandie au point d'en faire un ſac, ou une poche.

Il n'eſt pas difficile de concevoir que quelques parties de bile, en ſuintant à travers les membranes des glandes & des pores biliaires des environs de cette poche, ont dû ſe mêler avec la lymphe qui y étoit contenue.

La bile a ſuinté d'autant plus aiſément à travers les membranes de ces glandes & de ces vaiſſeaux biliaires, que les uns & les autres ont été relâchés, par la ſéroſité répandue dans cette cavité, & que ce relâchement ayant rendu les pores de ces membranes plus capables de ſe dilater, ils en ont auſſi été plus propres à laiſſer paſſer les particules de bile.

Ce ſuintement de la bile à travers les membra-

branes des glandes du foye & des pores biliaires, ne paroitra point extraordinaire, ſi l'on fait attention qu'elle a coutume de paſſer à travers celles de la véſicule du fiel, comme cela eſt prouvé par la couleur jaune ou verte, dont ſe trouvent teints ordinairement le foye (dans l'endroit où cette véſicule eſt placée), le duodenum, le colon, & les autres parties qui la touchent.

Quand je dis que l'humeur qui étoit contenue dans ces tumeurs, étoit de la lymphe, je ne prétends pas qu'une portion de la partie aqueuſe du ſang n'ait pu s'y mêler; il y a au contraire bien de l'apparence que les vaiſſeaux ſanguins, tant des poumons, que du foye, ont été néceſſairement comprimés en quelques endroits, par des tumeurs auſſi conſiderables, & dilatés en d'autres, où les pores de leurs membranes ſe ſont élargis; & qu'une portion de la partie aqueuſe du ſang a paſſé à travers, avec d'autant plus de facilité, que les membranes de ces vaiſſeaux ont dû être relâchées, par la ſéroſité qui s'eſt exprimée du ſang, en conſéquence du ſéjour qu'il a été obligé de faire: une portion de la partie aqueuſe du ſang ayant paſſé à travers les membranes des vaiſſeaux ſanguins des poumons & du foye, dans les cavités de ces tumeurs, elle s'eſt mêlée avec la lymphe qui y étoit contenue, elle en a augmenté le volume, & entretenu la fluidité.

Que la partie aqueuſe du ſang puiſſe paſſer à travers les membranes des vaiſſeaux ſanguins, lorſque le ſang y ſéjourne, cela eſt prouvé par

par differentes eſpeces d'hydropiſies, mais ſur-tout par l'enflure des jambes qui ſurvient aux longues maladies, & que l'on ne ſauroit attribuer qu'à la partie aqueuſe du ſang qui, paſſant à travers les membranes des vaiſſeaux ſanguins, s'inſinue dans les cellules adipeuſes, & s'imphiltre même quelquefois dans la peau, où elle cauſe un œdeme, lequel ſe diſſipe, lorſque cette même partie aqueuſe repaſſe dans les vaiſſeaux d'où elle étoit ſortie; à quoi la ſituation des parties contribue beaucoup.

* Pour ce qui eſt des kyſtes, dont l'intérieur de ces tumeurs étoit revêtu; ſe détruiſans, comme on le voit, quand on les preſſe entre les doigts, & ſe réduiſans en une eſpece de gelée, ou de matiere mucilagineuſe, il n'y a pas lieu de douter, qu'ils n'ayent été formés du fluide même qui étoit contenu dans ces tumeurs, c'eſt-à-dire, de la lymphe.

Cette liqueur eſt, comme tout le monde ſait, compoſée de deux ſortes de parties, les unes fibreuſes, ou filamenteuſes & branchues, les autres aqueuſes, dans leſquelles nagent les premieres: celles-ci ſont propres à s'unir & à faire corps, cela paroit clairement dans ces filandres qui ſe forment dans l'eau où l'on a reçu le ſang d'une ſaignée, & qui ne ſont autre choſe que la portion lymphatique du ſang, épaiſſie par la réunion de ſes fibres: les parties filamenteuſes de la lymphe

* *Ces kyſtes ont été portés à l'Académie, où ils ont été vus & examinés dans l'Aſſemblée.*

phe étant branchues, il eſt aiſé de concevoir que lorſque cette liqueur a été épanchée dans les interſtices qui ſont entre les lobules des poumons & du foye, elles ſe ſont accrochées par leurs filamens à leurs parois, elles s'y ſont collées, & là elles ont fait une premiere couche de matiere mucilagineuſe, laquelle a été ſuivie d'une ſeconde, celle-ci d'une troiſieme, & enfin de pluſieurs autres.

C'eſt ainſi que ces kyſtes ſe ſont formés par couches, parce que les parties fibreuſes de la lymphe ne ſe ſont pas appliquées toutes en même tems aux parois de la cavité où elle étoit contenue, mais ſucceſſivement, & qu'il a fallu que les filamens de cette humeur qui ſont toujours extrêmement petits, ſe ſoient unis après ſon épanchement en de groſſes molécules qui fuſſent capables de donner aſſez de priſe aux parties aqueuſes pour être pouſſées par elles à leur circonférence, & qui fuſſent propres à s'attacher aux parois de la tumeur & à s'y arrêter.

Je dis qu'il a fallu que les fibres de la lymphe ſe ſoient unies en molécules; car il faut remarquer que ces fibres dans la formation de ces kyſtes ne ſe ſont pas unies de maniere qu'il en ait réſulté de plus groſſes par leur réunion; on n'y en obſerve aucune, on voit ſeulement qu'ils ſont compoſés de molécules fort irrégulieres; & ces molécules n'ayant pu ſe faire toutes à la fois, mais ſeulement dans des intervalles proportionnés à la quantité des parties filamenteuſes de la lymphe, ci-

elles n'ont pu par conſéquent s'unir toutes en même tems, mais ſucceſſivement: c'eſt ce qui a formé differentes couches.

C'eſt par une ſemblable raiſon que les pierres qui s'engendrent dans la veſſie, celles qu'on trouve dans la véſicule du fiel & les bezoards ſont ordinairement formés par couches, ces corps étant compoſés de matieres qui ſe raſſemblent & s'uniſſent en differens tems.

Ces kyſtes étoient mous, parce que quoique les parties fibreuſes de la lymphe en s'uniſſant pour faire corps, ſe fuſſent ſéparées des parties aqueuſes, de maniere qu'elles n'en étoient plus abbreuvées ſuffiſamment pour conſerver leur fluidité, il leur en étoit encore trop reſté pour former un corps qui ne fût pas mou, comme le ſont toutes les concrétions lymphatiques qui ſe font dans des endroits humides, & où elles ſont à l'abri de l'air, à la difference de celles qui y ſont expoſées, ou qui ſe font dans des lieux ſecs, leſquelles durciſſent avec le tems, ainſi qu'il eſt arrivé à quelques morceaux de ces kyſtes que j'ai laiſſés à l'air.

Les couches intérieures de ces follicules ſont glaireuſes, peu fermes & ſolides, à la difference des autres, ſur-tout de celles de dehors, dont le tiſſu eſt plus ſerré; elles ſe ſéparent d'elles-mêmes les unes des autres par leurs bords, tant les externes que les internes, & elles peuvent encore ſe diviſer en d'autres extrêmement fines & déliées: mais les externes ſe ſéparent bien moins aiſément de celles qui les ſuivent que les internes, ce qui

qui marque que les dernieres n'ont pas eu le loisir de s'unir si étroitement que les premieres, ni d'acquérir autant de fermeté que celles-ci en ont.

La face interne de ces kystes est parfaitement unie & égale, parce qu'elle a été également pressée par la liqueur qui y étoit renfermée, par la même raison que le tartre & la matiere pierreuse qui s'attachent aux tonneaux ou aux tuyaux des aqueducs intérieurement, forment des croutes assez égales dans leur superficie.

La face externe des follicules qui étoient dans les poumons, est chagrinée & parsemée de rayes & de sillons superficiels, que l'on ne remarque pas dans celui du foye ; ces differences viennent sans doute de la diversité des parties auxquelles ces differens kystes ont été appliqués.

La couleur jaune du kyste qui étoit dans le foye se remarque aussi-bien au dedans de sa substance qu'au dehors, enforte qu'il n'y a aucun lieu de douter que ses parties n'ayent pris cette teinture dès le tems qu'il étoit encore liquide ; mais sa face extérieure est recouverte d'un enduit brun & foncé, qu'il est aisé d'enlever en le ratissant avec les ongles : ce qui prouve qu'il a été formé par de la bile qui a suinté des glandes du foye ou des pores biliaires, & qui ayant rencontré ce kyste tout formé, n'a pu pénétrer sa substance, ni jusques dans sa cavité, & a été obligée de s'arrêter sur sa surface en maniere de croute ; au-lieu qu'avant la formation de ce kyste la bile qui suintoit des vaisseaux dont

je viens de parler, s'eſt mêlée tant avec les parties de la liqueur qu'il contenoit, qu'avec celles qui ont ſervi à le former: c'eſt de-là qu'eſt venue la couleur jaune de cette liqueur & de ſon follicule.

Et ſi l'un & l'autre ſont beaucoup moins bruns & moins foncés que cet enduit, c'eſt parce qu'il a été formé de bile toute pure, au-lieu que le kyſte & la liqueur qu'il renfermoit étoient un mêlange de bile & de parties aqueuſes, dont celles-ci même faiſoient la plus grande partie, ce qui a dû beaucoup éclaircir la couleur jaune que la bile leur a communiquée.

Les couches de ces follicules ſont toutes enſemble un corps opaque, mais quand on les examine ſéparément, elles ont la transparence de la gelée de viande, & même la couleur, hors dans le kyſte du foye, où elles ſont d'un jaune ſaffranné: & quoiqu'elles ayent plus de conſiſtence que la gelée, ſurtout étant unies pluſieurs enſemble, on ne laiſſe pas de les détruire, en les preſſant un peu fortement entre les doigts, & de les diſſoudre comme on diſſoudroit de la colle épaiſſie.

C'eſt ce qui diſtingue ſurement ces kyſtes des follicules glanduleux, cellulaires ou véſiculaires aggrandis, & des vaiſſeaux lymphatiques dilatés, en un mot des kyſtes organiſés, & qui ſont de vrayes membranes, lesquels ſe déchirent ou ſe tortillent étant preſſés entre les doigts; mais quelque fins qu'ils ſoient, on ne détruit point leurs membranes avec les doigts, encore moins peut-on les dis-

diſſoudre, étant d'un tiſſu plus ſolide & plus ſerré que des concrétions; ils ſont auſſi plus minces, plus déliés & plus fins, ce qui fait qu'ils ont plus de ſoupleſſe, & qu'on peut aiſément les plier: au-lieu que des morceaux de kyſtes formés de lymphe, tels que ſont ceux dont je parle, quand ils ont leur molleſſe & leur humidité, ſont plus aiſés à rouler qu'à plier; quand ils ſont ſecs, ils reſſemblent à de la colle-forte, ſoit par leur couleur, ſoit par une eſpece de tranſparence qu'ils ont quand on les regarde à travers le jour, ſoit par leur conſiſtence, & parce qu'ils ſont ſans ſoupleſſe & ſans élaſticité, ſe caſſant net, ce que ne font pas les vrayes membranes qui, après avoir été deſſechées, conſervent quelque ſoupleſſe & de l'élaſticité.

D'ailleurs, il n'y a gueres de membrane dans le corps humain, reconnue généralement pour telle, quelque fine & déliée qu'elle ſoit, où l'on ne remarque à l'œil ou à la faveur du microſcope, quelques fibres, quelques ramifications de vaiſſeaux, quelque eſpece de tiſſu ou de réſeau. On n'obſerve rien de pareil dans les kyſtes dont il s'agit ici, ni dans les couches dont ils ſont compoſés; on remarque au contraire, en les regardant avec le microſcope à travers le jour, qu'elles ſont formées par l'aſſemblage de differentes molécules, parmi leſquelles il y en a de fort épaiſſes & groſſieres, & d'autres qui le ſont beaucoup moins, à peu près comme on en remarque dans de la colle-forte, ou du papier brouillard, regardés de même.

Il paroit ſingulier que ces ſortes d'hydro-

piſies étant fort rares dans les poumons & dans le foye, quoiqu'elles ne le ſoient point ailleurs, il n'y en ait point eu dans d'autres parties de ce Sujet, mais ſeulement dans ces viſceres; que même il y en ait eu une dans chaque poumon d'un volume ſi conſidérable & d'une groſſeur égale.

C'eſt une ſingularité dont il eſt difficile de rendre raiſon autrement que par conjecture, pouvant dépendre du dérangement de quelques parties imperceptibles à la vue: cependant le relâchement des tiſſus cellulaires qui rempliſſent les interſtices des lobules des poumons & du foye, ou qui ſéparent les glandes de ce dernier viſcere, peuvent y avoir eu beaucoup de part, en tenant ces interſtices moins ſerrés qu'ils n'auroient dû l'être naturellement, & en donnant aux vaiſſeaux lymphatiques qu'ils ſoutenoient, moins de force qu'ils n'auroient dû en avoir.

Il eſt aiſé de déduire de ce relâchement l'épanchement de la lymphe dans ces interſtices, & les tiſſus cellulaires qui les garniſſent ont pu être relâchés par les mêmes cauſes qui font que dans certains ſujets, bien conſtitués d'ailleurs, le péritoine ſe relâche, & par-là donne occaſion à des hernies ou deſcentes.

Je dirai ici en paſſant, que cette obſervation prouve que ceux qui prétendent que tous les kyſtes des tumeurs enkyſtées ſont des parties organiſées (c'eſt-à-dire des glandes, des cellules, des véſicules aggrandies, ou des vaiſſeaux lymphatiques dilatés) ſont dans l'erreur, puiſqu'elle fournit l'exemple inconteſtable de trois kyſtes, qui ne peuvent être rap-

rapportés à aucune de ces parties, & qui loin d'être des vaisseaux destinés à contenir de la lymphe, ne sont visiblement que cette même lymphe épaissie hors de ses vaisseaux.

Non seulement il y a quelques follicules des tumeurs anomales qui ne sont pas des parties organisées, & qui ne sont que de simples concrétions lymphatiques, comme on vient de le voir; on peut même croire qu'il y en a beaucoup qui ne sont pas autre chose: on peut le croire avec d'autant plus de fondement, qu'un grand nombre de ces tumeurs ne contiennent que de la lymphe; mais cela mérite d'être examiné plus particulierement.

MANIERE

De déterminer la nature des Roulettes formées sur la superficie convexe d'une Sphere, & de déterminer celles qui sont Géométriques, & celles qui sont rectifiables.

Par M. NICOLE.

I.* SOIT un cercle *AB*, dont le centre est *C*, si l'on conçoit sur le rayon *CA* une règle attachée fixement en *C*, & qui porte à son autre extrémité *A* un autre cercle *A*, 5, 7, 6, décrit du rayon *DA* sur un plan oblique 1, 2, 3, 4, & dont l'obliquité sur le plan du premier cercle *CAB* est mesu-

* Fig. 1.

meſurée par la perpendiculaire DE; que de plus ſur le rayon DA il y ait une ſeconde règle attachée fixement en D, & qui puiſſe ſe mouvoir ſur la circonférence $A, 5, 7, 6$. Cela poſé, ſi l'on fait mouvoir la règle CA de CA en CQ ſur l'arc indéterminé AQ, tranſportant le cercle $A, 5, 7, 6$, & que dans le même tems on faſſe auſſi mouvoir la règle DA de DA en DM ſur l'arc AM, de maniere que l'arc AM du petit cercle ſoit égal à l'arc AQ du grand cercle, il eſt clair que par ce double mouvement, le point M décrira une courbe à double courbure. On demande la nature de cette courbe, & celle de ſa projection AL faite ſur le plan CAL par des perpendiculaires abbaiſſées de tous les points M ſur ce plan.

SOLUTION.

* Le rayon CA étant parvenu en CQ, & le rayon DQ en Dm, de maniere que l'arc QA ſoit égal à l'arc Qm, ſi l'on mène les ordonnées QO & mR à ces deux cercles, & de plus le rayon DI, tel que l'arc QI ſoit ſemblable à l'arc QA, que l'on mène les cordes QA, QM & QI, & que l'on faſſe $CA=n$, $DQ=r$, $AO=x$, $QR=z$, on aura cette proportion $CA.(n).AQ(\sqrt{2nx})::DQ(r).QI=\frac{r}{n}\sqrt{2nx}$. On aura auſſi la corde $Qm=\sqrt{2rz}$, & pour avoir le rapport de la corde

* Fig. 2.

corde Qm à la corde QI, il faut trouver le rapport de z à x. Pour le trouver ce rapport, je remarque que l'arc QI eſt à l'arc Qm, comme DQ eſt à CA.

Ainſi pour trouver l'expreſſion en x de la corde Qm, cette partie du Problême ſe réduit à trouver la corde d'un arc, lequel arc ſoit à un autre arc, dont la corde eſt donnée, dans un rapport donné qui eſt ici de n à r.

* Pour cela ſoit un cercle $ACBD$, dont le diametre eſt AB; ſi l'on mène deux cordes quelconques AC, AD, & auſſi celles de leurs complémens CB & DB, on ſait que $AC \times DB + AD \times BC = AB \times DC$. Ainſi ſi l'on nomme AB, $2r$, & AD (b), par cette propoſition, lorſque l'arc AC eſt égal à l'arc AD, la corde CD de l'arc double ſera connue. Par le moyen de la corde de l'arc double, on connoitra celle de l'arc triple, & par celle-là la corde de l'arc quadruple, & enſuite celle de l'arc quintuple, ſextuple, &c.

Toutes ces cordes ſeront,

la corde de l'arc ſimple étant... b.

Celle de l'arc double ſera..... $\frac{b}{r}\sqrt{4rr-bb}$.

Du 3me..... $\frac{b}{rr} \times \overline{3rr-bb}$.

Du 4me..... $\frac{b}{r^3}\sqrt{4rr-bb} \times \overline{2rr-bb}$.

Du 5me..... $\frac{b}{r^4} \times \overline{5r^4-5rrbb+b^4}$.

Du

* Fig. 3.

Du 6me . . . . . $\frac{b}{r^5}\sqrt{4rr-bb}\times\sqrt{3r^4-4rrbb+b^4}$.

Du 7me . . . . . $\frac{b}{r^6}\times\sqrt{7r^6-14r^4bb+7r^2b^4-b^6}$.

Du 8me . . . . . $\frac{b}{r^7}\sqrt{4rr-bb}\times\sqrt{4r^6-10r^4bb+6rrbb-b^6}$.

Du 9me . . . . . $\frac{b}{r^8}\times\sqrt{9r^8-30r^6bb+27r^4b^4-9rrb^6+b^8}$.

Du 10me . . . . . $\frac{b}{r^9}\sqrt{4rr-bb}\times\sqrt{5r^8-20r^6b^4+21r^4b^6-8rrb^8+b^{10}}$.

Du 11me . . . . . $\frac{b}{r^{10}}\times\sqrt{11r^{10}-55r^8bb+77r^6b^4-44r^4b^6+11rrb^8-b^{10}}$.

Du 12me . . . . . $\frac{b}{r^{11}}\sqrt{4rr-bb}\times\sqrt{6r^{10}-35r^8bb+56r^6b^4-36r^4b^6+10rrb^8-b^{10}}$.

Du 13me . . . . $\frac{b}{r^{12}}\times\sqrt{13r^{12}-91r^{10}bb+182r^8b^4-156r^6b^6+65r^4b^8-13rrb^{10}+b^{12}}$.

Du 14me . . $\frac{b}{r^{13}}\sqrt{4rr-bb}\times\sqrt{7r^{12}-56r^{10}bb+126r^8b^4-120r^6b^6+55r^4b^8-12rrb^{10}+b^{12}}$.

Tou.

Toutes ces cordes ſe réduiſent à

1. b.

2. $\frac{b}{r}\sqrt[1]{4rr-bb}$

3. $\frac{b}{r^2}\sqrt[2]{4rr-bb}-b$.

4. $\frac{b}{r^3}\sqrt[3]{4rr-bb}-\frac{2b}{r}\sqrt[1]{4rr-bb}$.

5. $\frac{b}{r^4}\sqrt[4]{4rr-bb}-\frac{3b}{r^2}\sqrt[2]{4rr-bb}+b$.

6. $\frac{b}{r^5}\sqrt[5]{4rr-bb}-\frac{4b}{r^3}\sqrt[3]{4rr-bb}+\frac{3b}{r}\sqrt[1]{4rr-bb}$.

7. $\frac{b}{r^6}\sqrt[6]{4rr-bb}-\frac{5b}{r^4}\sqrt[4]{4rr-bb}+\frac{6b}{r^2}\sqrt[2]{4rr-bb}-b$.

8. $\frac{b}{r^7}\sqrt[7]{4rr-bb}-\frac{7b}{r^5}\sqrt[5]{4rr-bb}+\frac{10b}{r^3}\sqrt[3]{4rr-bb}-\frac{4b}{r}\sqrt[1]{4rr-bb}$.

9. $\frac{b}{r^8}\sqrt[8]{4rr-bb}-\frac{7b}{r^6}\sqrt[6]{4rr-bb}+\frac{15b}{r^4}\sqrt[4]{4rr-bb}-\frac{10b}{rr}\sqrt[2]{4rr-bb}+b$.

10. $\frac{b}{r^9}\sqrt[9]{4rr-bb}-\frac{8b}{r^7}\sqrt[7]{4rr-bb}+\frac{21b}{r^5}\sqrt[5]{4rr-bb}-\frac{20b}{r^3}\sqrt[3]{4rr-bb}+\frac{5b}{r}\sqrt[1]{4rr-bb}$.

La formule générale de toutes ces cordes, en nommant n l'exposant de l'arc multiple dont on cherche la corde, est

$$\frac{b}{r^{n-1}}\sqrt[n-1]{4rr-bb} - \times n-2 \times \frac{b}{r^{n-3}}\sqrt[n-3]{4rr-bb}$$

$$+ \frac{n-4.\ n-3}{1.\ 2} \times \frac{b}{r^{n-5}}\sqrt[n-5]{4rr-bb} -$$

$$\times \frac{n-6.\ n-5.\ n-4}{1.\ 2.\ 3} \times \frac{b}{r^{n-7}}\sqrt[n-7]{4rr-bb} +$$

$$\times \frac{n-8.\ n-7.\ n-6.\ n-5}{1.\ 2.\ 3.\ 4} \times \frac{b}{r^{n-9}}\sqrt[n-9]{4rr-bb} -$$

&c.

D'où l'on voit que si l'on avoit voulu chercher l'expression de la corde, d'un arc sous-multiple, d'un arc donné, dont la corde est b, en nommant y cette corde cherchée, on auroit eu cette Equation

$$b = \frac{y}{r^{n-1}}\sqrt[n-1]{4rr-yy} - \times n-2 \times \frac{y}{r^{n-3}}\sqrt[n-3]{4rr-yy}$$

$$+ \times \frac{n-4.\ n-3}{1.\ 2} \times \frac{y}{r^{n-5}}\sqrt[n-5]{4rr-yy} -$$

$$\times \frac{n-6.\ n-5.\ n-4}{1.\ 2.\ 3} \times \frac{y}{r^{n-7}}\sqrt[n-7]{4rr-yy} +$$

$$\times \frac{n-8.\ n-7.\ n-6.\ n-5}{1.\ 2.\ 3.\ 4} \times \frac{y}{r^{n-9}}\sqrt[n-9]{4rr-yy}$$

+ &c. dont la résolution donnera la valeur d'y qu'on demande.

Après avoir trouvé ces deux suites, j'ai vu que

que le célèbre M. Jean Bernoulli les avoit données dans les Journaux de Leipsick, mais sans Démonstration.

Ainsi la corde QI étant $\frac{r}{n}\sqrt{2nx}$, & l'arc $QI=1$, l'arc Qm sera $\frac{n}{r}$, & pour avoir la corde Qm, il faut substituer dans la premiere suite pour b, $\frac{r}{n}\sqrt{2nx}$, & pour n, $\frac{n}{r}$, & l'on aura Qm, ou $\sqrt{2rz}$

$$= \frac{\frac{r}{n}\sqrt{2nx}}{\frac{n}{r}-1}\sqrt{4rr-\frac{2nrrx}{nn}}^{\frac{n}{r}-1} \times \frac{\frac{n}{r}-2}{2}$$

$$\times \frac{\frac{r}{n}\sqrt{2nx}}{\frac{n}{r}-3}\sqrt{4rr-\frac{2nrrx}{nn}}^{\frac{n}{r}-2}$$

$$+ \frac{\frac{n}{r}-4\times\frac{n}{r}-3}{1.2.} \times \frac{\frac{r}{n}\sqrt{2nx}}{\frac{n}{r}-5}\sqrt{4rr-\frac{2nrrx}{nn}}^{\frac{n}{r}-3}$$

$$- \times \frac{\frac{n}{r}-6\times\frac{n}{r}-5\times\frac{n}{r}-4}{1.2.3}$$

$$\times \frac{\frac{r}{n}\sqrt{2nx}}{\frac{n}{r}-7}\sqrt{4rr-\frac{2nrrx}{nn}}^{\frac{n}{r}-7} +$$

S 6 &c.

&c. D'où l'on tire $\overset{A}{\sqrt{z}} = \sqrt{\frac{rx}{n}} \times \left(\frac{4n-2x}{n}\right)^{\frac{n-r}{2r}}$

$$- \times \frac{n-2r}{1.r} \times \left(\frac{4n-2x}{n}\right)^{\frac{n-3r}{2r}} + \frac{n-3r \times n-4r}{1.2.rr}$$

$$\times \left(\frac{4n-2x}{n}\right)^{\frac{n-5r}{2r}} - \times \frac{n-4r \times n-5r \times n-6r}{1.2.3.r^3}$$

$$\times \left(\frac{4n-2x}{n}\right)^{\frac{n-7r}{2r}} + \text{&c.}$$

Maintenant si du centre D, & des points R & m, on abbaisse les perpendiculaires DE, RG & mM; les points E & G seront sur le rayon CQ, & le point M sera à la Courbe de projection.

Si de plus, on mène mS & SR parallele au plan CAL, & que l'on nomme QE, g, DE, f, on aura $mR = MG = \sqrt{2rz - zz}$, $QG = \frac{gz}{r}$, & $RG = mM = \frac{fz}{r}$. D'où il suit $QM\,(\sqrt{Qm^2 - mM^2}) = \frac{1}{r}\sqrt{2r^3z - ffzz}$,

$$\& CM = (\sqrt{CG^2 + MG^2}) = \sqrt{n - \frac{gz}{r}^2 + 2rz - zz}$$

$$= \frac{\sqrt{rr - gg}}{r} \times \sqrt{\frac{nnrr - 2gnrz + 2r^3z}{rr - gg} - zz}.$$

Si donc on substitue dans QM, CM & Mm, pour z, sa valeur tirée de l'Equation

A, on aura $QM = v\sqrt{\frac{2rx}{n}} \times \sqrt{\left(\frac{4n-2x}{n}\right)^{\frac{n-r}{2r}}}$

$$- \times \frac{n-2r}{1.r} \times \frac{4n-2x}{n}^{\frac{n-3r}{2r}} + \frac{n-3r \times n-4r}{1.2.rr}$$

$$\times \frac{4n-2x}{n}^{\frac{n-5r}{2r}} - \&c.)^2 - \frac{ffx^2}{nn} \times \left(\frac{4n-2x}{n}^{\frac{n-r}{2r}}\right.$$

$$- \times \frac{n-2r}{1.r} \times \frac{4n-2x}{n}^{\frac{n-3r}{2r}} + \frac{n-3r \times n-4r}{1.2.rr}$$

$$\times \frac{4n-2x}{n}^{\frac{n-5r}{2r}} - \&c.)^4 \; CM = v' \sqrt{rr-gg}$$

$$\times \sqrt{\left[\frac{nn}{rr-gg} - \frac{2gn+2rr}{rr-gg} \times \frac{x}{n} \times \left(\frac{4n-2x}{n}^{\frac{n-r}{2r}}\right.\right.}$$

$$- \times \frac{n-2r}{1.r} \times \frac{4n-2x}{n}^{\frac{n-3r}{2r}} + \frac{n-3r \times n-4r}{1.2.rr}$$

$$\times \frac{4n-2x}{n}^{\frac{n-5r}{2r}} - \&c.)^2 - \frac{xx}{nn} \times \left(\frac{4n-2x}{n}^{\frac{n-r}{2r}}\right.$$

$$- \times \frac{n-2r}{1.r} \times \frac{4n-2x}{n}^{\frac{n-3r}{2r}} + \frac{n-3r \times n-4r}{1.2.rx}$$

$$\left.\left. \times \frac{4n-2x}{n}^{\frac{n-5r}{2r}} - \&c.)^4\right] \; Mm = \frac{fx}{n}$$

$$\times \left(\frac{4n-2x}{n}^{\frac{n-r}{2r}} - \times \frac{n-2r}{1.r} \times \frac{4n-2x}{n}^{\frac{n-3r}{2r}}\right.$$

$$+\frac{n-3r}{1.2.rr}\times\frac{n-4r}{n}\times\frac{4n-2x}{2r}^{\frac{n-5r}{2r}}-\&c.)^{c}$$

Ce qui donne cette conſtruction.

Soit pris ſur le rayon CA, la partie AO indéterminée $=x$, que l'on mène l'ordonnée OQ à ce cercle, & que des points Q & C comme centres, & des rayons QM & CM, tels qu'on les vient de déterminer, on décrive deux cercles; ces cercles ſe couperont en M qui ſera à la courbe de projection cherchée; & ſi ſur ce point M, on élève Mm telle qu'on l'a déterminée, perpendiculairement au plan $CAQB$, le point m, ſera à la courbe à double courbure que l'on demandoit.

COROLLAIRE I.

II. Si l'on examine les trois ſuites qui entrent dans les expreſſions de QM, CM & Mm, on verra qu'elles ſeront finies toutes les fois que le rapport $\frac{n}{r}$ ſera égal à un nombre entier, c'eſt-à-dire, lorſque le diametre du grand cercle contiendra un nombre de fois tel qu'on voudra, le diametre du petit cercle. Dans tous ces cas, les courbes à double courbure & de projection ſeront donc Géométriques.

REMARQUE.

III. Si le diametre du grand cercle ne contenoit pas un nombre de fois exactement le

le diametre du petit cercle, dans ces nouveaux cas, les courbes ne laisseroient pas d'être Géométriques, pourvu que le rapport des diametres fût de nombre à nombre. Soit, par exemple, ce rapport comme 5 à 2, on aura la corde $QI = \frac{2}{5}\sqrt{2nx}$, & la corde Qm appartiendra à l'arc Qm qui est les $\frac{1}{2}$ de l'arc QI.

Pour trouver cette corde, il faut par la premiere suite, prendre la corde de l'arc quintuple QI, & par la seconde suite, on trouvera la corde de l'arc, moitié de cet arc quintuple, qui fournira cette Equation

$$\frac{2}{5}\sqrt{2nx} \times \frac{\sqrt{4rr - \frac{9}{25} \times 2nx}^{2}}{rr} \times 3 - \frac{2}{5}\sqrt{2nx} \times \frac{\sqrt{4rr - \frac{9}{25} \times 2nx}^{2}}{rr} + \frac{2}{5}\sqrt{2nx} = \frac{y}{r}\sqrt{4rr - yy},$$

de laquelle on tirera la valeur de y qui sera la corde cherchée. Il en sera de même de tout autre exemple, quels que soient les nombres qui expriment le rapport des diametres, on trouvera toujours l'expression de la corde Qm, par le moyen d'une Equation, qui ne contiendra qu'un nombre fini de termes; & par conséquent dans tous les cas, on aura toujours les rapports des lignes CM, QM & Mm, & les courbes résultantes seront Géométriques.

COROLLAIRE II.

IV. Lorsque $f = 0$, $g = r$, les trois lignes

gnes QM, CM, Mm, deviendront

$$QM = \frac{r\sqrt{2x}}{n} \times \left(\frac{4n-2x}{n}^{\frac{n-r}{2r}} - \times \frac{n-2r}{1.r} \right.$$

$$\times \frac{4n-2x}{n}^{\frac{n-3r}{2r}} + \frac{n-4r \times n-3r}{1.2.rr}$$

$$\left. \times \frac{4n-2x}{n}^{\frac{n-5r}{2r}} + \&c. \right)$$

$$CM = \sqrt{nn - \frac{2nrx + 2rrx}{n}} \times \left(\frac{4n-2x}{n}^{\frac{n-r}{2r}} \right.$$

$$- \times \frac{n-2r}{1.r} \times \frac{4n-2x}{n}^{\frac{n-3r}{2r}} + \frac{n-4r \times n-3r}{1.2.rr}$$

$$\left. \times \frac{4n-2x}{n}^{\frac{n-5r}{r}} - \&c. \right)^2 \& Mm = o.$$

Dans ce cas la courbe à double courbure s'évanouira, & se confondra avec la courbe de projection. Les courbes AM seront alors des Epicycloïdes, intérieures lorsque r sera positif, & extérieures lorsque r sera négatif.

COROLLAIRE III.

V. Lorsque $gn = rr$, les deux triangles CDQ & DEQ sont semblables, l'angle CDQ est droit, le cercle $QmHQ$ peut être considéré comme la base d'un cone droit, dont la hauteur est CD, son côté $CQ = CA$, & dont le sommet est attaché au centre C d'une

ne Sphere, dont le rayon eſt égal au côté du cone; le point m décrit alors une courbe à double courbure ſur la ſuperficie convexe de la Sphere, dont la projection eſt AM. D'où l'on voit que dans ce cas, au lieu du double mouvement dont on s'eſt ſervi pour engendrer la courbe à double courbure Am, on peut lui ſubſtituer le roulement de ce cone. Sur un grand cercle il engendrera la même courbe.

COROLLAIRE IV.

*VI. Lorſque l'angle CDQ eſt obtus, ou aigu, ſi du centre D du cercle $QmHQ$, on élève DK perpendiculairement au plan de ce cercle, cette ligne DK coupera en K la ligne CK élevée auſſi perpendiculairement du centre C du cercle AQB ſur ſon plan, de maniere que $CK = \frac{gn-rr}{\sqrt{rr-gg}}$, car les triangles † AED, $DE0$ & $0CK$ ſont ſemblables, ce qui donne $AE\ (g) . ED\ (\sqrt{rr-gg}) :: ED(\sqrt{rr-gg}) . E0 = \frac{rr-gg}{g} = DN$ & $DN(\frac{rr-gg}{g}) . N0\ (\sqrt{rr-gg}) :: 0C\ (u-g-\frac{rr+gg}{g}) . CK = \frac{gn-rr}{\sqrt{rr-gg}}$, d'où il ſuit $KA = \frac{r\sqrt{nn-2gn+rr}}{\sqrt{rr-gg}}$. Le point K ainſi

* Fig. 4. & 5. † Fig. 1.

ainſi déterminé, * qui eſt au-deſſous de C dans le premier cas, & au-deſſus dans le ſecond, ſera le centre de la Sphere, auquel ſi l'on attache le ſommet K du cone KQH, & que l'on faſſe rouler ce cone ſur la circonference AQB, il ſe décrira par ce mouvement ſur la ſuperficie convexe de la Sphere, la même courbe à double courbure qui a été décrite par le double mouvement de l'Article premier; d'où l'on voit que dans tous les cas on peut ſubſtituer le roulement du cone à la place de ce double mouvement.

COROLLAIRE V.

† VII. Si au-lieu de ſuppoſer les arcs AQ & Qm égaux comme on a fait, on ſuppoſe qu'ils ſoient entre eux comme p à q, l'expoſant de l'arc Qm, qui étoit $\frac{n}{r}$, deviendra $\frac{qn}{pr}$; & en ſubſtituant cette quantité dans les trois ſuites qui expriment les lignes CM, QM & Mm, elles détermineront les courbes à double courbure & de projection, relatives à tous ces nouveaux cas.

COROLLAIRE VI.

VIII. Et ſi l'on veut que les arcs AQ & Qm ſoient ſemblables, alors $\frac{qn}{pr} = 1$, &

Qm

* Fig. 2. 4. & 5. † Fig. 2.

$Qm(\sqrt{2rz}) = QI(\frac{r}{n}\sqrt{2nx})$, d'où l'on tire $z = \frac{2nrx}{2nr} = \frac{rx}{n}$. Donc $QM = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{2r^2x}{n} - \frac{ffrrxx}{nn}} = \frac{1}{n}\sqrt{2nrrx - ffxx}$, $CM = \frac{1}{r}\sqrt{nnrr - 2grrx + \frac{2r^2x}{n} - rr + gg \times \frac{rrxx}{nn}} = \frac{1}{n}\sqrt{n^4 - 2gnnx + 2nrrx - rrxx + ggxx}$, & $Mm = \frac{fx}{n}$. D'où l'on voit que dans ce cas les lignes à double courbure & de projection ſont Géométriques, quel que ſoit le rapport des rayons CA, DQ.

Seconde maniere de trouver les Equations de ces Courbes.

IX. * Si au-lieu du cercle QmH oblique ſur le plan CAB, qui eſt emporté par la règle CQ, on conſidere ſa projection $QMOE$ ſur ce même plan †, emportée auſſi par la même règle CQ; il eſt clair que cette projection ſera une ellipſe, dont l'ordonnée MG ſera égale à l'ordonnée mR du cercle oblique, ‡ & ſon abſciſſe QG ſera la projection de l'abſciſſe QR du cercle oblique.

Mais par la génération des courbes à double courbure & de projection, dont on cherche l'Equation, il faut qu'en quelque point

Q

* Fig. 2 † Fig. 6. ‡ Fig. 2.

Q que se trouve la règle CQ, l'arc AQ du cercle CAB soit égal à l'arc Qm du cercle oblique, dont la projection est l'arc elliptique QM.

Donc pour que cette égalité subsiste toujours, il faut que pendant que la règle CQ décrit l'arc infiniment petit Qq, en emportant l'ellipse $QMOE$ en $qRmL$, il faut, dis-je, que le petit arc MR décrit en conséquence de ce mouvement par le point M soit semblable au petit arc Qq, & que l'arc elliptique $qR = QM$ augmente de son élément Rm, qui est la projection de l'élément du cercle oblique.

* Si donc on nomme CA, n; QD, r; QR, z; QE, g, on aura $QG = \frac{gz}{r}$, $GM = \sqrt{2rz - zz}$, $CM = \sqrt{CG^2 + GM^2} = \frac{1}{r}\sqrt{nnrr - 2gnrz + ggzz + 2r^3z - rrzz}$, le petit arc elliptique

$$mR = \sqrt{\frac{(rdz - zdz)^2}{2rz - zz} + \frac{ggdz^2}{rr}} = \frac{dz\sqrt{r^4 - 2r^3z + rrzz + 2ggrz - ggzz}}{r\sqrt{2rz - zz}},$$

& la difference de CM sera $ml = \frac{-gnrdz + ggzdz + r^3dz - rrzdz}{r\sqrt{nnrr - 2gnrz + ggzz + 2r^3z - rrzz}}$.

Donc $RI = \sqrt{mR^2 - ml^2} \ldots\ldots\ldots := dz$

* Fig. 2.

$$dz\sqrt{\frac{r^4-2r^3z+rrzz+2ggrz-ggzz}{rr\times 2rz-zz}+\frac{(r^3-rrz-gnr+ggz)^2}{rr\times nnrr-2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz}}$$

qui se réduit à $\frac{dz\sqrt{nnr^6-2nnr^5z+nnr^4zz+2gnr^5z-2gnr^4zz+ggr^4zz}}{r\sqrt{2rz-zz}\times\sqrt{nnrr-2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz}}$

$$=\frac{dz\times\sqrt{nrr-nrz+grz}}{\sqrt{2rz-zz}\times\sqrt{nnrr-2gnrz+2r^3z-rrzz}}=Rl.$$

Mais les arcs Qq & MR étant semblables, & l'arc Qq étant toujours égal à l'élément du cercle oblique qui est $\frac{rdz}{\sqrt{2rz-zz}}$, on aura cette proportion

$$CQ(n).\ Qq\left(\frac{rdz}{\sqrt{2rz-zz}}\right)::CM\left(\frac{1}{r}\sqrt{nnrr-2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz}\right)$$

$$.\ MR=\frac{dz\sqrt{nnrr-2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz}}{n\sqrt{2rz-zz}}.$$ Donc

$$MR-Rl=\frac{dz\sqrt{nnrr-2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz}}{n\sqrt{2rz-zz}}.$$

$$= \frac{nrrdz + rrzdz - grzdz}{\sqrt{2rz - zz} \times \sqrt{nnrr - 2gnrz + ggzz + 2r^3z - rrzz}}$$

$$= \frac{dz \times \overline{2r^3z - rrzz - 3gnrz + ggzz + nnrz}}{n\sqrt{2rz - zz} \times \sqrt{nnrr - 2gnrz + ggzz + 2r^3z - rrzz}}$$

$= Ml$. Si donc on nomme ml, dy, & Ml, dx; on aura dans chaque petit côté Mm de la courbe de projection,

$$dy = \frac{dz \times \overline{-gnr + ggz + r^3 - rrz}}{r\sqrt{nnrr - 2gnrz + ggzz + 2r^3z - rrzz}},$$

$$\& dx = \frac{dz \times \overline{2r^3z - rrzz - 3gnrz + nnrz + ggzz}}{n\sqrt{2rz - zz} \times \sqrt{nnrr - 2gnrz + ggzz + 2r^3z - rrzz}}.$$

Ainsi on a le rapport de dy à dx dans tous les points de la courbe de projection AM. * Si de plus, on nomme h, la hauteur Mm, dont le point m, est à la courbe à double courbure, à cause des triangles semblables QDE, QRG, on aura $QD(r).DE(\sqrt{rr-gg})$ $:: QR(z).RG = \frac{z\sqrt{rr-gg}}{r} = Mm = h$; donc $dh = \frac{dz\sqrt{rr-gg}}{r}$. Ainsi pour tous les points de la courbe à double courbure, on a aussi le rapport de dy à dx & à dh.

COROLLAIRE I.

X. Si l'angle CDQ est droit, on aura $g =$

* Fig. 24

$g = \frac{rr}{n}$, le cercle oblique QmH ſera la baſe d'un cone droit, dont le ſommet eſt en C, & la courbe à double courbure ſera la Roulette décrite ſur la ſurface convexe de la Sphere par le point m de ce cone roulant ſur le plan $CAQB$, on aura dans ce cas

$$dy = \frac{rrzdz - nnzdz}{n\sqrt{n^4 + rrzz - nnzz}},$$

$$dx = \frac{zdz \times \sqrt{nn - rr} \times \sqrt{nn - rz}}{nn\sqrt{2rz - zz} \times \sqrt{n^4 + rrzz - nnzz}}$$

& $db = \frac{dz\sqrt{nn - rr}}{n}$.

COROLLAIRE II.

XI. Si $DE = 0$, $g = r$, alors le cercle QmH roulera dans le plan CAB, & les courbes à double courbure & de projection ſeront la même courbe, l'on aura alors $dx = dz \times \frac{2rrz - 3nrz + nnz}{n\sqrt{2rz - zz} \times \sqrt{nn - 2nz + 2rz}}$,

$dy = \frac{-ndz + rdz}{\sqrt{nn - 2nz + 2rz}}$ & $db = 0$, cette courbe eſt alors une Epicycloïde, qui lorſque n eſt infini, donne $dx = \frac{zdz}{\sqrt{2rz - zz}}$ & $dy = dz$ & exprime la cycloïde; & lorſque $n = 2r$, devient $dx = 0$, $dy = \frac{-rdz}{\sqrt{4rr - 2rz}}$, dont l'in-

l'intégrale eſt $y = \sqrt{4rr - 2rz}$, qui eſt un lieu à la ligne droite; ce qui montre que dans ce cas, où un cercle roule au dedans d'un autre cercle double, le point décrivant engendre une ligne droite, qui eſt le diametre de ce cercle double.

COROLLAIRE III.

XII. Si l'on ſuppoſe $g = n$, on aura $dy = dz \times \frac{r^3 - nnr + nnz - rrz}{r\sqrt{nnrr - 2nnrz + 2r^3z + nnzz - rrzz}}$

$= \frac{dz \times \sqrt{rr - nn} \times r - z}{r\sqrt{\frac{nnrr}{rr - nn} + 2rz - zz}}$,

$dx = \frac{dz \times 2r^3z - 2nnrz - rrzz + nnzz}{n\sqrt{2rz - zz} \times \sqrt{nnrr - 2nnrz + 2r^3z + nnzz - rrzz}}$

$= \frac{dz \times \sqrt{rr - nn} \times \sqrt{2rz - zz}}{r\sqrt{\frac{nnrr}{rr - nn} + 2rz - zz}}$ &

$db = \frac{dz\sqrt{rr - nn}}{r}$, d'où l'on voit que dans ce cas $dy . dx :: \frac{r - z}{r} . \frac{\sqrt{2rz - zz}}{n}$.

* Mais quand $g = n$, il faut que le centre D de la baſe du cone roulant ſoit perpendiculairement à plomb ſur le centre C de la baſe CAB ſur laquelle ce cone roule; & l'on a vu (*art.* 6.) que le ſommet du cone qui

* Fig. 7.

qui décrit la courbe à double courbure, ou, ce qui eſt la même choſe, le centre de la Sphere ſur laquelle la ſurface de cette courbe à double courbure eſt décrite, doit toujours auſſi ſe trouver dans cette perpendiculaire à plomb ſur le centre C; donc alors le ſommet du cone, & le centre de la baſe de ce cone, ſe confondent dans le même point de cette perpendiculaire, c'eſt-à-dire, que le cone devient alors un cercle qui a le même rayon que la Sphere: par conſéquent dans ce cas, la courbe à double courbure eſt engendrée par un point fixe pris ſur la circonférence d'un grand cercle qui roule ſur un petit cercle, le centre de ce grand cercle demeurant immobile.

COROLLAIRE IV.

XIII. Si l'on ſuppoſe g plus grand que n, alors le ſommet K du cone, ou le centre de la Sphere, ſe trouvera au-deſſus du plan de la baſe du cone.

COROLLAIRE V.

XIV. Il ſuit de ce que CK (*art.* 6.) $= \frac{gn - rr}{\sqrt{rr - gg}}$, & de ce qui vient d'être dit, que quand l'angle HAC des deux plans eſt aigu, ſi l'on conſidere cet angle demeurer le même pendant que g (AE) & r (AD) croiſſent uniformément, c'eſt-à-dire, pendant que la baſe du cone augmente, il ſuit,

dis-je, que le centre K de la Sphere, ou le ſommet du cone, ſera d'abord au deſſous du centre C; que g augmentant, il s'élevera en s'approchant du point C, avec lequel il ſe confond, lorſque $gn=rr$; qu'il continuera enſuite de s'élever entre les deux plans, en s'éloignant du point C, & en s'approchant du plan $HDAm$, dans lequel il ſe trouve, lorſque $g=n$, alors les points K & D ſe confondent; que g continuant d'augmenter, le ſommet K du cone ſe trouvera toujours au-deſſus du plan de ſa baſe, & le centre de cette baſe de l'autre côté de la ligne CK, enſorte que dans ce dernier cas qui en renferme une infinité, le cône ſera oppoſé par ſa baſe à ce qu'il étoit auparavant.

COROLLAIRE VI.

XV. Si l'on ſuppoſe $g=0$, on aura

$$dy=\frac{dz\times\sqrt{r-z}}{\sqrt{nn+2rz-zz}},\quad dx=dz\times\frac{2rz+nz-zz}{n\sqrt{2rz-zz}\times\sqrt{nn+2rz-zz}}\ \&\ dh=dz,$$

pour toutes les courbes à double courbure décrites ſur toutes les Spheres dont les rayons ſont $\sqrt{nn+rr}$, par les cones, dont les cercles des baſes ſont paralleles à la ligne à plomb CK.

COROLLAIRE VII.

XVI. * Si l'on fait g négatif, alors l'angle CAH

* Fig. 8.

CAH des deux plans ſera obtus, & l'on aura $dy = \frac{dz \times gr + gz + r^3 - rz}{r\sqrt{nnrr + 2gnrz + ggzz + 2r^3z - rrzz}}$, qui

$$dx = \frac{dz \times 2r^3z - rrzz + 3gnrz + nnrz + ggzz}{n\sqrt{2rz - zz} \times \sqrt{nnrr + 2gnrz + ggzz + 2r^3z - rrzz}}$$

& $dh = \frac{dz\sqrt{rr - gg}}{r}$, l'on aura auſſi $CK = \frac{gn - rr}{\sqrt{rr - gg}}$, ce qui fait voir que de quelque maniere que l'on faſſe croître ou diminuer le cercle *AH* de la baſe du cone, ſon ſommet *K* ou le centre de la Sphere ſera toujours au-deſſus de *C*, & même de *D*. T 2

Rectification de ces Courbes.

XVII. Si l'on cherche la valeur du petit côté (*Fig.* 6.) *Mm* de la courbe de projection, on trouvera $Mm\ (\sqrt{dx^2 + dy^2})$

$$= \frac{dz\sqrt{2r^4z - r^3zz - 3gnrrz + nnrrz + ggrzz}^2 + \overline{nr^3 - nrrz - gn^2r + ggnz \times 2rz - zz}^2}{nr\sqrt{2r^3z + nnrr - rrzz - 2gnrz + ggzz} \times \sqrt{2rz - zz}}$$

qui se réduit à $\frac{dV(2r^5z - r^4zz - 4g^2r^3z + ggrrzz + nnrrzz + 2ggnnrz - ggnnzz)}{nrV(2rz - zz)}$ double

$$= \frac{dzV(nn - rr) \times (rr - gg) \times z + 2r \times (gn - rr)^2}{nrV(2r - z)}.$$

L'élément de la courbe à double courbure qui est $V(dx^2 + dy^2 + dh^2)$ sera donc

$$dzV\left(\frac{(nn - rr) \times (rr - gg) \times z + 2r \times (gn - rr)}{nnrr \times (2r - z)} + \frac{rr - gg}{rr}\right)$$

$$= \frac{dzV(2r \times (nn - 2gn + rr) - z \times (rr - gg)}{nV(2r - z)}.$$

COROLLAIRE I.

XVIII. Si l'on suppose $g = r$, on aura $\frac{n - r}{n} \times \frac{dzV(2r)}{V(2r - z)}$ pour la courbe à

double courbure, & pour la courbe de projection; & c'eſt auſſi ce qui doit arriver, car alors ces deux courbes ſe confondent, & deviennent une Epicycloïde ordinaire.

L'intégrale de cette quantité eſt $\frac{\overline{n-r}}{n}$ $\times 4r-2\sqrt{4rr-2rz}$.

COROLLAIRE II.

XIX. Si l'on ſuppoſe $g = n$, on aura $\frac{\sqrt{rr-nn}}{n} \times dz$ pour la courbe à double courbure, & $\frac{rr-nn}{nr} \times dz$ pour la courbe de projection, dont l'intégrale eſt $\frac{z\sqrt{rr-nn}}{n}$ & $z \times \frac{rr-nn}{nr}$. Ainſi dans ce cas qui en renferme une infinité, la courbe à double courbure ſera à la courbe de projection comme r à $\sqrt{rr-nn}$.

COROLLAIRE III.

XX. De l'infinité de courbes à double courbure, décrites ſur les ſuperficies convexes des Spheres, & engendrées par le roulement du cone, dont le côté KA ou KQ (*Art.* 6.) $= \frac{r\sqrt{nn-2gn+rr}}{\sqrt{rr-gg}}$ eſt toujours

égal au rayon de la Sphere; de toutes ces courbes, dis-je, il n'y a donc que celles qui réſultent de la ſuppoſition de $g=r$ & de $g=n$ qui ſoient rectifiables. La premiere de ces ſuppoſitions demande que la hauteur du cone ſoit infinie, & la ſeconde qu'elle ſoit infiniment petite : dans le premier cas, ce ſont les Epicycloïdes; & dans le ſecond, ce ſont les courbes à double courbure décrites ſur la ſuperficie convexe d'une Sphere, dont le rayon eſt r, par un point fixe d'un grand cercle, tel que l'Ecliptique, dont tous les points s'appliquent ſucceſſivement ſur tous les points d'un petit cercle parallele à l'Equateur, pris à telle diſtance qu'on veut de l'Equateur; l'infinité de courbes de cette eſpece, auſſi-bien que leurs courbes de projection, ſont donc rectifiables. On a vu de plus (*Art.* 2.) que toutes les courbes à double courbure, & de projection qui ſont l'objet de ce Mémoire, ſont Géométriques, lorſque le rapport de n à r eſt de nombre à nombre; donc quand ce rapport eſt tel, & que $g=n$, toutes ces courbes ſont Géométriques & rectifiables.

C'eſt cette derniere eſpece de courbes que M. de Maupertuis a déterminée par une autre voye (il y a quelques jours) en réſolvant le Problême qui lui avoit été propoſé par M. Bernoulli, Profeſſeur de Mathématiques à Bâle.

XXI. Si au-lieu de ſuppoſer, comme on a fait (*Art.* 9.), les arcs du cercle roulant & du cercle de la baſe égaux, on les ſuppoſe dans le rapport de p à q, on aura alors

dx

$$dz = \frac{dz \times nnrr \times \overline{q-p} - gnrz \times \overline{2q+p} + rz \times \overline{2qrr+pnn} + zz \times \overline{ggq-qr}}{\cdot pn\sqrt{2rz-zz} \times \sqrt{nnrr-2gnrz+2r^3z+ggzz-rrzz}}$$

Le

$$dy = \frac{d^2z \times -gnr+r+ggz-rrz}{r\sqrt{nnrr-2gnrz+2r^3z+ggzz-rrzz}}, \text{ \& } dh = \frac{\cdot dz\sqrt{rr-gg}}{r}, \text{ qui}$$

lorſque $g = n$ deviennent $dx = \frac{dz \times nnrr \times \overline{q-p} - q \times \overline{rr-nn} \times \overline{2rz-zz}}{pn\sqrt{2rz-zz} \times \sqrt{nnrr+2rz-zz \times rr-nn}}$,

$$dy = \frac{\overline{rdz-zdz} \times \overline{rr-nn}}{r\sqrt{nnrr+2rz-zz \times \overline{nn-rr}}}, \text{ \& } dh = \frac{dz\sqrt{rr-nn}}{r}, \text{ le petit arc de}$$

74

la courbe à double courbure ſera alors $\frac{q\sqrt{rr-nn} \times dz\sqrt{2rz-zz+\frac{nnrr \times p-q}{qq \times rn-nn}}}{pn\sqrt{2rz-zz}}$,

qui eſt égal à un arc elliptique.

Si l'on veut que $p \cdot q :: r \cdot n$, c'eſt-à-dire, que les arcs des cercles roulans, & de la baſe, ſoient ſemblables :

Le petit arc de la courbe à double courbure dans le cas de $g = n$ ſera alors

$$\frac{\sqrt{rr-nn} \times dz \sqrt{2rz-zz+rr \times \frac{r-n}{r+n}}}{r\sqrt{2rz-zz}},$$

& ſi $p = q$, on retrouve $\frac{\sqrt{rr-nn}}{n} \times dz$ pour le petit arc de la courbe à double courbure.

XXII. Après avoir donné les Equations & les rectifications des courbes à double courbure, qui s'engendrent ſur la ſuperficie convexe d'une Sphere, par le roulement d'un cone droit ; on donnoit encore dans ce Mémoire, les mêmes choſes ſur les courbes à double courbure, qui s'engendrent auſſi ſur la ſuperficie convexe d'une Sphere, par le roulement d'un cone oblique. Mais ces nouveaux cas fourniſſant des Equations extrêmement compoſées, & aucune des courbes qui réſultent de ces Equations n'étant rectifiable, on a ſupprimé cette partie.

DES EPICYCLOÏDES SPHERIQUES.

Par M. CLAIRAUT.

I. SOIT un cercle NB roulant ſur un autre cercle AB, enſorte que ſon plan NGB faſſe toujours le même angle avec le plan CAB du cercle AB, & ſoit N un des points de la circonférence NB qui décrit pendant ce

Fig. 1.

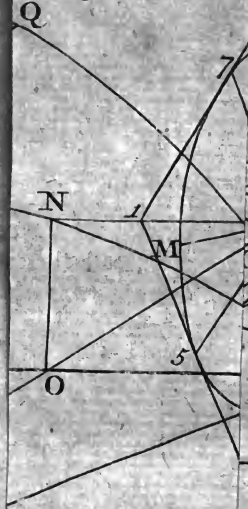


Fig. 2.

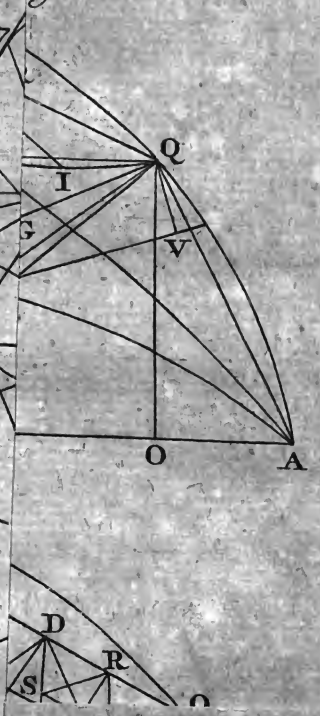
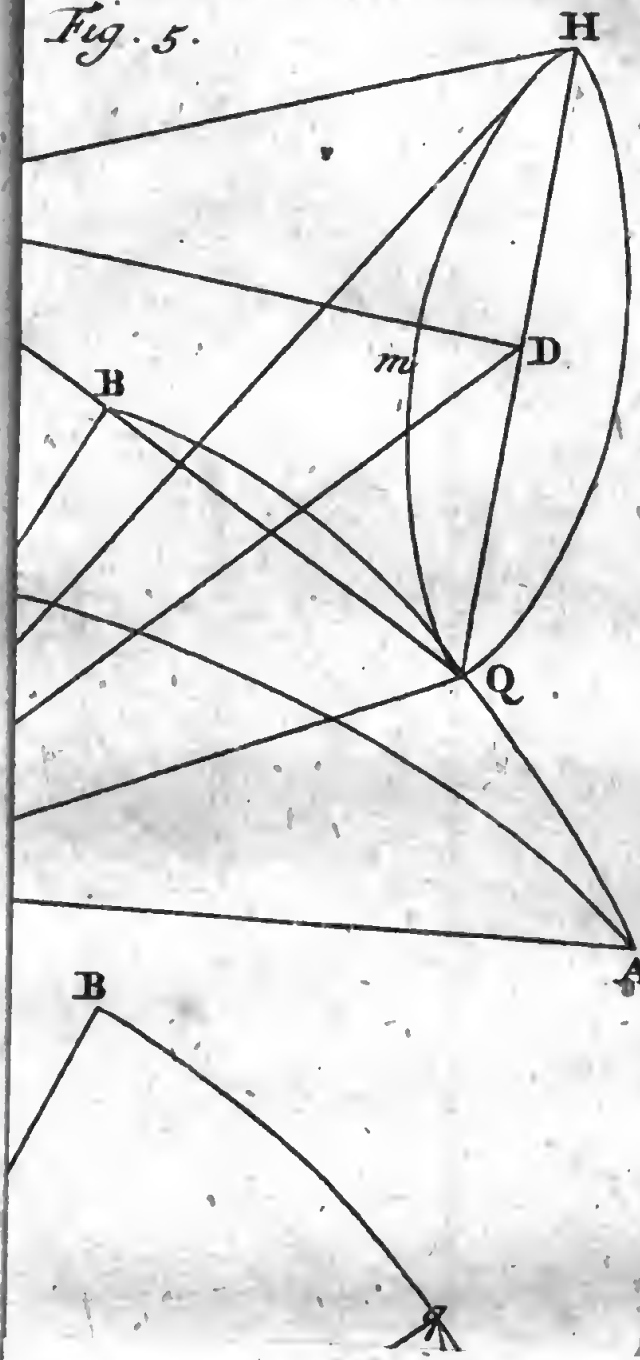
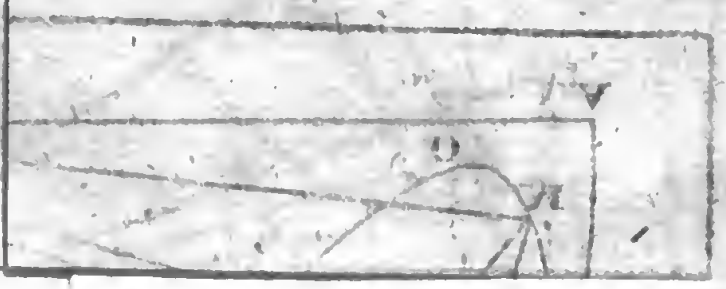
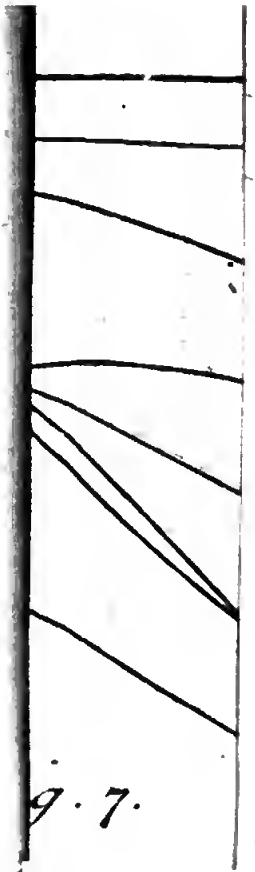


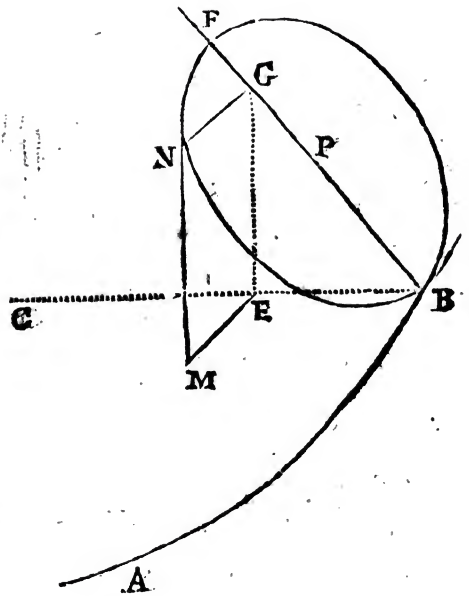
Fig. 5.







g. 7.



ce roulement la courbe que l'on appelle *Epicycloïde ſphérique*. Je me propoſe d'abord de trouver l'expreſſion algébrique des arcs de cette courbe, ou, ce qui revient au même, la valeur d'un de ſes élémens quelconques.

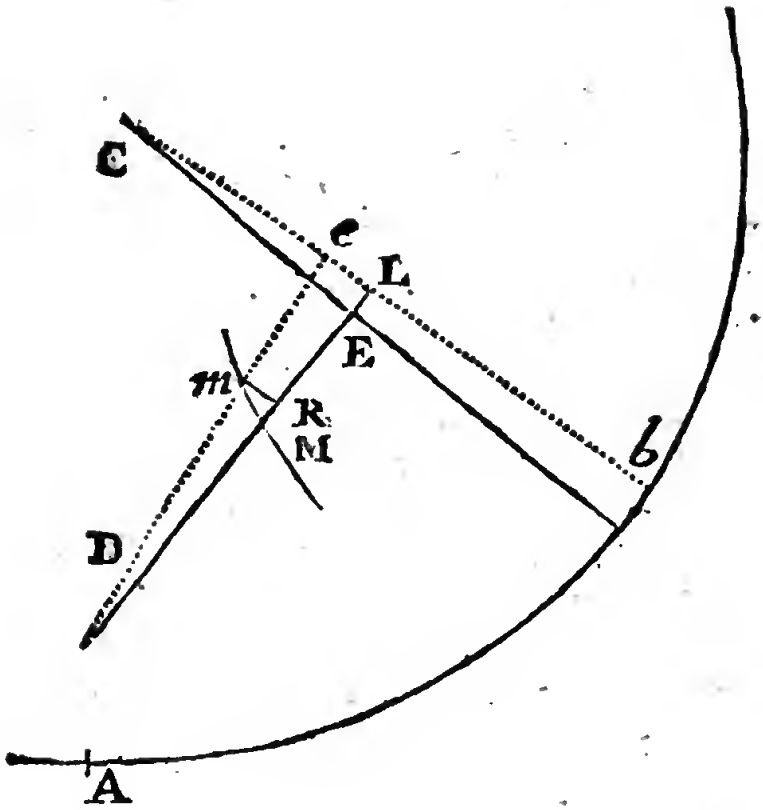
Pour cela je mène NG perpendiculaire au diametre FPB du cercle roulant, GE perpendiculaire à CB, rayon du cercle AB, j'abbaiſſe auſſi l'ordonnée NM de l'Epicycloïde ſphérique, & je tire ME qui ſe trouve perpendiculaire à BC. Il eſt clair que l'élément cherché eſt la racine du quarré de l'élément de la courbe de projection, plus le

quarré de la difference de NM. Le Problême ſe réduit donc à trouver l'élément de la courbe de projection & l'ordonnée NM exprimée par la même variable.

La variable que je ferai entrer dans l'une & l'autre de ces expreſſions ſera BG que je nommerai x, & elle me donnera, en nommant auſſi FB, $2a$, CB, r, BE qui doit être en raiſon conſtante avec FB, nx., $GE = x\sqrt{(1-nn)}$, $GN = \sqrt{(2ax-xx)}$, $CE = r - nx$, NB qui eſt égal à AB par la propriété du roulement ſera $= \int \frac{adx}{\sqrt{(2ax-xx)}}$.

Pour trouver l'élément de la courbe de projection formée par les points M, je la conſidere d'une façon indépendante de l'Epicycloïde, & plus générale, en réſolvant ce Problême: *Soit une courbe* Mm *déterminée, en prenant ſur le cercle* AB *des parties quelconques* AB, *ſur les rayons* CB *des parties* BE, *dont la relation ſoit donnée avec* AB, *& à l'extrémité de ces parties* BE *des perpendiculaires* EM (*toujours dans le même plan*) *qui ayent auſſi une relation donnée avec* BE, *on demande l'expreſſion de l'élément de cette courbe.*

La ſolution de ce Problême eſt bien facile, car que m ſoit un autre point de la courbe infiniment près de M, & me, eb, les deux coordonnées à ce point, & ſoient prolongées me & ME juſqu'au point de rencontre D. Soit de plus tiré Mm, & les petits arcs mR & EL des centres D & C, on aura $Bb = d(AB)$, $eL = d(BE)$, $me - ME = EL - MR = d(ME)$ & par les triangles CBb,



CBb, CEL, eLD, $EL = \frac{CE \times d(AB)}{CB}$, $LD = \frac{CB \times d(BE)}{d.AB)}$, &c. par conſéquent $DM = \frac{CB \times d(BE)}{d(AB)} - ME$ & $MR = \frac{CE \times d(AB)}{CB} - d(ME)$, & par les triangles ſemblables $DmR, DeL, mR = \frac{d(BE) \times CB - ME \times d(AB)}{CB}$.

Donc on aura $\sqrt{([\frac{CE \times d(AB)}{CB} - d(ME)]^2 + (\frac{CB \times d(BE) - ME \times d(AB)}{CB})^2)}$ pour l'élément Mm de la courbe de projection, duquel il faut ajouter le quarré avec celui de

la difference de MN, & prendre enſuite la racine du tout, pour avoir, en mettant pour les lignes, leurs valeurs Algébriques, & réduiſant $dx\sqrt{[(\frac{nr-a}{r})^2 + 1 - nn + \frac{(\frac{r-ax}{r})^2 xx}{2ax-xx}]}$ valeur Algébrique de l'élément de l'Epicycloïde, dont l'intégrale ſera celle de l'arc.

II. Si l'on fait $n=\pm 1$, le cerce FNB roule ſur le cercle AB dans le même plan, ſoit ſur la concavité, ſoit ſur la convexité, & l'Epicycloïde ſphérique devient l'Epicycloïde ordinaire, auſſi ſa valeur devient-elle $\frac{r\mp a}{r}\, dx\sqrt{(\frac{2a}{2a-x})}$ dont l'intégrale eſt $4a(\frac{r\mp a}{r}) - 2(\frac{r\mp a}{r})\sqrt{(4aa-2ax)}$ qu'on ſait être la valeur de l'Epicycloïde ordinaire.

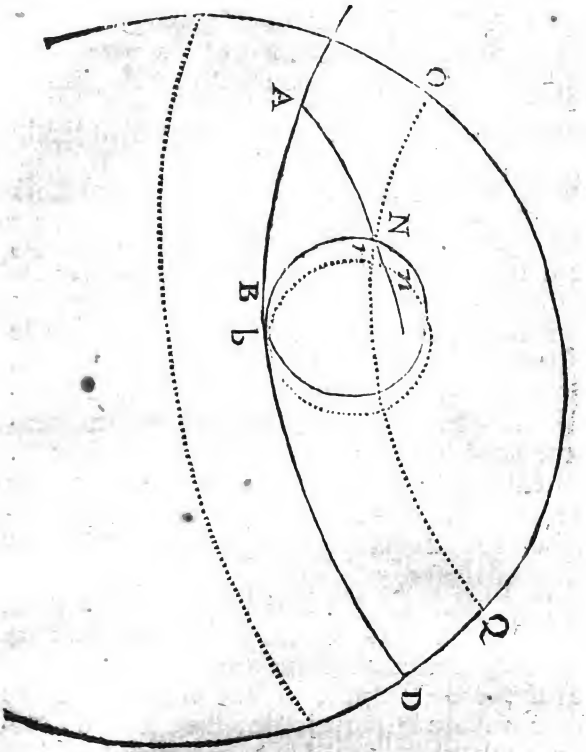
III. En faiſant dans la valeur du petit côté Mm élément de l'arc de la courbe de projection, $r=a$, elle deviendra $(1-n)\, dx\sqrt{(\frac{2a}{2a-x})}$ expreſſion ſemblable à celle de l'élément de l'Epicycloïde formée en faiſant rouler le cercle dans le même plan, ce que l'on pourroit voir d'ailleurs aiſément par la page 106 des *Recherches ſur les Courbes à double courbure*, où l'on trouve que la courbe de projection d'une courbe formée par le roulement d'une courbe quelconque ſur elle-même, mais dans un plan different, eſt toujours ſem-

ſemblable à l'Epicycloide que l'on auroit en faiſant le roulement dans le même plan.

IV. Si l'on fait $r = an$ dans la valeur générale de l'élément des Epicycloïdes, on la changera en $\frac{dx}{n}\sqrt{(1-nn)}$, dont l'intégrale eſt $\frac{x}{n}\sqrt{(1-nn)}$. D'où l'on voit qu'alors l'Epicycloïde eſt algébriquement rectifiable, & ſi de plus n eſt un nombre rationel, l'Epicycloïde ſera en même tems algébrique & rectifiable; car lorſque $r = an$, n marque le rapport du diametre du cercle roulant au diametre du cercle de baſe. Ainſi les Epicycloïdes ſphériques réſolvent le Problême propoſé dans les Journaux de Leipſick, par M. Olfenburg, de trouver ſur la ſurface d'une Sphere, des eſpaces dont le contour ſoit algébrique, & qui puiſſent ſe conſtruire géométriquement.

Soit propoſé préſentement de trouver la valeur de quelque eſpace renfermé entre un arc d'Epicycloïde & des arcs de cercles, par exemple de l'eſpace ABN renfermé entre l'arc AN de l'Epicycloïde, l'arc BN du cercle roulant, & l'arc AB du cercle de baſe égal en longueur à l'arc BN.

Pour cela, j'imagine le cercle BN, parvenu en bn dans une ſituation infiniment proche de la premiere, & je cherche la valeur de l'élément $Nn\,Bb$, renfermé entre les arcs de cercles NB, bn, Bb, & le petit côté Nn de l'Epicycloïde; ou bien, en menant le cercle $ONrQ$, parallele à $ABbD$, de l'eſpace $NrBb$, renfermé entre les arcs



de cercles égaux NB, rb, & Nr, Bb. Il eſt évident que l'on peut avoir autant d'eſpaces, comme $NrBb$, dans la Zone de Sphere $AODQA$, que Bb eſt contenu dans la circonférence AD, & l'on ſait que la valeur de cette Zone eſt le produit de la hauteur ou intervalle des plans ONQ, ABD, par la circonférence d'un grand cercle. Donc la valeur de $NrBb$, eſt le produit de cette hau-

hauteur qui eſt la troiſieme coordonnée NM de l'Epicycloïde, par un arc de grand cercle, de même meſure que Bb. Par ce qui précède, on ſait que la hauteur NM eſt $x\sqrt{(1-nn)}$, & que Bb, difference de AB, ou de BN, eſt $\frac{adx}{\sqrt{(2ax-xx)}}$. Et pour avoir un arc de grand cercle de même meſure que Bb, il faut dire $r : \frac{adx}{\sqrt{(2ax-xx)}} :: g : \frac{agdx}{r\sqrt{(2ax-xx)}}$ (g eſt le rayon de la Sphere) qui étant multiplié par $x\sqrt{(1-nn)}$ donnera $\frac{agxdx\sqrt{(1-nn)}}{r\sqrt{(2ax-xx)}}$ pour la valeur de l'élément $NnBb$, dont l'intégrale $\frac{ag\sqrt{(1-nn)}}{r}$

$$\int \frac{adx}{\sqrt{(2ax-xx)}} - \frac{ag\sqrt{(1-nn)}}{r}\sqrt{(2ax-xx)}$$

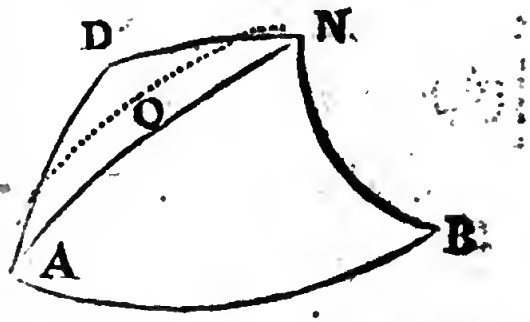
eſt la valeur de l'eſpace cherché ANB qui dépend en partie de la quadrature du cercle, & eſt en partie quarrable géométriquement.

VI. Si dans cette valeur, l'on fait $x=2a$, c'eſt-à-dire, que l'arc BN ſoit devenu le demi-cercle, ou que le point N ſoit le ſommet de l'Epicycloïde, elle deviendra le produit de $\frac{ag\sqrt{(1-nn)}}{r}$ par la demi-circonférence du cercle roulant: d'où il ſuit que l'aire entiere de l'Epicycloïde, qui eſt compoſée de deux eſpaces, comme celui qui eſt devenu alors ABN, & de la portion de Sphere renfermée par le cercle NB, eſt en raiſon

ſon donnée avec l'aire du cercle NB.

Si l'on met pour g ſon expreſſion en r, a, n, qui eſt facile à trouver, dans la valeur que l'eſpace ABN a, lorſque NB eſt devenu la demi-circonférence du cercle roulant, cette valeur deviendra celle du cercle NB, & l'eſpace total ſera égal à trois cercles comme NB, comme cela doit arriver alors : car la Sphere devient en ce cas un plan, le cercle AB une ligne droite, & l'Epicycloïde ſphérique, la Cycloïde ordinaire.

VII. L'eſpace ABN étant égal à un eſpace circulaire moins une quantité quarrable, ſi l'on conſtruiſoit ſur la ſurface de la Sphere quelque figure comme AON ou $ADNB$ terminée par les deux côtés AB & BN, & un ou pluſieurs arcs de cercles comme AON ou AD & DN, qui fût égale à la quantité circulaire qui entre dans la valeur de l'eſpace ABN, le reſte AON ou ADN ſe trouveroit égal à la quantité quarrable, & par-là les Epicycloïdes ſphériques réſoudroient auſſi le Problême de M. Viviani où il faut trouver ſur la Sphere des eſpaces quarrables Géométriques, à l'occaſion duquel M. Olfenburg avoit propoſé celui des courbes rectifiables.



Pour ce qui eſt de trouver l'eſpace circulaire $ABNO$ ou $ABDN$, cela eſt facile.

Il faut ſavoir pour cela meſurer les eſpaces que l'on peut former ſur une Sphere, par des arcs de cercles; le R. P. Courſier, Jéſuite, a donné une Théorie de la meſure de ces ſortes d'eſpaces, dont les réſultats ſont fort ſimples. Par exemple, il apprend qu'un triangle ſphérique a pour meſure un ſecteur de grand cercle, dont l'angle eſt double de l'excès de la ſomme des trois angles du triangle ſphérique ſur deux droits.

OBSERVATIONS MATHEMATIQUES ET PHYSIQUES

Faites dans un Voyage de Levant en 1731 & 1732.

Par M. DE LA CONDAMINE. *

AU mois de Mai 1731, j'obtins un ordre du Roi pour m'embarquer ſur le bord de M. le Chevalier de Camilly commandant un des Vaiſſeaux de l'Eſcadre de M. du Gué-Trouin, deſtinée à faire la viſite des Echelles du Levant. La curioſité ſeule ne m'avoit pas inſpiré le deſſein de ce voyage. Le principal but que je me propoſois étoit de m'inſtruire ſur la Navigation, & de chercher à faire en des lieux peu fréquentés des Phyſiciens, quelques obſervations utiles au pro-

* 12 Nov. 1732.

progrès de la Géographie & de l'Hiſtoire naturelle.

J'aurois eu une belle occaſion de remplir ces differentes vues dans le voyage de la Libye intérieure, que M. le Comte de Maurepas * me propoſa alors de faire avec le Conſul du Caire, qui ſe diſpoſoit à l'entreprendre par ordre de la Cour. C'eſt dans ce pays déſert, au milieu des ſables mouvans, où la Bouſſole ſeule peut guider, qu'on prétend qu'eſt ſituée la fameuſe Ville pétrifiée dont parlent quelques Relations † qui en font deſirer une plus complette & plus authentique.

Divers contretems ayant empêché malgré moi l'exécution de ce dernier projet, ſi conforme au plan que je m'étois fait, le petit nombre d'occaſions qui ſe ſont préſentées dans le cours de mon voyage, m'a fourni le ſujet des obſervations ſuivantes.

Les Inſcriptions & autres monumens antique m'ont offert une moiſſon plus abondante. Je n'en ai point fait uſage dans ce Mémoire, cet objet étant étranger aux occupations de l'Académie.

ASTRONOMIE.

Je m'étois pourvu avant mon départ de Paris, des inſtrumens néceſſaires pour obſer-

ver

* *Secretaire d'Etat, qui a l'Académie dans ſon département.*

† *Triumvirat de Barbarie, par le P. Paſchal Canto, Recollet. Paris* 1657. *pp.* 454. *&* 473.

Voyage d'Egypte de Paul Lucas, tom. 2. *p.* 121.

Mercure de France, Mai 1724. *p.* 258.

ver la Latitude & la Longitude des lieux qui n'avoient point été déterminés aſtronomiquement. Je portois un Quart-de-Cercle diviſé par le feu Sr. Butterfield, de 13 pouces de rayon ſeulement, mais qui, par ſa facilité à être tranſporté & mis en œuvre, pouvoit quelquefois dans un voyage dédommager de ſa petiteſſe; un bon Objectif de 16 pieds; une Penduſe à ſecondes à grandes vibrations, &c.

La poſition d'Alger, premier mouillage de l'Eſcadre, n'avoit encore été fixée par aucune obſervation aſtronomique, du moins publiée. Le 13 Juin & les jours ſuivans, par la comparaiſon de pluſieurs obſervations réitérées de la hauteur méridienne du Soleil, faites dans la Maiſon Conſulaire, ſituée à peu près au milieu de la ville, j'ai trouvé ſa Latitude de 36° 49′ 30″. J'ai conſervé les calculs, mais j'en ſupprime ici le détail, pour ne point trop allonger ce Mémoire.

Latitude d'Alger obſervée.

L'Eſcadre étoit encore devant Alger le 19 au ſoir, & je me flattois avec quelque apparence de pouvoir profiter de l'occaſion favorable de l'Eclipſe de Lune de la nuit ſuivante, pour en conclure la Longitude d'Alger; n'ayant pu juſques-là obſerver aucune Eclipſe des Satellites de Jupiter. Comme on ſe diſpoſoit à mettre à la voile dans la nuit, ſi le vent le permettoit, j'avois demandé pour toute grace en ce cas, que la Tartane du Commandant de l'Eſcadre m'attendît juſqu'au jour, à l'ouverture des portes de la ville, aimant mieux courir le riſque de faire le

trajet

trajet d'Alger à Tunis ſur cette Tartane, que de manquer une ſi belle occaſion. Mais je ne pus obtenir cette légere faveur. Il me falut, à mon grand regret, rembarquer à la hâte tous mes inſtrumens, & me rendre à bord quelques heures avant l'Eclipſe. Pour ſurcroît, l'Eſcadre ne partit que le lendemain après-midi.

Long. d'Alger eſtimée.

Par une obſervation de l'Eclipſe de Lune du 8 Août 1729 faite à Alger *, avec une Pendule qui ne marquoit pas les ſecondes, & comparée à une obſervation de la même Eclipſe, faite à Londres, Alger avoit été eſtimé 2° 18′ plus oriental que Londres, c'eſt-à-dire, 7′ 15″ plus occidental que Paris.

Je ne parle point de mes obſervations de Latitude à Tripoli de Barbarie & à Alexandrie d'Egypte, n'ayant pas trouvé de difference notable entre leurs réſultats & les hauteurs de ces deux Villes marquées dans la Table de la *Connoiſſance des Tems* d'après les obſervations du P. Feuillée † & de M. de Chazelles ‡, qui avoient de plus grands inſtrumens que moi.

Latitude de Conſtantinople obſervée.

Dans la même Table on trouve la Latitude de Conſtantinople de 41° 6′, cependant par le moyen réſultat de huit obſervations des hauteurs méridiennes du Soleil, j'ai conclu cette Latitude de 41° 0′ 0″, à Pera fauxbourg

* *Par les Prêtres Miſſionnaires de Saint Lazare, établis à Alger.*

† *Tripoli* 32° 53′ 40″. *Mem. Acad.* 1702. *p.* 15. *Obſ. du P. Feuillée, Min. tome* 2. *p.* 702.

‡ *Alexandrie* 31° 11′ *Obſerv. manuſc.*

bourg de Conſtantinople ſitué de l'autre côté du Port, au Nord du grand Serrail, dans le Palais de France où j'étois logé [a]. C'eſt dans ce même lieu qu'a obſervé M. de Chazelles, de cette Académie, envoyé par le Roi pour faire des obſervations aſtronomiques en Levant. Le nom de M. de Chazelles, que je croyois auteur de l'obſervation indiquée dans la Connoiſſance des Tems, me rendoit les miennes ſuſpectes; j'ai appris depuis qu'elles s'accordoient à très peu près avec celle de cet illuſtre Académicien [b] qui a trouvé la Latitude de Conſtantinople de 41° 1'.

Le Docteur Cowel [c], Anglois, l'avoit obſervée autrefois de 40° 56'; un autre Anglois, de 40° 58'. Juſqu'en 1705 la Connoiſſance des Tems l'a marquée de 41° 0', & depuis 1706 incluſivement de 41° 6' d'après M. Greaves [d] & le P. de Challes [e] Jéſuite, dont les obſervations ſont fort antérieures à celle de M. de Chazelles.

NAVIGATION.

Les obſervations que j'ai eu occaſion de faire ſur la Navigation de la Méditerranée, peuvent ſe rapporter à cinq chefs principaux, ſavoir les *Cartes plattes*, la *Variation* de la Bouſ-

a *Chez M. le Marquis de Villeneuve, Ambaſſadeur du Roi à la Porte.*

b *Mem. de l'Acad.* 1721. *p.* 76.

c *Voyage de Wheler, liv.* 2. *p.* 147.

d *Tranſ. Phil. n°.* 178. *pag.* 1295. *Dec.* 1685. *Abridg. tom.* 1. *p.* 566.

e *Anc. Mem. de l'Acad. t.* 10. *p.* 363.

Bouſſole, l'eſtime du Sillage, l'obſervation de la hauteur, & celle des Satellites de Jupiter.

Defaut des Cartes plattes.

1°. On ne fait ſur la Méditerranée aucun uſage des *Cartes réduites* *, on ne s'y ſert que des *Cartes plattes*, plus commodes, à la vérité, dans la pratique, mais cependant très défectueuſes, tous les rumbs de vent, hors les méridiens, y étant néceſſairement faux, puiſqu'avec les degrés de Latitude égaux, comme ſur le Globe, elles ont leurs méridiens paralleles. Cependant il faut avouer que l'uſage des Cartes réduites ne ſeroit à deſirer ſur la Méditerranée, que pour une plus grande préciſion, & que les erreurs que l'on peut commettre, faute de s'en ſervir, ne peuvent pas être fort conſiderables ſur une Mer où la plus grande difference en Latitude n'excede pas 14 à 15 degrés.

Obſervation de la Variation négligée ſur la Méditerranée.

2°. Quant à la *Variation*, (c'eſt ainſi que les Marins nomment la déclinaiſon de l'Aiguille aimantée), ſon obſervation eſt extrêmement négligée ſur la Méditerranée; on y ſuppoſe la variation, du moins quant à la pratique, abſolument uniforme, & quoiqu'à la ſeule inſpection de l'Etoile polaire, on apperçoive quelquefois une difference fort ſenſible d'un parage à l'autre, on n'y a communément aucun égard. La plupart des Vaiſſeaux marchands

* *V. l'Hiſt. de l'Acad.* 1702. *p.* 113. *& ſuiv.* 1703. *p.* 112. *Et Mémoires p.* 122. *& ſuiv.*

chands ſe ſervent pour diriger leur route, d'une Bouſſole qu'ils appellent *à roſe double*, dont le carton intérieur, qui porte l'aiguille, eſt mobile ſur le centre commun, enſorte que la pointe de l'aiguille peut s'écarter de la fleur de lys du cercle extérieur, deſtinée à marquer le Nord. On la détourne d'ordinaire d'un air de vent, ou de 11 degrés un quart, ce qui étoit à peu près la quantité de la variation ſur la côte de Provence il y a quelques années. Cette prétendue correction une fois faite ſur la Bouſſole, c'en eſt pour toute la Campagne; & le point où eſt dirigée la pointe de la fleur de lys eſt réputé le vrai Nord, quelque changement qu'il puiſſe y avoir dans la variation.

Les Bouſſoles à roſe double ne ſont point d'uſage ſur les Vaiſſeaux du Roi, où les Pilotes ſont cenſés obſerver journellement la variation, & tenir compte de ſes differences. Mais la plupart d'entre eux ſe contentent, en faiſant leur *Point*, de tranſpoſer toutes leurs routes préciſément d'un air de vent, ce qui revient à la pratique précédente. C'eſt beaucoup quand ils ajoutent ou retranchent en gros quelques degrés, dans les parages où ils ſavent que ſe rencontrent les plus grandes differences; encore faut-il que cela quadre à leur eſtime, ou à quelqu'une de leurs autres obſervations.

Le plus grand nombre des Pilotes ignorent que la Variation change dans le même lieu, & ne daignent pas l'obſerver dans les endroits où il y a eu d'anciennes obſervations, auxquelles ils s'en tiennent. Cependant la Société

ciété Royale de Londres a reconnu que l'Escadre Angloiſe commandée par l'Amiral Chawel *, s'étoit perdue, faute d'avoir bien connu la Variation ſur les côtes méridionales d'Angleterre. Et parmi un aſſez grand nombre de bâtimens qui périſſent tous les Hivers dans l'Archipel, n'eſt-il pas plus que vraiſemblable que pluſieurs ont été trompés par leur Bouſſole? Quand par une nuit obſcure & un vent forcé on ſe trouve obligé de paſſer entre deux écueils qu'on ne peut voir, & dont cette Mer eſt pleine, peut-on croire qu'il ſoit indifferent de ne ſavoir qu'à quatre ou cinq degrés près quelle route on ſuit? C'eſt ce qui arrive journellement à nos Vaiſſeaux marchands.

Il eſt vrai que le défaut de bonnes Cartes a ſans doute auſſi beaucoup de part à ces malheurs, & nous en parlerons en ſon lieu; mais ce ſecond mal n'empêche pas la réalité du premier.

Je pourrois joindre ici une Table qui contient une trentaine d'obſervations de la variation de la Bouſſole, en divers parages de la Méditerranée, faites en 1731 & 1732. Mais quelque attention que j'aye apportée à ces obſervations, je n'oſe compter aſſez ſur leur exactitude, pour les donner au Public; tant parce qu'elles ont été faites avec differens compas de variation, qui très ſouvent ne s'accordent pas entre eux, à pluſieurs degrés près, comme je l'ai éprouvé plus d'une

* *Préface du Mémoire ſur la Variation, par M. Meynier, chez Guerin. Paris 1732.*

ne fois; que parce que, par la comparaiſon de mes obſervations avec les correſpondantes, faites ſur les autres Vaiſſeaux de la même Eſcadre, j'y ai ſouvent trouvé des differences de pluſieurs degrés. Ce qui eſt une nouvelle preuve de l'inſuffiſance de l'inſtrument dont on ſe ſert en Mer pour obſerver la variation. On peut conſulter ſur cela M. de Radouay, Capitaine des Vaiſſeaux du Roi, dans ſes *Remarques ſur la Navigation* *, & les Auteurs † des differens Mémoires préſentés ſur ce ſujet, pour le Prix de l'Académie, de l'année derniere.

En profitant des réflexions de ceux qui ont travaillé ſur cette matiere, j'ai cru qu'il m'étoit permis de chercher de mon côté à perfectionner cet inſtrument, par une nouvelle conſtruction propre à le rendre plus ſûr & plus commode dans la pratique, puiſqu'elle ne demande qu'un ſeul Obſervateur, & qu'elle peut être d'uſage à toutes les heures du jour. Ce ſera le ſujet d'un Mémoire particulier. Nouveau Compas de Variation.

Je me contenterai de donner ici le réſultat de mes obſervations de la variation, par où il paroît qu'en 1731 & 1732, la difference de la déclinaiſon de l'Aiguille aimantée dans les divers parages de la Méditerranée, s'étendoit à peu près depuis 10 juſqu'à 16 degrés Nord-Oueſt.

3e. Preſque tous les Pilotes ſe piquent d'eſtimer à l'œil la vîteſſe du Abus dans l'uſillage

* *Paris* 1727. *p.* 4. *& ſuiv.*

† *Man. d'obſ. en Mer la Décl. de l'Aiguille aimantée, par MM. Bouguer & Meynier*, 1732.

sage du Lock. sillage aussi juste, ou plus juste qu'avec le *Lock*, & plusieurs en font rarement usage, ou s'en passent absolument, du moins sur la Méditerranée: il faut néanmoins convenir que nous n'avons jusqu'à présent rien de mieux que le Lock, pour mesurer le chemin d'un Vaisseau. Si cette ingénieuse machine, dont nous sommes redevables aux Anglois, est sujette à quelques inconvéniens *, ceux qui ne viennent que de la façon de l'employer, peuvent du moins être corrigés ou diminués. Le plus grand abus à cet égard, & le plus aisé de tous à réformer, est l'inégalité des mesures employées par les differens Pilotes. Chacun d'eux marque sa ligne à sa fantaisie, l'un par brasses, l'autre par toises; ils donnent d'intervalle d'un nœud à l'autre, depuis 41 jusqu'à 48 pieds, chacun suivant sa méthode, ou son caprice; &, ce qui est très singulier, tous s'accordent dans la supposition que le Vaisseau fait une lieue par heure, quand on file trois nœuds, ou trois intervalles de la ligne de Lock en une demi-minute. Cependant si la distance d'un nœud à l'aure est de 47 pieds 6 pouc. 7 lign. $\frac{1}{2}$, la lieue parcourue sera de 20 au degré, ou de 2853 toises, en évaluant, avec M. Picard †, un degré de grand cercle à 57060 toises; & si les divisions de la ligne ont 41 pieds 8 pouc. mesure la plus ordinaire ‡ des Pilotes, la lieue ne se-

* *Rem. sur la Navigat. déja citées, p.* 13. *& suiv.*
† *Mem. de l'Acad.* 1672.
‡ *Rem. sur la Navig. p.* 13.
Relation du Voyage de la Mer du Sud par M. Frezier, Paris, 1716. *pp.* 6. *&* 7.

ſera que de 2500 toiſes, ou d'un peu moins de 23 au degré, ce qui fait un huitieme de difference.

Non-ſeulement tous les Pilotes n'ont pas une meſure commune pour leurs lignes, mais chaque ligne en particulier eſt diviſée inégalement. Dans celles qui l'ont été avec le plus de ſoin, j'ai trouvé depuis un juſqu'à deux pieds de difference, par excès, dans les premieres diviſions ſur les dernieres; ce qui vient, ſans doute, de ce que les premieres qui ſervent plus fréquemment, ſe ſont plus allongées que les ſuivantes. Et d'un autre côté, j'ai obſervé que la ligne ſe raccourcit, en ſe mouillant, à peu près d'un quarantieme.

Moyen d'y remédier.

On remédieroit à tous ces inconvéniens, en ne diviſant les lignes de Lock, qu'après les avoir mouillées & bien tendues, telles qu'elles ſont quand on en fait uſage, & en obligeant les Pilotes à ſe conformer, dans la diviſion de leur ligne, à la meſure reconnue la plus convenable, qui pourroit être à cet effet graduée ſur le Port, en quelque lieu commode.

Erreurs dans l'obſervation de la hauteur en Mer.

4°. Quant à ce qui concerne l'obſervation de la hauteur; par la comparaiſon des *Points* des Pilotes de differens Vaiſſeaux de la même Eſcadre, j'ai reconnu que leurs obſervations de latitude différoient quelquefois d'un Vaiſſeau à l'autre, de 10, 12 & juſqu'à 15 minutes de degré, quand la diſtance des deux Vaiſſeaux ne pouvoit donner

ner plus de deux ou trois minutes de difference; d'où il ſuit, quand on ſuppoſeroit l'erreur également partagée entre les deux obſervations, ce qui n'eſt pas vraiſemblable, qu'elle étoit au moins de ſept minutes dans chacune.

Que ſera-ce ſi, à cette erreur qui provient, ſans doute, de la diverſité des inſtrumens, de celle des vues des Obſervateurs, & du défaut de préciſion inévitable dans des obſervations de cette nature, ſi, dis-je, on y ajoute les erreurs volontaires qui ſont communes à tous les Pilotes, & qui réſultent de toutes les déductions & corrections à faire à leur obſervation de la hauteur; corrections qu'ils ſont dans l'habitude de négliger, contre ce qui leur eſt expreſſément recommandé dans tous les Traités de Navigation. Je n'entrerai ſur cela dans aucun détail, ayant encore été prévenu ſur ce point, par M. de Radouay. J'obſerverai ſeulement qu'aux quatre erreurs des Pilotes qu'il a remarquées * provenant de la hauteur du centre du Soleil, priſe par le bord de l'ombre, de l'élévation de l'œil de l'Obſervateur au-deſſus de l'horizon comptée pour rien, de la réfraction aſtronomique, & de la difference des méridiens négligées, on peut ajouter une cinquieme ſource d'erreur, qui eſt l'abus où ſont les Pilotes de ſe ſervir de Tables de déclinaiſon du Soleil fort anciennes, & qui auroient be-

Abus dans la pratique ordinaire des Pilotes pour prendre hauteur.

* *Rem. ſur la Navig. p. 9. & ſuiv.*

beſoin d'être réformées, au-lieu de faire uſage de celles qui ſe renouvellent tous les ans dans la Connoiſſance des Tems, l'Etat du Ciel, ou autres Ephémérides.

Tout ceci ſuppoſé, on n'aura pas de peine à croire ce qu'avance, dans l'Ouvrage déja cité *, un Marin très expérimenté, que dans l'état où ſont les choſes, les Pilotes ne ſont quelquefois pas ſûrs de leur hauteur à 30 minutes près ; quelque contraire que ſoit cette propoſition au préjugé généralement reçu parmi eux, ſuivant lequel ils ſe perſuadent qu'ils ne peuvent errer que de 4 à 5 minutes.

Heureuſement pour les Pilotes, & pour ceux qu'ils conduiſent, toutes ces erreurs, dont les unes ſont par excès & les autres par défaut, ſe compenſent aſſez ſouvent, du moins en partie. Mais quelquefois auſſi le plus grand nombre ſe trouve du même côté, & la ſeule qui réſulte de la hauteur du Soleil, priſe par le bord de l'ombre, eſt aſſez conſiderable pour emporter ſouvent la balance, quoique cette erreur ne ſoit pas de 15 à 16 minutes, c'eſt-à-dire, de tout un demi-diametre du Soleil, comme il paroît d'abord, & comme la plupart des Auteurs qui ont écrit de la Marine, l'ont ſuppoſé. M. Bouguer en a donné la raiſon †.

Au reſte, il y a lieu de s'étonner que les Pilotes n'ayent encore retiré aucune utilité des excellens Ouvrages ſur les differentes parties

* p. 10.

† *De la man. d'obſ. exact. ſur Mer la haut. des Astres. Chez Jombert, Paris 1729.*

ties de la Navigation, qui ont paru depuis pluſieurs années, & en particulier de ceux auxquels le Prix de l'Académie a donné occaſion; d'autant plus que quoique les principes de la plupart de ces Ecrits ſoient fondés ſur la plus ſublime théorie, leurs conſéquences ſont aiſées à réduire en pratique, & miſes à la portée de tous les Pilotes.

De l'obſervation des Satellites de Jupiter en Mer.

5°. Je viens à ma derniere obſervation concernant la Navigation. On a pluſieurs fois pu appercevoir, le Vaiſſeau étant à l'ancre, & par un tems fort calme, les Satellites de Jupiter. Mais je n'ai ouï dire à aucun Marin qu'il les eût obſervés à la voile. Il m'eſt arrivé plus d'une fois de les voir. Et notamment le 6 Mai 1732, le Vaiſſeau gouvernant, & ayant aſſez de mouvement pour qu'il ne me fût pas poſſible de garder la Planete dans l'ouverture d'une Lunette de 4 pieds à deux verres convexes, le Ciel étant chargé de quelques nuages, je n'ai pas laiſſé de diſtinguer très bien un Satellite, & d'en appercevoir un autre à pluſieurs repriſes, quoiqu'il ne s'en fallût que de trois jours que la Lune ne fût dans ſon plein, & que Jupiter n'en fût diſtant que de 10 à 12 degrés.

Cette expérience ajoute, ce me ſemble, un nouveau degré de vraiſemblance à l'un des moyens propoſés par M. Caſſini pour l'eſtime de la Longitude ſur Mer *. Puiſque d'un côté M. Caſſini a obſervé une Eclipſe du

* *V. Hiſt. de l'Acad.* 1722, *pp.* 133, *& ſuiv.*

du 3me. Satellite ; avec une Lunette de 3 pieds ½, & que d'un autre, j'ai reconnu par expérience, qu'il eſt très poſſible de les voir en pleine Mer & à la voile, du moins pendant les calmes, dans des circonſtances d'ailleurs aſſez peu favorables ; peut-on douter que des gens exercés dès leur enfance à obſerver ſur un Vaiſſeau, par l'habitude qu'ils prendroient d'en ſuivre les mouvemens, n'acquiſſent une très grande facilité à ſe ſervir de Lunettes plus ou moins longues, aſſez avantageuſement pour obſerver, du moins en certains cas, quelques Immerſions ou Emerſions des Satellites ? moyen le plus commode, & le plus ſûr que nous ayons juſqu'à préſent, pour déterminer les Longitudes avec quelque préciſion.

GEOGRAPHIE.

Cartes de l'Archipel & de la Méditerranée en général.

La meilleure Carte que nous ayons de l'Archipel, eſt la nouvelle Carte du Sr. Berthelot, Hydrographe du Roi à Marſeille. Cependant elle eſt encore très défectueuſe, tant à l'égard du giſement des côtes du Continent, que de la poſition reſpective des Iſles, ſur-tout du côté d'Aſie vers le Midi. Pour les côtes de Caramanie & de Natolie, elles ſont abſolument méconnoiſſables, même ſur nos Cartes les plus eſtimées, & l'on peut aſſurer que nous n'avons point encore de bonne Carte de la Méditerranée en général.

Combien défectueuſes.

Et pourquoi. Au défaut d'obſervations aſtronomiques faites à terre, les Cartes Marines ſe conſtruiſent avec le ſecours des Journaux des Pilotes, ſur leurs obſervations de latitude, leurs eſtimes des diſtances, & ſur-tout leurs *Relevemens* de terre, pris avec la Bouſſole.

Par ce qui a été dit dans l'article précédent ſur l'obſervation de la hauteur & l'uſage du Lock, on peut juger de ce qu'on doit attendre des deux premiers moyens; quant au dernier, quoique de toutes les obſervations des Pilotes, ce ſoit la plus ſimple, nous allons prouver qu'elle eſt très peu exacte. Je n'excepte pas même les relevemens faits en terre ferme, ou d'une Iſle à l'autre, tels qu'on en trouve dans le Voyage de M. de Tournefort, quoique ceux de cette eſpece doivent être plus juſtes que ceux que l'on fait à la Mer.

Premierement, comme faute d'obſervations fréquentes, & par les raiſons alléguées, la variation n'eſt pas exactement connue dans les differens parages, non plus que les changemens que le tems y apporte, on peut à cet égard errer de pluſieurs degrés, ainſi qu'on l'a déja obſervé.

2°. Dans l'uſage ordinaire, ſouvent le point relevé n'eſt déſigné que d'une maniere vague; on dira, par exemple, que Scio, Metelin, &c. reſte au Nord ou à l'Eſt, ſans indiquer préciſément tel Cap, telle Montagne, en un mot un point fixe & remarquable de l'objet obſervé qui occupe quelque-

quefois sur l'horizon une étendue de plusieurs degrés.

3°. Enfin, en supposant la variation bien connue, & toute l'exactitude possible de la part de l'Observateur, les défauts de l'instrument, sa petitesse, le mouvement du Vaisseau, quand l'observation se fait à la Mer, &c. ne permettent pas d'esperer une grande précision. Aussi d'ordinaire se contente-t-on de désigner le lieu relevé, en disant qu'il reste à tel air de vent, ou quand la différence est fort sensible, entre tel & tel rumb, sans déterminer précisément à quel degré; ensorte que le plus souvent on ne sait qu'à un demi-rumb près, la direction de l'objet observé.

Seul moyen d'y remédier.

De tout cela, il résulte que les Cartes marines ne peuvent manquer d'être toujours très défectueuses, tant qu'on n'aura pas au moins un certain nombre de points fixes sur les Côtes, déterminés par des observations Astronomiques faites à terre. Nous n'avons jusqu'ici aucun point observé sur la Côte d'Afrique, dans l'étendue de 20 degrés en longitude, depuis le Détroit de Gibraltar jusqu'à Tripoli de Barbarie, & cette Côte est marquée trop Sud dans presque toutes les Cartes dont se servent les Pilotes. Suivant la Connoissance des Tems, & l'observation qui y est rapportée du P. Feuillée *, Tripo-

Erreurs des Cartes marines.

* *Mém. de l'Acad.* 1701. *p.* 15. *Observations du P. Feuillée, tome* 2. *p.* 702.

Tripoli en particulier eſt environ 15 minutes plus Nord qu'il n'eſt marqué ſur nos Cartes marines les plus nouvelles. Il y a beaucoup d'apparence que cette erreur provient, du moins en partie, du trop de hauteur que les Pilotes donnent au Soleil par leurs obſervations *: erreur qui domine toutes les autres, & qui tend à diminuer la latitude.

Au reſte, toutes ces Cartes n'étant, comme on l'a dit, conſtruites que ſur les Journaux des Pilotes, il n'eſt pas étonnant qu'elles ne s'accordent pas aux obſervations de M. de Chazelles, & du P. Feuillée, qui auroient dû leur ſervir de baſe.

Suivant la plupart de ces mêmes Cartes, il n'y a que 7 à 8 lieues de diſtance de Neapolis, aujourd'hui *Scala nova*, port de l'ancienne Epheſe, juſqu'à Smyrne; j'ai éprouvé qu'il ne faut pas moins de 14 à 15 heures à cheval pour en faire le chemin; ce qui s'accorde tant avec la diſtance donnée par Strabon † de 320 ſtades de Smyrne à Epheſe, qu'avec celle d'Epheſe à Neapolis de 10 milles ſuivant les anciens Portulans, dont M. Deliſle ne s'eſt pas écarté.

Carte de la Propontide.

Les Cartes de la Propontide ou Mer de Marmora, ainſi que celles des deux Détroits qui la terminent, ſont encore moins exactes que celles de l'Archipel. Il en doit paroître une inceſſamment, nouvellement levée ſur les lieux, avec beaucoup de ſoin, par M. Bohn, Gentil-

* *V. Supra pp.* 413. & 414.
† *Geog. l.* 14. *init.*

tilhomme Danois, attaché à M. le Prince Ragotski.

Cartes Turques.

J'ai rapporté les Cartes Turques de la Mer Noire, de la Turquie en Asie, de la Perse & de l'Egypte, récemment gravées à la nouvelle Imprimerie établie à Constantinople. Elles ne paroissent gueres qu'une compilation des Cartes de ces mêmes Païs, faites dans l'Europe Chrétienne; mais elles peuvent du moins nous apprendre quelques positions particulieres, & quelques noms modernes de lieux qui nous sont inconnus.

Carte de la Côte de Macédoine.

Je joins ici la Carte d'une partie de la côte septentrionale du Golfe de Contesse en Macédoine, autrefois *Strymonicus Sinus*. * On a suivi, pour le contour de la côte, le trait de la Carte de la Grece ancienne de M. Delisle; mais on trouvera ici deux ou trois Rivieres qui y sont omises, & la position de l'ancienne Isle de *Thasus*, aujourd'hui *Tasso*, entierement changée. Cette Carte, avec ses corrections, m'a été communiquée par M. le Comte de Bonneval qui les a fait faire sous ses yeux, pendant son séjour à *Yumurdzine*, près de la Cavalle.

MECHANIQUE.

Turcs ignorans dans les Sciences d'Europe.

Les Turcs sont peu versés dans les Méchaniques, ainsi que dans la plupart des Sciences d'Europe. Ceux qui font chez eux les fonc-

* Planche I.

tions d'Ingénieurs, d'Architectes, de Conſtructeurs de Vaiſſeaux, ſont tous Grecs, Arméniens ou Etrangers. Cependant les Turcs ont beaucoup d'induſtrie pour certains ouvrages qui leur ſont particuliers, & nombre de pratiques curieuſes dans l'exercice de certaines profeſſions, dont le détail mèneroit trop loin, & deviendroit étranger au ſujet de ce Mémoire.

Leur induſtrie.

Ils cultivent peu l'Aſtronomie: ils en ſont encore à l'Aſtrologie judiciaire. Les plus ſavans parmi eux en ſont infatués. J'ai vu quelques-uns de ceux-ci qui entendoient aſſez bien la Sphere & la conſtruction des cadrans. Ils n'ont point l'uſage des grands inſtrumens propres aux obſervations Aſtronomiques. Je leur ai vu ſeulement de petits Quarts-de-Cercle pleins, en bois verni, de 5 à 6 lignes d'épaiſſeur, & d'environ 4 pouces de rayon. On voit ſur les deux faces oppoſées, deux differentes projections d'arcs de cercle & de lignes droites qui s'entrecoupent, ſans la moindre confuſion. Les caracteres Arabes & les diviſions ſont tracés en rouge & en noir, avec une fineſſe & une netteté merveilleuſe. Les principales interſections ſont marquées par de petits points dorés, qui reſſemblent aux clous de nos picquures en écaille. Un des côtés du Quart-de-Cercle porte à ſes deux bouts deux éminences quarrées, de toute l'épaiſſeur de ſon plan; elles ſervent de pinnules, & l'ombre de l'une doit tomber ſur l'autre, pour orienter l'inſtrument, dont

Leur goût pour l'Aſtrologie judiciaire.

Quarts-de-Cercle Turcs.

le

le principal uſage eſt de marquer l'heure, par le moyen d'un fil attaché au centre, & d'un petit grain enfilé qu'on fait gliſſer le long du fil; comme ſur ces cadrans portatifs qui ſe peuvent tracer ſur une carte, & dont on voit la conſtruction dans divers Traités de Gnomonique. J'ai fait faire à Conſtantinople, deux de ces petits Quarts-de-Cercle, un pour la hauteur du Pole de Paris, & un univerſel.

Machine à trier le Coton.

La machine dont on ſe ſert en Chypre, pour ſéparer le Coton de ſa gouſſe, a quelque rapport à celle qui eſt décrite par le P. Labat, dans ſon Voyage d'Amérique *, où il n'en donne pas le deſſein. Elle eſt peut-être la même que celle dont il eſt parlé dans le Voyage de Spon & de Wheler †, où elle n'eſt point décrite, & qui eſt méconnoiſſable dans le deſſein qu'en donnent ces Auteurs. Je l'ai deſſinée ſur le lieu exactement, & j'en joins ici la deſcription. Elle eſt compoſée de deux cylindres, de 8 à 9 pouces de long; l'un ‡ *A B* à peu près de la groſſeur du doigt, eſt de fer cannelé, ce qui le rend un peu raboteux: l'autre *C D* un peu plus gros, eſt de bois uni. Ces deux cylindres qui n'ont entre eux qu'environ une ligne d'intervalle, tournent ſur leurs axes en ſens contraire; celui-ci, par le moyen d'une roue *E F G H* que le pied *I* de l'ouvrier fait mouvoir, l'autre par une manivelle *L* qu'il gouverne de la main droite

* *Tome 2. p. 401.*
† *Tome 1. p. 174.*
‡ *Planche II. Fig. 1.*

droite *M*, tandis que ſa gauche *N* préſente le coton non trié *O* à l'entre-deux des cylindres. Le coton ſeul paſſe par le petit intervalle, & les gouſſes demeurent en-deçà.

Maniere de battre le Bled en Syrie, &c.

Pour ſéparer le bled de la paille en Paleſtine, en Syrie, & en Barbarie, on attele un bœuf ou un cheval à un traineau de deux ou trois planches attachées enſemble; un homme, & plus ſouvent un enfant ſe tient debout ſur ces planches, & par ſon poids comprime les épis, il chaſſe devant lui l'animal, à qui on fait faire pluſieurs tours ſur les gerbes déliées qu'il foule aux pieds. A meſure que la paille eſt ſuffiſamment broyée, on l'entaſſe au milieu en un monceau, pêle-mêle avec le grain, pour la vanner enſuite au vent.

Clefs & Serrures de bois, d'Egypte & de Barbarie.

Les clefs & les ſerrures de bois qui ſont d'un uſage commun en Barbarie, en Egypte, en Syrie, & dans une grande partie du Levant, ſont une invention auſſi ſimple, qu'ingénieuſe. Elle a peut-être paru trop vile aux Voyageurs, qui en ont négligé la deſcription. La ſerrure eſt compoſée de deux pieces; la premiere & la principale *AD* * qui répond à celle que nous appellons *Gache* dans nos Sereures, n'eſt autre choſe qu'un morceau de bois équarri, d'environ 6 pouces, au milieu duquel eſt une grande entaille ou mortaiſe *EFGHIKL*. Au-deſſus de cette entaille, il y en a pluſieurs autres petites

* *Planche II. Fig. 2.*

petites *M*, *M*, *M*, qui ſont ſéparées de la grande par une mince cloiſon réſervée dans le bois, ou par une plaque de fer *NNNN* percée de pluſieurs trous. Chacune de ces petites loges *M*, *M*, *M*, contient une cheville de bois ou de fer *OP*, *OP*, *OP*, qui répond à chacun des trous de la cloiſon *NNNN*, & qui tombant par ſon propre poids dans la grande entaille *EFGHIKL*, eſt retenue par un collet *P*, *P*, *P*, qui ne lui permet pas de ſortir entierement. Cette premiere piece s'applique verticalement, & s'enchaſſe, l'entaille en dedans, dans la muraille ou cloiſon à côté de la porte; en cet état, elle ſert de gache à une autre piece *B* * qui forme une eſpece de pêne, ou plutôt de verrouil; celle ci gliſſe horizontalement dans l'entaille *EFGHIKL* & a des trous *Q*, *Q*, *Q*, &c. diſpoſés pour recevoir les chevilles *OP*, *OP*, *OP*, de la piece précédente, qui y tombent par leur propre poids, quand les trous ſe rencontrent ſous les chevilles; alors le verrouil ou la piece *B* ne peut plus gliſſer, & tient la porte fermée. La clef dont on ſe ſert pour l'ouvrir eſt une eſpece de ſpatule *C* garnie de chevilles † *R*, *R*, *R*, &c. dans une diſpoſition qui répond à celle des chevilles *PO*, *PO*, *PO*, de la premiere piece *AD*, & des trous *Q*, *Q*, *Q*, de la ſeconde *B*. Cette clef gliſſe parallelement à la porte dans une rainure *YZ* 1 2 3 4 pratiquée dans la ſeconde piece *B*. Quand la clef eſt entrée à la profondeur requiſe, en la ſoulevant on chaſſe

* *Fig.* 3. † *Fig.* 4.

chaſſe à la fois toutes les chevilles *P O*, *P O*, *P O*, qui répondent aux chevilles *R*, *R*, *R*, de la clef. On fait alors gliſſer le pêne ou le verrouil qui barroit la porte, & elle s'ouvre; une ſeule dent ou cheville de manque ou dérangée dans la clef empêcheroit la porte de s'ouvrir. L'inconvénient de ces ſerrures, & ce qui fait en même tems leur éloge, c'eſt qu'il paroit qu'il n'y a d'autre moyen, pour ouvrir ſans clef, que de rompre la porte ou la ſerrure. Mais l'induſtrie ſupplée à tout; au-lieu de crochets & de roſſignols, les ſerruriers & les voleurs ont un expédient proportionné à l'obſtacle. Ils enduiſent d'une couche de cire molle, épaiſſe de quelques lignes, l'extrémité d'une ſpatule ou clef de bois ſans chevilles, on introduit dans la ſerrure cette eſpece de clef, on la ſouleve avec force, & la cire en ſe moulant dans les trous, chaſſe toutes les chevilles, ou en reçoit l'empreinte, ce qui ſert à faire une vraye clef.

ANATOMIE.

Singularité remarquable d'un Fœtus humain monſtrueux.

En paſſant à Lyon au mois de Mai 1731, je vis & je deſſinai un Fœtus humain monſtrueux, venu trois mois avant terme. Il avoit deux corps, l'un mâle, l'autre femelle. Ces deux corps étoient unis dos à dos, mais les deux têtes n'étoient pas oppoſées du même ſens que les deux corps. * Les deux occiputs ſe touchoient à

* *Planche III, Fig. 1, & 2.*

à la vérité, & étoient même adhérens par leur partie inférieure, mais les deux faces étoient tournées de côté & d'autre vers les épaules, enſorte qu'on voyoit les deux têtes de profil quand on avoit un des deux corps en face, & réciproquement; ce qui faiſoit qu'on ne pouvoit, au moins extérieurement, juger auquel des deux corps appartenoit l'une des deux têtes.

CHIMIE.

NATRON, Sel d'Egypte.

L'Egypte abonde en Sels foſſiles de diverſes eſpeces. J'ai rapporté d'une Terre qui y eſt très commune, & qui contient en grande quantité, & quelquefois preſque ſans mélange, un Sel appellé *Natron*, ſur lequel il y a pluſieurs expériences curieuſes à faire.

Quelques Arabes, ſur-tout certains Hermites vagabonds appellés *Santons*, en mangent avec du Tabac, d'autres plus communément en prennent par le nez auſſi mêlé avec le Tabac. Ils lui attribuent de grandes vertus. Un Chimiſte François, établi à Conſtantinople, prétendoit avoir tiré de ce mixte un Sel ammoniac naturel, que j'ai préſenté à la Compagnie. Mrs. Geoffroy & du Hamel, qui en ont fait l'Analyſe, ont jugé que c'étoit un véritable Sel de Glauber.

BOTANIQUE.

Nouvelle Collecteur

J'ai vu à Alger, chez M. Thomas Shaw, Miniſtre Anglican & Doc-

tion de Plantes des Côtes de Barbarie, Syrie, &c.

teur en l'Univerſité d'Oxford, une nouvelle & nombreuſe Collection de Plantes deſſechées & très bien conſervées, des Côtes de Barbarie, d'Egypte & de Syrie. A ſon retour en Angleterre, il compte donner au Public le recueil de ſes obſervations.

KNAH ou ALCANNA des Turcs.

Le *Knáh*, c'eſt ainſi que les Turcs nomment cette poudre, que quelques Voyageurs ont appellée *Alcanna* *, eſt une feuille pilée & réduite en poudre, dont on fait un grand débit dans toute la Turquie: on la tire d'Alexandrie d'Egypte. L'Arbriſſeau qui la produit croît dans toute la Barbarie, c'eſt une eſpece particuliere de *Liguſtrum* ou de Troëſne. Il eſt décrit dans les Mémoires de M. Shaw. Quoique cette poudre ſoit verdâtre, étant ſeche; l'eau dans laquelle on la met infuſer, prend une couleur rouge. Les femmes Turques & les Juives du Levant s'en ſervent pour ſe teindre les ongles des mains & des pieds, & quelquefois les cheveux.

LADANUM de Chypre.

On recueille en Chypre, du côté de Baffa, qui eſt l'ancienne Paphos, le *Ladanum*, ainſi qu'en Candie. La Plante que j'ai rapportée de Chypre, croît actuellement au Jardin du Roi, où le *Ciſtus Ladanifera Cretica*, décrit & rapporté par M. de Tournefort †, s'étoit auſſi multiplié & conſervé longtems: la Plante de Chypre

* *Abr. Tranſ. Philoſ. tome 2. p. 645.*
† *Voyage du Levant, lett. 2.*

Chypre qui n'a pas encore fleuri paroît jusqu'à préſent la même que celle de Candie.

Le *Ladanum* eſt très ſujet à être falſifié par le mêlange de matieres propres à augmenter ſon poids. J'en ai rapporté un morceau du plus pur, que je dois à la politeſſe de M. Barton, alors Conſul en Chypre de la Nation Angloiſe, petit-neveu par ſa mere de l'illuſtre M. Newton.

OPIUM des Turcs.

On ne trouve point à Conſtantinople de véritable *Opium*, c'eſt-à-dire, du ſuc de la tête de Pavot tiré par la ſimple inciſion. On en retireroit de cette maniere une bien moindre quantité que par la décoction, il ſeroit néceſſairement fort cher, & les Marchands n'en trouveroient pas le débit, comme de l'autre auquel les Turcs ſont accoutumés. J'ai eu de celui qui eſt le plus eſtimé parmi eux, & du même dont uſent quelques Turcs, & particulierement certains Dervichs qui en font habituellement le plus d'excès. Il eſt d'une odeur pénétrante, d'un verd-brun très foncé extérieurement, quand il n'eſt pas deſſeché, & au dedans plus jaunâtre & plus clair. C'eſt, autant que j'ai pu m'en aſſurer ſur le rapport de ceux qui doivent en être le mieux inſtruits, un extrait de la décoction de Pavot. La plus grande quantité de celui qui ſe vend à Conſtantinople, ſe tire de Natolie, des environs d'un lieu que les Turcs nomment aujourd'hui *Aphium Cara-hiſſar*, c'eſt-à-dire, *Château noir de l'Opium*. Sa ſituation fait juger qu'il eſt bâti ou ſur les ruïnes, ou dans le voiſinage de l'ancienne

OÙ il croît.

cienne Ville de *Philomelium*. Il croît auſſi de l'Opium dans le territoire de Thebes en Egypte, mais on y préfere celui de Natolie, qui paſſe de Natolie en Chypre, & de Chypre en Egypte, où il ſe vend le double de celui du païs.

Graines diverſes.

J'ai rapporté un échantillon de toutes les Graines & Plantes uſuelles qui ſe vendent à Conſtantinople, pluſieurs de Barbarie & de Syrie, & des éclairciſſemens ſur la nature & la préparation de diverſes Plantes, drogues & matieres aſſez peu connues que nous tirons du Levant. La plupart de ces Mémoires, dont j'attends une ſuite, m'ont été fournis par un Médecin * que ſon application à ſa profeſſion & ſon ſéjour en Levant ont mis à portée d'acquérir toutes ces connoiſſances.

Je n'entrerai ſur tous ces Articles dans aucun détail, me bornant ici à ce que j'ai vu par moi-même.

PHYSIQUE.

Obſervations météorologiques faites à Alger. Sur le Barometre.

La plus grande hauteur du Barometre dans l'eſpace de huit années, de 1723 à 1731, a été à Alger de 28 pouces $\frac{1}{2}$, plus ſouvent l'Hiver que l'Eté & par un vent de Nord. La moindre a été de 27 pouces & par un vent de Sud, auſſi en Hiver pour l'ordinaire, & une ſeule fois

* *M. Arnaud, Docteur en Médecine, de la Faculté d'Aix, Médecin de M. l'Ambaſſadeur à Conſtantinople.*

fois en Eté; presque toujours par des tems de tempêtes, d'ouragans, ou de tremblemens de terre. Ces derniers cependant n'ont ordinairement caúsé aucune variation au Barometre. De Mai en Septembre, il est rare que les changemens excèdent un demi-pouce.

Depuis Septembre 1730 inclusivement jusques & compris le 5 Mai 1731, il est tombé à Alger 29 pouces 8 lignes d'eau, ce qui est environ 11 pouces de plus que l'année moyenne de Paris. Il pleut très rarement l'Eté à Alger. Cependant par une Lettre reçue depuis mon retour, on me marque que dans les 14 & 15 Juin 1732 il est tombé 5 pouc. d'eau, chose inouïe, & dont il n'y avoit de mémoire d'homme aucun exemple dans le païs. Sur la Pluye.

Ces observations m'ont été communiquées par un Observateur exact & attentif * qui résidoit à Alger depuis 8 ou 9 ans.

Le 19 Juin 1731 une Aiguille aimantée d'environ 6 pouc. déclinoit à Alger de 14 degrés vers le Nord-Oueſt. J'ai fait & réitéré l'observation à terre; & celle des Pilotes faite dans la rade n'étoit pas fort differente de la mienne. Il doit y avoir une faute d'impression dans la Lettre de M. Shaw, imprimée dans les Transactions philosophiques †, dans laquelle la déclinaison de l'Aiguille aimantée à Alger est marquée de 30° 30′. Déclinaison de l'Aiguille aimantée.

On

* *M. Batault, Prêtre Missionnaire de Saint Lazare.*

† *An.* 1729. *N°.* 411.

Effet de l'air sur les Pierres.

On voit au bord de la Mer, parmi les ruïnes d'Alexandrie d'Egypte, deux Obéliſques de ce Granit ou Pierre Thébaïque, que quelques-uns avoient ſoupçonnée factice, & dont les carrieres ont depuis été trouvées dans la haute Egypte. L'un eſt renverſé & presque enfoui; l'autre qui eſt encore ſur pied, appellé vulgairement l'*Aiguille de Cléopatre*, a ſes quatre angles dirigés aux quatre points cardinaux, à quelques degrés près. Le Midi & le Couchant, du moins en ce païs ci, ſont les expoſitions où l'on reconnoit par expérience, que les pierres ſe conſervent le moins. Quant à l'Obéliſque, la face expoſée au Nord-Oueſt, côté de la Mer, & celle du Sud-Oueſt qui regarde la nouvelle Ville, ſont les mieux conſervées, & on y diſtingue très bien les figures hiéroglyphiques qui y ſont gravées, & que j'ai deſſinées. Mais quoique cette pierre ſoit plus dure que le marbre, les deux faces expoſées au Nord-eſt & au Sud-eſt, ſur-tout la derniere, ſont fort maltraitées; elles ſe calcinent à l'air, & s'enlevent par lames, enſorte qu'on ne peut preſque plus rien diſtinguer à leurs caracteres.

Meſures de l'Obéliſque de Cléopatre, & de la Colonne de Pompée.

J'ai trouvé par des pratiques connues de Trigonométrie & ſans inſtrument, que cet Obéliſque avoit environ 56 pieds hors de terre; que la Colonne qui porte le nom de Pompée, on ne ſait pas bien pourquoi, & que l'on voit ſur pied à un demi-quart de lieue de la Ville, avoit 94 pieds

pieds de hauteur, y compris ſa baſe & ſon chapiteau; & le fuſt, qui eſt d'un ſeul bloc de Granit, près de 70 pieds de haut ſur huit dans ſa moyenne épaiſſeur. Il y a apparence que M. de Chazelles a pris toutes ces dimenſions exactement, mais je ne ſache pas que ſes Mémoires ayent été publiés.

Nulle apparence d'Aurore Boréale au-deſſous de 40 degrés de latitude.

Pendant les mois de Sept. & d'Oct. 1731, j'étois en mer ſur la route de Chypre à Conſtantinople, fort à portée d'obſerver l'Aurore Boréale, qui fut très fréquente pendant ce tems en ce païs-ci *: mais quelque attention que j'aye donnée alors & pendant cinq mois de ſéjour à Conſtantinople, je n'en ai apperçu aucune trace; ce qui confirme la remarque de M. de Mairan †, qu'elles ne paroiſſent gueres au-deſſous de 40° de lat.

Phénomene météorologique peu connu.

Je m'étois auſſi propoſé l'examen d'un Phénomene très ordinaire & aſſez peu connu, même des Marins, dont quelques-uns cependant l'ont nommé *Pied-de-vent*. Il conſiſte dans un arrangement de nuages ſur differentes lignes, qui étant prolongées, concourroient à deux points oppoſés de l'horizon, comme les méridiens d'un globe ſe réuniſſent aux poles. Lorſque le Ciel n'eſt pas tout-à fait ſerein, ni entierement couvert, il eſt rare, quand on y fait bien attention, que

* *Mem. Acad.* 1731. *p.* 531.
† *Traité phyſ. & hiſt. de l'Aur. Boréale.*

que les nuages ne paroiſſent pas affecter cette diſpoſition plus ou moins ſenſiblement. C'eſt d'ordinaire au point de réunion vers l'horizon qu'elle eſt le plus remarquable, & quelquefois elle ne l'eſt pas ailleurs ; c'eſt pour cela qu'il faut, ſur-tout lorſqu'on n'a pas pris l'habitude d'obſerver le Phénomene, un horizon fort étendu pour le voir diſtinctement. Souvent le point de réunion eſt très ſenſible, & les nuages qui en partent, ſemblent s'écarter en tout ſens, en forme d'éventail, ou d'un côté de l'horizon ſeulement, tandis que l'autre côté eſt ſans aucun nuage, ou des deux côtés de l'horizon à la fois, & alors un des deux centres eſt d'ordinaire plus apparent que l'autre. Ils ne ſont pas toujours diamétralement oppoſés. Quelquefois l'ordre des nuages ſe trouble & ſe confond, & l'on apperçoit pendant quelque tems, deux differens points de concours du même côté de l'horizon, juſqu'à ce que l'un des deux diſparoiſſe, & cède, pour ainſi dire, la place à l'autre.

Divers nuages diſpoſés parallelement les uns aux autres & à l'horizon à perte de vue, ce qui eſt l'arrangement naturel que le vent leur donne, doivent, ſuivant les règles de l'Optique, nous paroitre concourir à deux points oppoſés de l'horizon. S'ils ſemblent quelquefois ne point participer au mouvement des autres nuages, ou ſe mouvoir dans un ſens contraire à leur propre direction, ſi cette direction, ſi leur marche même ne s'accorde pas avec le vent que l'on ſent actuellement près de la ſurface de la Terre, ce

que

que j'ai ſouvent obſervé ; on n'en peut conclurre autre choſe, ſinon que le vent, dont ils ont reçu leur premier alignement, a changé, & qu'il ſouffle differens vents à la fois à differentes hauteurs de l'atmoſphere. Ce que les mouvemens contraires des differentes couches de nuages nous indiquent aſſez, & qui eſt moins extraordinaire que ces vents oppoſés dans la même couche d'air, qui portent quelquefois deux vaiſſeaux l'un vers l'autre à pleines voiles.

Pronoſtics des Marins ſur les changemens de tems.

Après avoir pendant cinq mois de navigation en differens tems & en differens lieux, donné une attention particuliere aux divers pronoſtics prétendus dont les Marins tirent des conjectures ſur la durée ou le changement des vents ; je n'ai reconnu qu'une très grande incertitude dans leurs règles le plus univerſellement reçues, & il m'a paru qu'elles ont été tout au moins auſſi ſouvent démenties que confirmées par l'événement. Mais ce qui fait, ce me ſemble, une plus forte preuve que mon expérience, qui n'a été que de quelques mois, c'eſt que de tous les Pilotes que j'ai vus, celui qui m'a paru d'ailleurs ſavoir le mieux ſon métier, n'ajoutoit aucune foi à ces règles, & s'en mocquoit. Ces pronoſtics, généralement parlant, ſont ſi fort reſpectés des gens de mer, qu'il faut avoir du courage pour oſer les contredire. Ils ſont en bien plus grand nombre encore, & plus en crédit, s'il eſt poſſible, en Levant, où la crédulité & la ſuperſtition n'ont point de bornes. Les

Superstition des Turcs & des Grecs.

Grecs & les Turcs, d'accord sur cet unique point, semblent chercher à renchérir les uns sur les autres. La nature de l'Insecte que l'on trouve dans les galles ou excroissances qui viennent aux arbres, décide, selon leur préjugé, de la guerre, de la peste ou de la famine. J'ai vu le Caïque * du Grand-Seigneur muni d'un ail suspendu à la proue, pour préserver sa Hautesse des funestes regards des Enchanteurs; & de grands aqueducs nouvellement réparés ou nouvellement construits aux environs de Constantinople, pourvus d'un pareil préservatif. Cette superstition, appellée par les Italiens *cativo occhio*, est très ancienne †, & est encore généralement répandue dans tout l'Orient, même aux Indes & à la Chine.

Sécurité des Turcs en tems de peste.

Cependant ces mêmes gens qui craignent d'être ensorcelés d'un regard, ne prennent aucune précaution contre la contagion, & se rient de celles que prennent les *Francs* ‡ qui vivent parmi eux, quoique le succès semble les justifier; puisqu'il est rare à Constantinople, que la peste pénètre chez les Ministres étrangers, & dans les autres Echelles du Levant, chez les

* Espece de Felouque qui va à voiles & à rames, dont on se sert dans le Port de Constantinople, & aux environs. (*Tournefort, Voyage du Levant let.* 16) Le Caïque du Grand-Seigneur seulement, a treize paires de rames.

† Nescio quis teneros oculus mihi fascinat agnos. *Virg. Ecl.* 3. *v.* 103.

‡ *C'est le nom que donnent les Turs à tous les Chrétiens d'Occident.*

les Conſuls & les Négocians qui ſe renferment; tandis qu'elle fait ailleurs les plus grands progrès.

Réflexion ſur la contagion.

La quarantaine qu'on fait à Marſeille, au retour du Levant, eſt une occaſion bien naturelle de faire des obſervations ſur ce qui y paſſe pour être ou n'être pas contagieux, ſur la maniere dont on y prétend que la contagion ſe communique, & ſur les précautions que l'on prend en conſéquence. Matiere curieuſe & intereſſante ſur laquelle on a beaucoup écrit, & qui n'eſt pas à beaucoup près épuiſée.

Inoculation de la petite vérole.

L'inoculation de la petite vérole eſt, comme on ſait, uſitée depuis longtems en Levant; c'eſt même de là qu'elle a paſſé en Angleterre. Cette opération eſt aujourd'hui non-ſeulement pratiquée par les Sujets du Grand-Seigneur; mais un grand nombre de Francs de toutes les Nations d'Europe, établis à Conſtantinople, & qui y ont épouſé des Grecques, ſe ſont conformés ſur ce point à la mode du Païs, font tous les jours inſérer la petite vérole à leurs enfans, & ſe trouvent bien de cet uſage.

Changemens arrivés ſur la ſurface de la Terre.

On ne manque pas de faits qui prouvent qu'il doit être arrivé de grands changemens en divers lieux ſur la ſurface de la Terre. On ne voit dans l'Archipel, & ſur les côtes voiſines, que Rochers affaiſſés ou ſoulevés, dont les lits de pierre ſont inclinés à l'horizon; mais outre ces révolutions cauſées

par des tremblemens de terre qui y ſont fréquens *, il y en a d'autres qui s'operent par degrés preſque inſenſibles, & qui ne laiſſent pas de changer la nature du terrein. La Paleſtine en a vraiſemblablement éprouvé de cette eſpece. Dans ſes amas de Rochers nuds & brulans, on ne reconnoit plus ces contrées autrefois ſi abondantes. Ne pourroit-on pas ſoupçonner que les terres qui couvroient le Roc, ſe ſont peu à peu éboulées dans les vallons, & n'ont laiſſé que des Marbres & des Roches arides, où l'on voyoit autrefois de fertiles côteaux ? Les environs d'Alexandrie d'Egypte ont auſſi bien changé de face; le vaſte Lac Mareotis eſt preſque entierement deſſeché, & l'on ne voit plus ſur ſes bords, aucun veſtige du fameux vignoble où croiſſoit ce vin ſi renommé † chez les Anciens, & dont les fumées, ſi l'on en croit Horace ‡, avoient monté à la tête de la Reine Cléopatre. Il eſt vrai que le Mahométiſme a preſque fait abandonner la culture des vignes dans les lieux où il s'eſt établi; mais il eſt auſſi très vraiſemblable que le ſol a changé de nature. En effet, pour prendre un exemple de même genre, le vin de l'Iſle de Scio, où les vignes ſont cultivées par les Grecs, eſt aujourd'hui extrêmement dur & âpre, & l'on ne conçoit pas com-

* *Les 14 & 15 Octobre 1731, j'en ai ſenti deux ſecouſſes à Smyrne.*

† Sunt Thaſiæ vites, ſunt & Mareotides albæ. *Virg. Georg lib. 2. v. 19.*

‡ Mentemque lymphatam Mareotico, *&c. Horat. lib. I. Od. XXXVII.*

comment il a pu ſe faire une ſi haute réputation *, ſi le terroir ou le goût n'ont pas changé prodigieuſement.

Fertilité de l'Iſle de Chypre. Malignité de l'air.

L'Iſle de Chypre autrefois ſi vantée, tout inculte qu'elle eſt aujourd'hui, ne laiſſe pas d'être extrêmement fertile; on y marche quelquefois des lieues entieres à travers des forêts d'arbuſtes odoriférans, de toute eſpece. Elle paſſe pour un ſéjour fort mal-ſain, ce qui doit moins s'entendre de l'Iſle entiere, que de quelques endroits, tels que Famagouſte & Lernica, où l'on trouve une cauſe très vraiſemblable du mauvais air qu'on y reſpire, dans les exhalaiſons des Marais & des Salines du voiſinage. Ce qu'il y a de plus ſingulier, c'eſt que ce même air ne paſſe pour être dangereux, du moins à Lernica, que le jour, & pendant l'ardeur du Soleil, & que l'on s'y promène, ſans crainte du ſérein, le ſoir & toute la nuit. Seroit-ce que les exhalaiſons ſalines, dans leſquelles on peut ſuppoſer que réſide la malignité, ſont ſi peſantes qu'il n'y a que la plus grande chaleur du Soleil qui puiſſe les élever à une certaine hauteur, & qu'avant qu'il approche de l'horizon, elles ſont déja retombées par leur propre poids? On prétend encore que l'air n'eſt mal-ſain, en Chypre, que pour les étrangers, & que les gens du païs, même ceux qui travaillent aux Salines, n'en reçoivent aucune incommodité.

* Vina novum fundam Calathis Arviſia Nectar. *Virg. Eclog. 5. v. 71.*

Fréquence des fievres malignes.

Quoi qu'il en ſoit, les fievres malignes y ſont très communes vers la fin de l'Eté, & pardonnent rarement à ceux qui en ſont attaqués, quelle que ſoit leur jeuneſſe & la force de leur temperament. Au mois de Septembre 1731, pluſieurs François venoient d'y augmenter le nombre des exemples funeſtes. C'eſt auſſi de cette maladie qu'étoit mort tout récemment à Famagouſte, lieu de ſon exil, Mehemet Effendi que nous avons vu Ambaſſadeur de la Porte, à la Cour de France; & non de mort violente, comme on l'a publié.

Mort de Mehemet Effendi, ci-devant Ambaſſadeur en France.

HISTOIRE NATURELLE.

Pour me renfermer dans les bornes d'un Mémoire, je n'entrerai point dans le détail de toutes les pétrifications & autres morceaux d'Hiſtoire naturelle que j'ai rapportés du Levant, & je ne ferai mention ici que d'un petit nombre.

Incruſtation pierreuſe d'une Fontaine minérale.

Une incruſtation pierreuſe d'une matiere blanche, friable, diſpoſée par filets, & qui paroît calcinée: elle s'amaſſe en forme de pyramides autour du baſſin d'une célèbre Fontaine minérale d'eaux chaudes, à 15 ou 16 lieues d'Alger dans les terres, ſur le chemin de Bonne à Conſtantine. Ces eaux étoient connues des Anciens, ſous le nom d'*Aquæ Tibilitanæ* *. J'en attends

* *Cellarii not. Orb. ant. lib. 4. cap. 5.*

tends une quantité ſuffiſante, pour en faire l'Analyſe.

Pierres figurées.

Des pierres, de la groſſeur & de la figure d'un pois, que j'ai ramaſſées dans un champ voiſin de Jéruſalem, où elles ſont fort communes, quoiqu'elles ſoient depuis longtems recherchées par les Voyageurs. On les y trouve ſéparées les unes des autres, comme celles de Suiſſe, dont parle Langius [a], mais moins rondes; & non ſous une envelope commune, comme celles de Saxe & de Toſcane, qui ont été décrites par Mylius [b] & Mercatus [c]. Diverſes pierres figurées du Mont-Carmel & des environs, qui paſſent dans le pays, pour des Melons & des Olives pétrifiées. Il y a déja du tems que les Naturaliſtes ſavent à quoi s'en tenir ſur ces ſortes de pétrifications. On peut conſulter ſur cette matiere, outre les Auteurs déja cités, Breynius [d], & les ſavans Mémoires de Mrs. Geoffroy, de Reaumur, & de Juſſieu [e].

Empreintes de poiſſons ſur la pierre.

Toutes les côtes de Syrie abondent en pétrifications de diverſes eſpeces. On trouve dans le Mont Cashavan, proche de Barut, autrefois *Berytos*, des pierres d'un blanc-ſale, médiocrement dures, qui ſe caſſent

a *Hiſtor. lap. fig. Helvetiæ Piſolithæ*, *p.* 36. *Venet.* 1708.

b *Cl. Mylii Sax. ſubterr. part.* 1. *relat.* 5.

c *Metallotheca Vaticana lapid. idiomorphoi. p.* 281. *Rom.* 1717.

d *Joh. Phil. Breynii Epiſt. de Melonibus petrefactis. Lipſ* 1722.

e *Hiſt. de l'Acad.* 1716. *p.* 8. *Mém.* 1721, *pp.* 89, 132 & 419.

ſent par lames ; il s'y rencontre fréquemment des empreintes de poiſſon, d'une couleur jaunâtre & dorée, differente de celle du reſte de la pierre; j'ai deux ou trois de ces empreintes. On en trouve de la même espece dans les montagnes de Suiſſe *, de Saxe †, &c.

Arbre pétrifié.

Dans la montagne voiſine de Seyde, & dans l'une des caves taillées dans le roc, qui ſervoit de ſépulcre aux anciens Juges ou Suffetes de Sidon, il y a près de 3000 ans, j'ai découvert un tronc d'arbre pétrifié, d'environ un pied de diametre, qui avance à peu près de 4 pieds hors du roc où il eſt enclavé. L'arbre eſt beaucoup plus dur que le reſte du rocher, le bout qui déborde eſt rompu aſſez net, la coupe n'en eſt pas ronde, mais ovale, & le grand diametre eſt horizontal; ce qui prouve que l'arbre a pris cette forme par le poids dont il étoit chargé, avant que de s'être durci entierement. On y reconnoit très diſtinctement les accroiſſemens annuels de la ſève qui ſe manifeſtent ſur la coupe, des circonférences concentriques, & ſelon la longueur, en quelques endroits éclatés, par des lignes paralleles, entre leſquelles la diverſité des nuances indique les differentes fibres du bois. Je n'ai pu enlever de cet arbre qu'un fort petit éclat vers la ſuperficie, qui ne paroît differer en rien d'une pierre à fuſil ordinaire. Il n'y a pas lieu de douter que

* *Langius*, *p.* 38.
† *Mercatus*, *p.* 319.
Hiſt. Acad. 1703. *p.* 27. 1708. *p.* 42.

que cet arbre ne fût déja pétrifié, du tems de l'excavation de ces Catacombes, puisqu'il fait partie du roc dans lequel elles ſont taillées.

Coquillages de Naxie.

Les coquillages de l'Iſle de Naxie, dans l'Archipel, ſont renommés pour leur beauté & leur variété. M. de Maupertuis, de cette Académie, les a reconnus la plupart pour être les mêmes qui ſe trouvent ſur nos côtes de Bretagne.

Marbres de l'Archipel.

Le ſol de la plupart des Iſles de l'Archipel eſt de Marbre. On y en voit, ainſi que ſur les côtes de Natolie, de très richement & très ſingulierement veinés, que nous ne connoiſſons point en France, & qui mériteroient fort d'être mis en œuvre.

Mines d'argent, de Macedoine.

Les côtes de Macédoine, du côté de la Cavalle, abondent en métaux & minéraux. J'ai rapporté des échantillons de pluſieurs mines d'argent de ces cantons, qui m'ont été remis par M. le Comte de Bonneval, avec un Mémoire détaillé. Quelques-unes ont été travaillées du tems des anciens Grecs, & c'eſt vraiſemblablement de ces ſources que Philippe de Macédoine tiroit cet or, qui le faiſoit dominer dans toutes les Républiques de la Grece. D'autres ont été ouvertes du tems des derniers Empereurs Grecs. Depuis quelques années, on a tiré de l'une de ces mines, des Emeraudes qui ont été bien vendues à Conſtantinople.

Autre Mine.

Dans le voiſinage des ruïnes de Troye, il y a encore une mine d'ar-

d'argent que les Turcs font travailler depuis quelques années. Il y a auſſi dans le même canton, une carriere d'une eſpece de Granit, plus gris, & beaucoup moins beau que celui d'Egypte; c'eſt de cette matiere que ſont ces fameux boulets des Châteaux des Dardanelles, célèbres par leur prodigieuſe groſſeur. J'en ai meſuré de 28 pouces de Roi, de diametre; ils ont, par conſéquent, environ 6 pieds cubes de ſolidité, & peſent autour de 1200 livres, ce qui fait à peu près le tiers d'un boulet de fer du même volume.

Boulets des Dardanelles.

Deſcription d'un petit Poiſſon nommé *Vélette* par les Provençaux.

A mon retour de Conſtantinople, j'ai vu pendant la traverſée, à diverſes repriſes, & quelquefois pendant pluſieurs heures, paſſer le long du Vaiſſeau, des milliers de petits Poiſſons fort ſinguliers, qui flottent ſur la ſurface de la Mer. Les Provençaux les nomment *Vélettes*. Il n'eſt fait aucune mention de ce Poiſſon dans Rondelet, dans Jonston, ni dans aucun Naturaliſte, que je ſache.

* Il eſt de forme ovale, à peu près de la grandeur d'une moule, mais ſans coquille, fort plat, n'ayant pas une ligne d'épaiſſeur; ſa longueur eſt depuis 7 à 8 lignes juſqu'à un pouce & demi ou environ, ſa largeur à peu près la moitié de ſa longueur. Je parle de ceux que j'ai vus, car j'ai ouï dire à quelques Ma-

* *Planche III. Fig.* 3.

Marins, qu'il y en avoit de grands comme la main, vers nos Iſles d'Amérique, & qu'on en voyoit d'une autre eſpece ſur quelques Rivieres. Quoi qu'il en ſoit, le corps de ceux dont il eſt ici queſtion, eſt une ſubſtance molle & viſqueuſe, de couleur d'Indigo foncé; les bords ſont plus minces & plus tranſparens; le milieu eſt couvert de quantité de petits filets de relief argentés, qui forment des ovales concentriques & paralleles, leſquelles ſe perdent & deviennent imperceptibles, en approchant des bords. Toutes ces ovales ſont traverſées de pluſieurs lignes ou rayons qui partent de leur centre commun, comme dans les toiles d'araignées de jardin: ce centre *O* qui forme une éminence pointue, eſt l'endroit le plus relevé du corps de l'animal; le deſſous vers les bords eſt hériſſé d'une prodigieuſe quantité de filamens bleus *P P P* de trois à quatre lignes de long, qui paroiſſent les pattes ou les nageoires de ce Poiſſon, & qui ne ſe diſtinguent bien que dans l'eau. Il nage, ou pour mieux dire il flotte ſur la ſurface de la mer ſelon ſa longueur, mais ce qui l'aide à s'y ſoutenir, & qui lui a fait donner le nom de *Véletie*, eſt une eſpece de crête * *A B C* qui s'éleve verticalement ſur ſa ſurface ſupérieure. Cette crête lui ſert, pour ainſi dire, de voile, que les Provençaux nomment *vêle*; elle eſt à peu-près auſſi haute que l'animal eſt large, elle le traverſe en ligne droite † *A B* obliquement, & fait avec la ligne *C D*, qui le partageroit éga-

* *Fig.* 4. † *Fig.* 5.

également ſuivant ſa longueur, un angle *A C E* qui paroît à peu près le tiers d'un droit. L'obliquité de la voile eſt toujours du même ſens, c'eſt-à-dire, de gauche à droite, en paſſant de la partie antérieure à la poſtérieure; ſon contour eſt à peu près demi-circulaire, hors qu'il ſe termine au ſommet par un angle ſaillant. * Cette crête, voile ou cartilage, comme on voudra l'appeller, eſt très mince, tranſparente & ſemblable à du Talc. En la regardant de près, on la voit traverſée d'un nombre infini de rameaux déliés qui forment une eſpece de réſeau. Elle a au toucher quelque ſolidité, à peu près comme de la corne très mince, mais elle eſt bordée d'une membrane † *M*, *M*, *M*, plus déliée, plus molle & plus tranſparente, d'une à deux lignes de largeur, qui ſe flétrit & s'affaiſſe auſſi-tôt que l'animal eſt hors de l'eau, d'où l'on peut à peine le retirer ſans le bleſſer. J'en ai mis pluſieurs dans un vaiſſeau rempli d'eau de mer, où ils n'ont pas paru vivre plus d'une heure. On reconnoit, ou plutôt on conjecture qu'ils ne ſont plus vivans, lorsqu'ils ne ſe ſoutiennent plus à plat ſur l'eau comme dans leur ſituation ordinaire, qu'ils enfoncent plus d'un côté que de l'autre, ou qu'ils ſont tout-à-fait renverſés la voile en bas. Du reſte je n'y ai remarqué bien diſtinctement aucun mouvement, autre que celui que cauſoit l'agitation de l'eau dans les filets dont j'ai parlé. Je n'ai apperçu non plus aucune apparence de tête bien ſenſible; ſeu-

* *Fig.* 4. † *Fig.* 3. & 4.

ſeulement en regardant à travers le jour, on voit dans le milieu un petit corps long & étroit * *HI*, plus opaque que tout le reſte, ſitué ſelon la longueur, dont la partie antérieure eſt plus arrondie, la poſtérieure ſe termine en pointe, & l'on y remarque une ligne tranſparente qui la partage en long, en deux moitiés. Autour de ce corps qui paroît être l'aſſemblage des parties intérieures de l'animal, on voit une grande quantité de petits grains ronds, bruns & jaunâtres qui reſſemblent à des œufs, & d'autres à des eſpeces de mammelons.

Suivant le témoignage des Marins, c'eſt plus ordinairement après les calmes, & lorsque le vent d'Eſt ſouffle, qu'on voit paſſer ces eſpeces d'Inſectes de mer. On dit cependant qu'on en voit dans toutes les ſaiſons, mais plus ordinairement le Printems. On peut juger par cette deſcription qu'au moindre gros tems l'agitation des flots doit tuer l'animal, auſſi en voit-on flotter pluſieurs dont la voile eſt couchée, & qui ont perdu l'équilibre. Cependant leur grande légereté & leur conformation les ſoutiennent ſur la ſurface de la mer, lors même qu'elle eſt légerement agitée. Mon deſſein étoit de les examiner plus à loiſir, pendant ma quarantaine à Marſeille; mais je n'en ai pu avoir de vivans, pendant le ſéjour que j'y ai fait. Tout ce que j'ai pu faire a été de les deſſiner ſur le champ à la mer, & d'en conſerver quelques-uns dans l'eſprit de vin, où dans le

* *Fig. 5.*

le moment ils ont changé de couleur, & de bleu-foncé, ſont devenus feuille-morte. Il s'y eſt fait depuis un autre changement, & ils ſont aujourd'hui d'un blanc-ſale, & beaucoup plus tranſparens qu'ils n'étoient.

DES DIFFERENTES MANIERES de rendre le Tartre ſoluble.

Par Mrs. DU HAMEL & GROSSE. *

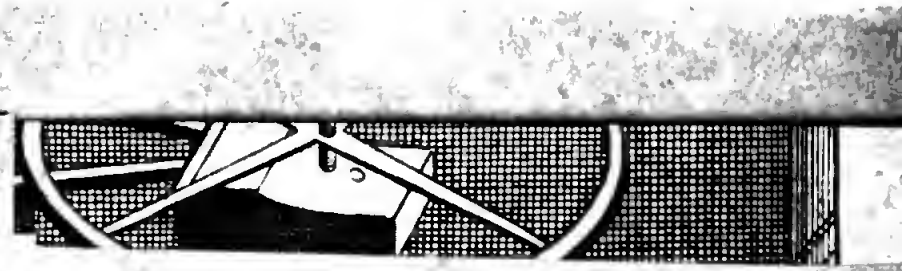
LE champ de la Chimie a tant d'étendue & de fécondité, & les recherches curieuſes, dont il eſt ſuſceptible, y ſont variées par tant de circonſtances inopinées & d'accidens ſinguliers, qu'il eſt très rare que ceux qui travaillent ſe trouvent ſans s'être communiqués & comme par hazard avoir choiſi le même objet, l'avoir ſuivi par les mêmes voyes, & être ainſi parvenus au même but.

C'eſt néanmoins ce qui nous eſt arrivé, à M. Groſſe & à moi, dans un travail que nous avons l'un & l'autre entrepris ſur le Tartre, où nous étant, chacun en notre particulier, propoſé d'abord des vues differentes, nous nous ſommes cependant réunis ſans le ſavoir, & nous avons ſuivi aſſez longtems le même chemin.

L'objet principal de M. Groſſe étoit de rendre le Tartre ſoluble par le mêlange des ter-

* 23 Avril 1732.

TESS



terres alkalines, & pour cela il a combiné ce sel avec la Chaux, plusieurs sortes de Crayes, & d'autres terres.

Pour moi, je m'étois proposé de purifier le Tartre pour le rendre aussi beau que celui qu'on prépare à Montpellier, & de rechercher dans differentes terres celles qu'on pourroit substituer à la terre qu'on employe si utilement à cet usage aux environs de cette Ville.

C'étoit pour y parvenir que j'ai traité le Tartre avec les mêmes matieres que M. Grosse a employées, & ayant remarqué que plusieurs de ces terres décomposoient le Tartre & le rendoient soluble, j'ai presque abandonné mon premier objet, & ai embrassé celui que j'ai su depuis être celui de M. Grosse.

J'avoue que je me serois trouvé amplement récompensé de mes peines, si, comme j'en ai prié M. Grosse, il eût bien voulu faire quelque usage de mes expériences, quand on ne les auroit regardées que comme des preuves surabondantes des siennes. Mais il a jugé à propos de réunir nos observations, & même de nous communiquer nos idées de recherches, afin que nous puffions les suivre de concert pour n'en faire qu'un seul & même ouvrage.

J'ai accepté avec plaisir cette proposition; ainsi le Mémoire qui suit, est celui de M. Grosse comme le mien.

Tout le monde sait que le Tartre, ou, ce qui est à peu près la même chose, le Crystal de Tartre, n'est presque pas soluble dans l'eau

l'eau froide, & ne l'eſt que difficilement dans beaucoup d'eau bouillante, encore ne s'y ſoutient-il que tant qu'elle eſt chaude, & il l'abandonne & ſe précipite preſque entierement à meſure qu'elle ſe refroidit.

Le Sel lixiviel de Tartre au contraire eſt ſi acceſſible à l'eau, que l'humidité de l'air ſuffit pour le réſoudre en liqueur, & quand on le mêle avec le Cryſtal de Tartre, il donne entrée aux parties d'eau ſur ce ſel eſſentiel, & le rend ſoluble dans l'eau froide.

M. le Fevre, Médecin d'Uzès, & Correſpondant de l'Académie, eſt parvenu à rendre le Tartre ſoluble par le mêlange du Borax, qui eſt un autre ſel alkali; je dis qu'il eſt un ſel alkali, parce que M. Lémery a démontré une qualité alkaline dans le Borax.

Enfin M. Boulduc, dans le Mémoire qu'il a donné ſur le Sel de la Rochelle, en nous dévoilant la nature de ce fameux Remede, vient de nous faire voir que le Sel de la Soude peut produire le même effet ſur le Cryſtal de Tartre.

Voilà donc le Cryſtal de Tartre rendu également ſoluble par trois differens Sels alkalis; mais ſuivant les Sels dont on s'eſt ſervi, il en eſt réſulté des phénomenes particuliers, puiſqu'avec le Borax l'on n'a qu'une matiere gommeuſe & encore fort acide, & qu'avec la Soude on retire un ſel un peu different du ſel végétal tant par ſa cryſtalliſation que par ſon goût. Mais puiſque le Cryſtal de Tartre mêlé avec differens ſels alkalis prend tant de métamorphoſes, ne pourroit-on pas eſperer quel-

quelque choſe d'avantageux de l'alliage des terres alkalines avec ce même ſel eſſentiel? M. Stahl nous invite à y travailler, dans ſon Commentaire ſur la *Phyſica ſubterranea* de Beccher, en s'étonnant qu'on n'ait pas aſſez examiné les effets du mêlange du Tartre avec la Chaux, ſans dire ce qui l'a engagé à faire cette remarque. Quoi qu'il en ſoit, c'eſt à quoi nous nous ſommes principalement appliqués; ainſi le Cryſtal de Tartre, traité avec la Chaux & beaucoup d'autres terres, fournira la matiere de ce Mémoire. Mais comme nous avons fait un aſſez grand nombre d'expériences, nous avons cru devoir les ranger ſous trois claſſes differentes, qui formeront autant d'Articles de ce Mémoire.

Le premier renfermera les expériences que nous avons faites avec les differentes Chaux.

Le ſecond, celles que nous avons faites avec les Crayes.

Et nous rapporterons enfin dans le troiſieme les eſſais que nous avons faits ſur pluſieurs eſpeces de Terres bolaires, argilleuſes, ſablonneuſes, &c.

ARTICLE PREMIER.

Ce qu'a produit le Cryſtal de Tartre avec les Chaux.

Nous avons mis une certaine quantité de crême de tartre, ou plutôt de tartre ſimplement purifié par quelques filtrations, dans une baſſine, & nous avons jetté deſſus de l'eau de chaux bien concentrée, mais exactement filtrée,

filtrée, claire & transparente comme de l'eau; il ne nous a paru aucune effervescence sensible, & même la liqueur a été en partie évaporée, sans que nous nous soyons apperçus de rien de remarquable, si ce n'est que la crême de tartre paroissoit se dissoudre en plus grande quantité que dans l'eau simple. Nous avons versé de nouvelle eau de chaux sur cette même crême de tartre, & après l'avoir évaporée, nous avons réitéré la projection d'eau de chaux pour une troisieme fois, & ensuite l'évaporation, sans que nous ayons remarqué d'effervescence sensible. Enfin, nous y avons remis de nouvelle eau de chaux, pour une quatrieme fois, & en l'évaporant, il s'est excité une effervescence si considerable qu'on a été obligé de retirer plusieurs fois la bassine de dessus le feu; la liqueur est devenue blanchâtre, sur-tout à la surface où elle étoit comme du lait, elle s'est troublée considérablement, & une livre & demie de crême de tartre s'est fondue entierement dans une petité quantité d'eau, qui étoit, à la vérité, le reste de la lessive de deux livres de chaux. Il falloit apparemment que l'eau de chaux eût pris par l'évaporation un certain degré de concentration, pour qu'elle pût produire quelque effet avec la crême de tartre.

Mais voilà déja une preuve bien marquée de l'effet de la chaux, puisqu'environ trois livres d'eau de chaux tiennent en dissolution une livre & demie de crême de tartre, pendant que la même quantité d'eau commune pourroit à peine dissoudre dans le plus fort bouillon, deux onces & demie de ce sel.

Tout

Tout notre tartre étant parfaitement dissous, nous avons filtré la liqueur, qui, bien loin d'avoir conservé quelque chose de l'acide du tartre, avoit pris un goût alkalin; il s'est beaucoup déposé de terre sur le filtre, mais cette terre étoit insipide, grasse au toucher, & presque indissoluble par les acides, ce qui nous l'a fait regarder comme une partie de la terre du tartre, parce que nous savons que la chaux se dissout très aisément par tous les acides; & d'ailleurs comment l'eau de chaux, qui étoit bien filtrée & très claire, auroit-elle pu déposer tant de terre, sur-tout étant obligée d'en fournir à la crême de tartre, comme nous le verrons dans la suite?

Nous avons évaporé lentement une partie de l'humidité, jusqu'à ce que la liqueur nous ait paru assez salée pour donner des crystaux; car il n'y a point ici à compter sur la pellicule, on l'évaporeroit bien entierement, sans qu'il s'en formât aucun; l'ayant ensuite laissé quelqne tems dans un lieu frais, il s'est formé de beaux crystaux clairs, transparens, & qui ont donné quelque marque d'alkalicité, tant avec la teinture de violette, qu'avec la solution du sublimé corrosif. Ils étoient assez gros pour qu'on en pût distinguer la figure; nous les avons cependant dissous jusqu'à trois fois, pour les avoir en plus gros crystaux, & il nous a paru que leur figure la plus ordinaire étoit celle des prismes quarrés, terminés par deux surfaces plattes; presque toujours un, & quelquefois deux des angles sont abattus, & pour-lors les surfaces des deux bouts sont échancrées aux

en-

endroits qui répondent à ces angles abattus.

Ces cryſtaux brulent ſur la pêle, comme les autres tartres ſolubles, & ſe réduiſent en charbon; ils ſe fondent aiſément dans l'eau froide, & quoiqu'ils contiennent la crême de tartre, ſans s'être décompoſés (comme nous le ferons voir), mais ſeulement étendus par une terre inſipide, ils n'en conſervent cependant aucune acidité, & prennent un goût ſalé un peu amer, mais moins que le Sel de la Rochelle, auquel ils reſſemblent fort.

Après ces cryſtalliſations réitérées, notre ſel n'a plus donné de marque ni d'acidité ni d'alkalicité; ainſi ſi les premiers cryſtaux nous ont d'abord paru alkalins, ce n'a été qu'à l'occaſion d'un peu de la terre de la chaux qui étoit ſurabondante, & n'étoit pas bien unie à l'acide du tartre, ou plutôt parce que les cryſtaux étoient encore mouillés de l'eau-mere qui ſurnageoit, laquelle eſt certainement alkaline, puiſqu'elle contient beaucoup de la terre de la chaux, qui eſt plutôt ſoutenue par la graiſſe du tartre que par aucune union qu'elle ait avec les acides, comme nous l'examinerons dans la ſuite.

L'on obtient de pareils cryſtaux avec le lait de chaux comme avec ſon eau, il paroît même que le tartre s'y diſſout plus promptement; mais pour cela il faut faire bouillir le mêlange, comme nous avons dit en parlant de l'eau de chaux, ſans quoi la crême de tartre, qui n'eſt point ſoluble dans l'eau froide, n'agiroit que très lentement ſur la chaux, & reſteroit preſque dans ſon entier précipitée avec la terre de la chaux; & ayant fait une

une fois ce mêlange, le lait de chaux n'étant que tiède, la plus grande partie de la crême de tartre reſta au fond du vaiſſeau confondue avec beaucoup de la terre de la chaux, & il ne paſſa par le filtre qu'une liqueur alkaline, qui par l'évaporation ne donnoit point de cryſtaux, mais qui avoit formé aux parois de la capſule de verre une croute tartareuſe indiſſoluble dans l'eau & dans le vinaigre diſtillé.

Il s'étoit auſſi précipité un ſédiment terreux, mais qui fermentoit violemment avec le vinaigre diſtillé, & l'en ayant entierement ſaoulé, j'en ai retiré des cryſtaux pareils à ceux que nous venons de décrire.

Ainſi cette terre, qui commençoit à être diſſoute par un acide, & qui avoit pris un peu du phlogiſtique du tartre, étoit ainſi devenue à peu près ſemblable aux ſels alkalis.

Avec le lait de chaux, on ne peut s'aſſurer préciſément de la quantité de tartre qui a été diſſous, puiſque la terre qui ſe précipite tant de la part de la chaux que de celle du tartre, ne le permet pas. Nous avons fait les mêmes expériences avec le tartre crud que nous avions faites avec le tartre purifié; mais la liqueur eſt ſi graſſe & noire, qu'on a bien de la peine à en retirer des cryſtaux un peu parfaits; nous ſommes cependant parvenus à en avoir d'aſſez beaux.

Tout le monde connoit une eſpece de peau qui s'éleve ſur l'eau de chaux, & qui y forme une crême d'une nature ſinguliere. Nous en avons ramaſſé une petite quantité

que

que nous avons traitée avec la crême de tartre, & qui nous a fourni des cryſtaux ſemblables à ceux dont nous venons de parler. Il eſt ſeulement bon de remarquer que cette crême de chaux, auſſi-bien que celle de tartre, ne ſe diſſout que difficilement dans l'eau, & cependant ces deux matieres ſe communiquent mutuellement cette propriété, & étant mêlées enſemble, elles font un tartre très ſoluble.

Nous avons pareillement examiné la chaux d'écailles d'huitres, & pour cela nous avons empli un creuſet avec les écailles, & nous les avons calcinées à un grand feu de charbon pendant plus de ſix heures, & ne les ayant pas trouvées encore aſſez calcinées, nous les avons encore calcinées pendant un pareil tems, & nous avons mêlé cinq onces de cette chaux dans de l'eau bouillante, & par ſon moyen nous ſommes parvenus à diſſoudre 15 onces de tartre, ce qui eſt encore plus que la chaux n'avoit pu faire; cependant la chaux d'écailles d'huitres paroit alliée d'une aſſez bonne quantité de ſel marin, qui ne peut rien faire avec la crême de tartre, comme nous l'avons eſſayé en traitant le ſel marin tout pur avec le tartre, ce qui d'ailleurs eſt très naturel; car comment la terre du ſel marin abandonneroit-elle ſon acide, qui eſt très puiſſant, pour ſe joindre à celui du vin, qui lui eſt fort inférieur? Ce qui fait voir que l'alkali de la chaux d'huitres eſt très puiſſant, puiſqu'étant en ſi petite quantité, il abſorbe tant d'acide. Cette chaux étant ainſi ſaoulée de crême de tartre, nous

nous avons filtré & évaporé la liqueur, qui nous a donné des cryſtaux de tartre ſoluble *.

La Stalactite calcinée, & les Crayes réduites en chaux, ont produit le même effet.

Le Gyp calciné & le Plâtre, pouvant être regardés comme des eſpeces de chaux, nous les avons examinés; mais leur effet a été bien different: car ayant fait calciner à feu ouvert, un morceau de ce qu'on appelle *Speculum aſininum*, & l'ayant enſuite mis en poudre, & fait bouillir aſſez longtems dans de l'eau avec du cryſtal de tartre, il ne s'eſt excité aucune fermentation; le cryſtal de tartre ne s'eſt fondu qu'en très petite quantité, & la liqueur filtrée, au-lieu d'avoir acquis le goût alkalin ou ſalé, dont nous avons parlé, avoit conſervé, après être refroidie, une acidité conſiderable; elle étoit jaunâtre, & en l'expoſant au Soleil, elle paroiſſoit d'abord chargée de petites paillettes très brillantes; par l'évaporation, nous n'avons pu en obtenir de cryſtaux; ſeulement le tour de la capſule étoit enduit d'une incruſtation légerement ſaline, & le cryſtal de tartre s'eſt précipité pêle-mêle avec une terre gypſeuſe: ainſi il nous paroit que l'acidité de la liqueur venoit de ce que la partie la plus ténue de la terre du gyp nageoit dans la liqueur chargée, & comme hériſſée de l'acide du tartre.

Nous avons fait les mêmes expériences avec le plâtre ordinaire, & tel qu'on l'employe

* *Voyez la ſuite de cette expérience dans la ſeconde Partie de ce Mémoire.*

ployé dans les bâtimens, & il a produit le même effet, à cela près, que la liqueur avoit un petit goût salé, très foible; ce qui vient, sans doute, de ce que la pierre à plâtre est alliée d'un peu de craye, ou d'une terre semblable à celle de la chaux.

Nous avons aussi mis tout simplement de ce gyp légerement calciné, dans un verre, avec de la crême de tartre & un peu d'eau, & l'ayant laissé pendant plus d'un mois au Soleil, il s'est élevé au haut du verre une végétation imparfaite, rouge & extrêmement acide, & dans laquelle on appercevoit quelques petits cristaux mal formés, & en petite quantité.

Quoi qu'il en soit, il reste toujours pour constant, que le cristal de tartre est rendu soluble par la chaux, & que si l'on ne saoule pas entierement l'eau de chaux avec l'acide du tartre, elle prend néanmoins un goût alkalin & lixiviel, & devient en état de fermenter plus aisément, même à froid, avec tous les acides.

Maintenant, est-ce à l'occasion de ce sel fixe, que quelques Chimistes y ont imaginé, ou ne doit-on avoir égard qu'à la terre de la chaux? cette terre alkaline peut-elle seule produire sur le cristal de tartre, tous les effets des sels fixes, ou la matiere du feu & le phlogistique y entrent-ils pour quelque chose? c'est pour satisfaire à ces questions que nous nous sommes engagés à travailler sur les crayes, & nous suspendons notre jugement jusqu'à ce que nous ayons rapporté quel-

quelques expériences assez curieuses, que nous avons faites à ce sujet.

ARTICLE II.

Ce que produit le Cryſtal de Tartre traité avec les Crayes & d'autres matieres terreuſes à peu près ſemblables.

Nous avons mis dans une baſſine, avec une certaine quantité d'eau, une demi-livre de craye de Champagne pulvériſée, & après l'avoir fait bouillir assez pour que la craye se mêlât parfaitement avec l'eau, nous y avons jetté à differentes repriſes, une livre de notre tartre préparé comme dans les précédentes expériences; il s'eſt formé par ces projections une efferveſcence conſiderable, dans laquelle le tartre s'eſt fondu entierement, & toute la craye a diſparu, de ſorte que la liqueur ayant été filtrée, il n'eſt reſté ſur le filtre qu'une très petite quantité de terre, comme environ une once, peut-être encore venoit-elle en bonne partie du tartre.

Ainſi dans la premiere expérience, où nous avons employé l'eau de chaux, il eſt reſté ſur le filtre beaucoup plus de terre que dans celle-ci, où nous avons cependant employé la craye toute entiere.

Ce fait paroît assez extraordinaire, cependant il ne ſera pas difficile d'en imaginer une raiſon assez probable, ſi l'on fait attention que dans les grandes efferveſcences, il s'évapore une quantité d'eſprits acides; & plus il s'é-

chappera de ces esprits, plus il se précipitera de terre du tartre: or l'effervescence étant plus considerable avec l'eau de chaux, & y ayant moins de terre alkaline, pour brider en quelque maniere & retenir les acides, que dans l'expérience de la craye, il peut s'échapper une plus grande quantité d'esprits acides, qui étant en pure perte, laisseront précipiter beaucoup plus de terre que dans le cas où les acides se trouveront tout de suite engagés dans beaucoup de terre alkaline; ce qui a fait aussi que notre tartre dissous par la craye, a déposé dans le tems de la crystallisation, une terre grise que nous n'avons presque point apperçue dans l'expérience faite avec la chaux.

Peut-être cependant un acide que nous soupçonnons dans la chaux, pourroit-il aussi avoir part à la précipitation de cette terre; mais comme le raisonnement, quand il n'est pas soutenu par l'expérience, ne produit souvent que des préjugés sans fondement, incapables de rien établir de réel & de solide, ce n'est pas ici le lieu de faire usage de cet acide, il faut auparavant l'avoir démontré d'une maniere inconteſtable; c'est pourquoi je reviens à mon expérience.

Nous avons évaporé à une lente chaleur, la liqueur filtrée, & nous l'avons mise crystalliser, comme dans l'expérience de la chaux. Nous avons aussi dissous & crystallisé plusieurs fois notre sel, & tant par la figure de nos crystaux, que par leur goût, & les autres essais que nous en avons faits, ils nous ont paru tout-à-fait semblables à ceux que nous

avions

avions obtenus par le moyen de la chaux.

Les mêmes expériences ont été faites avec cette craye qu'on trouve auprès de Meudon, & qu'on rafine pour en faire ce blanc que les Peintres en impreſſion appellent le *blanc de Meudon*; & cette craye a produit le même effet que la craye de Champagne, à cela près qu'elle a dépoſé plus de terre & de ſable ſur le filtre, ce qui vient, ſans doute, de ce qu'elle n'eſt pas ſi pure craye que celle de Champagne. Nous avons auſſi eſſayé une craye fort groſſiere qu'on fouille aux environs d'Orleans, & que les Tonneliers employent pour en frotter les douves & les cercles des Poinçons, & elle a produit le même effet que celle de Meudon. Mais une remarque générale qu'on peut faire, c'eſt que l'eau-mere qui ſurnage les cryſtaux de tartre ſoluble par la craye, eſt plus graſſe & plus rouſſe que celle qui recouvre le tartre ſoluble par la chaux; peut-être cela vient-il de ce que la craye eſt un peu alliée de terre graſſe, qui, comme nous le dirons dans la ſuite, ſe charge de la matiere graſſe du tartre ſans diſſoudre la partie ſaline.

Il eſt encore bon de remarquer ici que dans le mêlange du cryſtal de tartre, tant avec les crayes qu'avec les chaux, il s'eſt élevé des vapeurs urineuſes très ſenſibles. On pourroit donc, quoique le préjugé commun s'y oppoſe, employer les crayes pour la diſtillation de l'eſprit volatil du ſel ammoniac; auſſi dans l'expérience que M. Groſſe en a faite, lui a-t-elle également ſervi comme la chaux.

Encore une petite circonſtance qu'il ne faut pas omettre, c'eſt que quand on fait bouillir de la craye dans de l'eau, il s'excite des vapeurs pareilles à celles qu'on remarque quand on éteint de la chaux.

Après tant de conformité d'effets, n'eſt-on pas naturellement porté à conclure que les crayes ſont de vrayes chaux foſſiles & naturelles ? Nous en conviendrons volontiers pour le préſent ; parce que ces deux matieres agiſſent à peu près de la même maniere dans toutes les expériences que nous rapporterons dans ce Mémoire ; cependant nous réſervons pour un autre tems à faire voir des differences que nous croyons avoir remarquées entre les deux matieres.

Mais dès à préſent l'on peut conclure que ce n'eſt ni au phlogiſtique que quelques-uns admettent dans la chaux, ni aux parties de feu que d'autres y reconnoiſſent, qu'on peut légitimement attribuer les effets qu'elle produit ſur le cryſtal de tartre, puiſque la craye, qui probablement ne contient ni l'un ni l'autre de ces principes, en produit cependant de pareils. Reſte donc à examiner ſi ces matieres renferment un ſel alkali capable de produire ces effets ſur le tartre ; cela ne paroît pas probable, mais voici une expérience qui prouve le contraire. Nous avons pris ſix livres de bonne craye, nous l'avons miſe en poudre, & nous l'avons diviſée en ſix paquets d'une livre chacun ; nous avons mis enſuite un de ces paquets dans une baſſine de cuivre, & nous avons verſé deſſus quatre pintes d'eau, que nous avons fait bouillir pen-

pendant une demi-heure, ayant ſoin de remuer de tems en tems avec une ſpatule; nous l'avons enſuite ôtée de deſſus le feu pour laiſſer précipiter le plus gros avant que de décanter la liqueur, & après avoir jetté le marc, nous avons remis dans la baſſine un autre paquet de craye que nous avons couvert de l'eau que nous avions retirée de deſſus le premier, & après y avoir ajouté aſſez de nouvelle eau pour qu'il y en eût encore quatre pintes, nous avons réitéré cette même opération ſix fois, ou autant qu'il y avoit de paquets de craye. Certainement par ces cohobations on pourroit eſperer d'avoir une leſſive extrêmement chargée du ſel de la craye; cependant après l'avoir filtrée encore chaude, elle n'a donné aucune marque d'alkalicité ni avec la teinture de violettes, ni avec la ſolution du ſublimé corroſif; elle n'a point non plus fermenté ni avec les acides, ni avec les alkalis, & quoiqu'elle eût une couleur jaune, elle n'a preſque point agi ſur la crême de tartre, ce qui s'en eſt fondu par l'ébullition a conſervé ſon acidité, & s'eſt précipité à meſure que la liqueur s'eſt refroidie. D'un autre côté la craye qui avoit été lavée, & qui étoit reſtée ſur le filtre, a diſſout la crême de tartre; donc la craye agit ici comme terre, & non pas par une ſubſtance ſaline qu'elle contienne.

Mais, nous dira-t-on, d'où vient cette difference entre la craye & la chaux? pourquoi ces deux leſſives ne produiſent-elles pas les mêmes effets? ne ſeroit-ce pas parce que l'altération que ces deux manieres cauſent

au tartre, quoique pareilles dans ces effets, ſeroit cependant produite par des cauſes differentes, & que la craye agiroit par ſa terre pendant que la chaux agiroit par ſon ſel alkali, ce qui doit produire à peu près les mêmes effets, puiſqu'ils ſont à peu près ſemblables à ceux que produiſent le ſel de tartre & d'autres ſels alkalis? A cela je réponds, que ſi la chaux agiſſoit ſi differemment de la craye, il eſt probable que le tartre ſoluble par la chaux & celui qui l'eſt par la craye ne ſeroient pas ſi ſemblables que nous les avons reconnus par les expériences que nous venons de rapporter: on eſt, à la vérité, tenté d'avoir recours à un ſel alkali dans la chaux, mais pourquoi admettre un ſel qu'on ne connoit point, pendant qu'on peut expliquer ce fait par un raiſonnement bien ſimple & bien naturel? La chaux étant une pierre calcinée par un feu des plus violens & continu, on conçoit déja que l'air & l'eau qui ſont dans ces pierres, venant à ſe raréfier, doivent faire un effort conſiderable, qui tend à diviſer les parties des pierres qu'on employe pour faire la chaux; de plus, les torrens des parties de feu qui traverſent ces pierres pendant longtems, tendent à ſéparer les parties de ces pierres les unes des autres, de-là cette légereté & cette augmentation de volume qu'on remarque dans ces pierres après leur calcination. N'eſt-ce pas cette grande deſunion des parties qui fait que la chaux ſe réſout en une pouſſiere très ſubtile, quand on la laiſſe expoſée à l'air, & qu'elle forme une pâte très fine, quand on l'éteint dans l'eau? or c'eſt cette mê-

même diviſion qui fait qu'une partie de la terre de la chaux paſſe à travers le filtre, pendant que celle de la craye reſte deſſus. Nous entrevoyons bien encore une cauſe qui peut contribuer à faire paſſer les parties terreuſes de la chaux par le filtre, & à les ſoutenir dans l'eau ſans la troubler, mais nous ne pouvons l'expliquer ſans rapporter des expériences que nous réſervons pour une autre occaſion. Ainſi pour nous renfermer étroitement dans notre objet, nous nous contenterons de démontrer (ce qui ſuffit pour le préſent) que cette terre exiſte même en bonne quantité dans l'eau de chaux la plus claire. Pour s'aſſurer de la préſence de cette terre, il n'y a qu'à conſerver quelque tems de l'eau de chaux dans une bouteille; car quelque bien bouchée qu'elle ſoit, elle ſe troublera, & dépoſera une terre blanche qui s'attachera aux parois & au fond de la bouteille; mais pour s'en convaincre plus promptement, il ne faut que verſer ſur cette eau de chaux une forte diſſolution de borax ou d'huile de tartre par défaillance, & quelque claires que ſoient toutes ces liqueurs, on verra précipiter une bonne quantité de terre d'une blancheur & d'une fineſſe merveilleuſe. Nous croyons donc pouvoir conclure que l'eau de chaux n'agit dans l'occaſion préſente que par ſa partie terreuſe, de même que la craye; ce qui ſera encore confirmé par les expériences que nous rapporterons dans la ſuite ſur la décompoſition, tant de notre tartre ſoluble par la chaux, que de celui qui l'eſt par la craye. Et après tout, ſi l'on veut

prendre la choſe du côté de la Phyſique, pourquoi une ſimple terre alkaline ne pourroit-elle pas produire ſur le tartre les mêmes effets que les ſels lixiviels? Puiſque nous ſavons par l'opération de la terre foliée comparée à celle du ſel de perle, de corail, &c. ou ſimplement par ce qui ſe paſſe dans la diſtillation du ſel ammoniac qui réuſſit également, ſoit qu'on employe les ſels fixes ou les crayes; puis donc que nous ſavons par toutes ces expériences que les terres alkalines ſe chargent des acides preſque avec autant d'avidité que les ſels fixes, nous concevrons aiſément comment elles peuvent produire ſur le cryſtal de tartre les mêmes effets que les ſels fixes: car ſi c'eſt la graiſſe du tartre qui empêche le cryſtal de tartre de ſe diſſoudre dans l'eau, ces terres abſorbantes peuvent bien ſe ſaiſir de cette graiſſe, & former une eſpece de ſavon; & ſi d'un autre côté l'on veut que ce ſoit l'union trop intime des parties de la crême de tartre qui empêche l'eau de les diſſoudre, les acides du tartre s'appropriant ces terres abſorbantes, les parties du tartre ne pourront ſe réunir auſſi intimement qu'elles l'étoient auparavant, ce qui donnera ingrès aux parties de l'eau, & produira par conſéquent la ſolubilité du tartre; ces acides chargés de cette terre alkaline ne pourront plus ſe joindre & s'unir de la même maniere, ce qui changera le mode de leur cryſtalliſation.

Enfin ces acides ainſi empâtés ne pourront plus agir ſi immédiatement ſur la langue, mais ſeront plus en état de ſe développer dans l'estomac,

tomac, ce qui produira le changement de ſaveur & d'effet par rapport à la Médecine, s'il eſt vrai qu'ils ſoient très differens, car la crême de tartre toute ſeule eſt purgative à la doſe de deux à trois gros, & dans une once de Sel de la Rochelle il y a plus de cinq gros de crême de tartre; ainſi l'on conçoit comment le mêlange d'une terre ſimplement alkaline nous donne tout ce que nous pourrions eſperer des ſels fixes. Il convient à préſent d'examiner ſi toutes les terres peuvent indifferemment produire ces effets ſur le tartre: c'eſt ce qui nous a engagé à étendre notre travail ſur pluſieurs autres terres argilleuſes, bolaires, ſablonneuſes & autres.

Mais il eſt bon de remarquer auparavant que la Stalactite non calcinée, & quantité d'autres matieres comme les yeux d'écreviſſe & les écailles d'huitre non-calcinées, produiſent le même effet, & rendent pareillement le tartre ſoluble, & donnent des cryſtaux aſſez ſemblables à ceux que nous avons décrits en parlant de la chaux.

ARTICLE III.

Ce que produit la Crême de Tartre traitée avec differentes Terres argilleuſes, bolaires, ſablonneuſes, & autres.

Nous avons commencé ces expériences par cette terre de Rouen, qu'on employe avec tant de ſuccès pour terrer le Sucre, non-ſeulement dans toutes les Rafineries du Royaume, mais encore dans beaucoup de

Rafineries des Iſles de l'Amérique; mais le cryſtal de tartre n'a point agi ſur elle, non plus que ſur cette terre qu'on employe à Montpellier pour rafiner le cryſtal de tartre, ni ſur le Tripoli.

Le cryſtal de tartre qui s'étoit diſſout pendant l'ébullition, donnoit un goût acide à la liqueur, & il s'en eſt ſéparé preſque entierement, à meſure qu'elle s'eſt refroidie; je dis, preſque entierement, parce que ces terres n'étant pas ſimples ou homogenes, mais plus ou moins alliées de craye, il y en a une partie qui ſe diſſout, & qui peut donner quelques cryſtaux, pendant que la plus grande partie étant inaltérable par l'acide du tartre, ſe joint à ſon huile groſſiere, ce qui fait qu'on employe ſi utilement ces terres à Montpellier, pour rafiner le tartre, & le réduire en beaux cryſtaux.

Auſſi dans les eſſais que nous avons faits de ces terres avec le tartre crud, la leſſive étoit-elle fort peu ſalée, mais très noire par la quantité d'huile dont elle s'étoit chargée. Nous avons évaporé juſqu'en conſiſtance de ſyrop, un peu de la leſſive faite avec le tripoli, que nous avons enſuite eſſayé avec l'huile de tartre, qui n'a rien produit; mais avec l'huile de vitriol, il s'eſt précipité pas mal de vraie crême de tartre, qui étoit apparemment reſtée engagée avec la graiſſe du tartre, & foiblement unie à un peu de la terre du tripoli.

Voilà donc des terres qui ne forment aucune union intime avec le tartre, pendant qu'il s'incorpore, pour ainſi dire, avec d'autres,

tres, au point que la terre & le tartre paroissent anéantis, pour former, en quelque maniere, un Etre nouveau. J'insiste sur cette union intime, parce qu'il est inconteſtable qu'une portion de la terre de Montpellier se trouve dans les cryſtaux qu'on nous envoye de cette Province ; mais cette union n'est que superficielle, ou plutôt, ce n'est pas une vraie union, ou une association, ce n'est qu'un engagement d'une portion de cette terre entre les cryſtaux du tartre : ce qui fait que l'un & l'autre ne changent point de nature, la terre reste terre, & le tartre vrai tartre aussi indissoluble qu'il avoit jamais été. Nous avons réfléchi sur ces bizarreries, & il nous a paru que pour qu'une terre pût contracter cette union intime avec le tartre, il falloit qu'elle pût être très diviſée, & réduite en parties extrêmement ténues. La grande fineſſe de ces terres, quand on les précipite par un alkali plus puiſſant, en est bien une preuve ; & d'ailleurs comment une terre pourroit-elle faire une partie conſiderable d'un sel très diaphane & limpide, si elle n'étoit pas infiniment diviſée ? or qu'y a-t-il de plus propre à faire cette extrême diviſion, que la diſſolution par les acides ? M. de Reaumur, dans la premiere partie de son Mémoire sur les Terres, remarque qu'il y a des terres indiſſolubles par les acides, pendant qu'il y en a d'autres qui sont très aiſées à diſſoudre. Or le tartre contient des acides en abondance ; & de plus, voici des expériences qui prouvent que l'acide du tartre est

assez puissant, pour dissoudre ces sortes de terres.

L'acide du tartre est celui du vin, & par conséquent le même que celui du vinaigre; donc l'acide du tartre dissoudra ce que le vinaigre dissout: or il est certain que le vinaigre dissout la chaux & les crayes, & par les épreuves que nous en avons faites, nous nous sommes persuadés qu'on pouvoit employer le vinaigre, comme une pierre de touche, pour distinguer les terres qui peuvent rendre le tartre soluble d'avec les autres, puisque cet acide n'agit point sur la terre de Rafinerie, celle de Montpellier, le tripoli, le gyp crud, le crayon rouge, le bol, la craye de Briançon, la terre grasse ordinaire, la terre sigillée, & les autres terres qui n'ont rien produit avec le tartre; au-lieu que le vinaigre dissout la chaux, les crayes, les écailles d'huitres calcinées, & non calcinées, avec cette difference cependant, qu'il agit bien plus vivement sur elles, lorsqu'elles ont été calcinées, qu'auparavant, & qu'il y a dans l'écaille d'huitre, un diploé qui se dissout beaucoup plus aisément que les deux tables cartilagineuses qui le recouvrent. Le vinaigre dissout aussi en partie les cendres lessivées, les yeux d'écrevisses, & toutes les autres matieres qui ont rendu le tartre soluble; & après les avoir dissouts, au-lieu de former des cristaux, ces dissolutions s'élevent en végétations fort jolies, principalement la stalactite, l'écaille d'huitre, & la crême de chaux qui ont un œil soyeux comme le talc de Venise.

Ainsi

Ainſi cette pierre de touche peut être utilement employée par ceux qui voudront purifier le tartre, ou d'autres ſels eſſentiels acides, pour ne point employer les chaux, les crayes, & les autres terres qui pourroient décompoſer leurs ſels, ce qui eſt un inconvénient dans lequel ont donné pluſieurs Auteurs.

Nous venons de prouver dans cet article, que le tartre diſſolvoit la chaux, la craye, &c. Mais nous avons avancé, outre cela, qu'il s'approprioit ces terres, après les avoir diſſoutes, & que c'étoit cette aſſociation qui métamorphoſoit ce ſel, tant dans ſa cryſtalliſation, que dans ſa ſaveur, & ſes autres qualités: cela a beſoin d'être prouvé, & pour cela il n'y a qu'à décompoſer notre ſel, & nous verrons que par un acide plus puiſſant, on peut ravir à notre ſel, ſa terre alkaline, & ainſi régénérer la crême de tartre dans ſon entier; pendant que d'un autre côté, avec un alkali plus puiſſant, on peut précipiter cette terre, & la retirer à peu près telle qu'elle étoit avant que d'avoir été employée; & comme les expériences que nous avons faites ſur cela, ſont aſſez ſingulieres, il eſt bon de les rapporter.

Lorſqu'on verſe ſur la diſſolution du tartre ſoluble par la chaux, un peu d'eſprit de nitre, il ſe fait ſur le champ, un coagulum blanc très conſiderable.

Si l'on édulcore ce coagulum avec de l'eau froide, il paroitra preſque inſipide; mais ſi on le met dans un matras, qu'on verſe de l'eau deſſus, & qu'on la faſſe bouillir quelque

tems, ce coagulum ſe diſſoudra entierement, & cependant l'eau deviendra d'une tranſparence merveilleuſe. Alors en la verſant dans une capſule de verre, le cryſtal de tartre ſe précipitera, à meſure que l'eau ſe refroidira.

Or qu'eſt-il arrivé dans cette opération? l'acide du nitre eſt plus puiſſant que celui du tartre, il doit donc ſe ſubſtituer à cet acide, & s'unir à ſa baſe.

Mais il prendra par préférence, celle qui n'eſt pas ſi intimement unie à cet acide, c'eſt-à-dire, la terre que le tartre a empruntée de la chaux; & le cryſtal de tartre étant dépouillé de ſa nouvelle terre, tombera au fond du vaiſſeau pêle-mêle avec un ſel imparfait, ou un eſprit de nitre incorporé dans un alkali terreux: voilà le coagulum.

Quand on verſe de l'eau deſſus pour l'édulcorer, on emporte les acides nitreux qui ne ſont pas bien unis à la craye, ce qui fait paroître le précipité preſque inſipide; mais ſi on le fait bouillir avec de l'eau, la crême de tartre ſe fondra dans l'eau bouillante, & les acides nitreux agiſſant avec plus d'activité ſur la craye, ils la diſſoudront, & cette terre ſe ſoutiendra dans l'eau, à l'aide de cet acide, comme cela arrive, quand on fait diſſoudre de la craye ou de la chaux par l'eſprit de nitre, ou quelques autres acides; ainſi le coagulum ſe fondra entierement, ſans troubler la limpidité de l'eau, & cela tant qu'elle ſera chaude: car le cryſtal de tartre étant dépouillé de ſa terre, ſe trouvera dans ſon état naturel indiſſoluble dans l'eau froide, & ainſi

ainſi il ſe précipitera à meſure que l'eau ſe refroidira; la terre de la chaux, au contraire, ſe ſoutiendra, & pour l'appercevoir, il faudra donner à l'eſprit de nitre, un alkali plus puiſſant, tel que l'huile de tartre, & ces terres alkalines ſe précipiteront.

Mais pour prendre notre expérience d'un autre côté, ſi au-lieu d'édulcorer le précipité, on jette deſſus plus d'eſprit de nitre, & qu'on tienne le tout quelque tems en digeſtion ſur un bain de ſable, l'acide nitreux, après s'être emparé de la craye, agira enſuite ſur le tartre même, & s'étant uni à ſa baſe, formera un vrai nitre régénéré, comme quand on verſe l'acide du nitre ſur le ſel de tartre: on obtiendra auſſi ces cryſtaux de nitre, ſi on traite la crême de tartre, comme nous avons traité notre tartre ſoluble. Si au-lieu de l'eſprit de nitre, on employe l'eſprit de ſel, on précipite pareillement la crême de tartre; mais elle eſt un peu rouſſe, au-lieu qu'avec l'eſprit de nitre, elle eſt d'une beauté charmante.

L'huile de vitriol produit encore le même effet, mais on a bien de la peine à ſéparer le cryſtal de tartre, & le tout fait une eſpece de gomme, comme quand on diſſout la crême de tartre dans l'huile de vitriol.

Mais ce qu'il y a de ſurprenant, c'eſt de voir le vinaigre concentré par la gelée, faire la même précipitation; car enfin c'eſt le même acide que celui du tartre, ainſi il ne doit point avoir de pouvoir ſur lui: cela eſt vrai, c'eſt pourquoi le vinaigre concentré ne touchera point à la terre propre du tartre, mais

cet

cet acide étant, pour ainſi dire, à nud, pourra dérober au tartre, une terre qui lui eſt étrangere, & dont il eſt ſurchargé.

Maintenant, on peut conclurre de ce que nous venons de dire, qu'il y a des terres que l'acide du tartre diſſout, & qui contractent avec le cryſtal de tartre une telle union, qu'elles changent non-ſeulement le caractere extérieur de ce ſel, c'eſt-à-dire, ſa cryſtalliſation, & le rendent acceſſible à l'eau froide, mais elles lui changent encore entierement ſon goût, ſa ſaveur, & ſes autres qualités: en un mot, ces terres produiſent ſur ce ſel, tous les effets des ſels alkalis. Donc on peut employer ces ſortes de terres pour rendre le tartre ſoluble; donc la diſſolubilité par les acides eſt une condition eſſentielle aux terres, pour entrer dans la compoſition des ſels; donc (ne pourroit-on pas auſſi le dire?) les fixes n'agiſſent ici que par leur terre, c'eſt ce qui eſt démontré par les expériences du premier & du ſecond Article.

Il y a d'autres terres, au contraire, qui ſont, pour ainſi dire, inacceſſibles à l'acide de ce ſel, qui ſe chargent bien, à la vérité, d'une huile très groſſiere & ſurabondante du tartre, mais ſans altérer en aucune maniere la partie ſaline; & ſi l'on remarque que ces terres forment quelque union avec les cryſtaux du tartre, comme cela n'arrive que trop à celui qu'on prépare auprès de Montpellier, cette union n'eſt pas intime, elle n'eſt que ſuperficielle, ce qui fait qu'elle ne change aucun des caracteres de ce ſel. Ces terres ſont donc celles qu'il faut employer pour

pu-

purifier & blanchir le tartre, c'eſt un fait démontré par les expériences du troiſieme Article. Mais ſur quelles règles pourrons-nous compter pour établir des differences entre des terres qui produiſent des effets ſi differens, afin de ne point employer, pour purifier la crême de tartre, celles qui peuvent la rendre ſoluble? Nous avons propoſé pour cela d'en faire l'eſſai avec du vinaigre, afin de ne choiſir que celles qui ne ſont point diſſoutes par cet acide. On juge bien que nous comptons que les expériences que nous avons rapportées dans ce Mémoire nous fourniront quelques lumieres pour mieux connoitre les ſels fixes; & nous ſentons bien qu'il conviendroit de rapporter, avant que de le finir, les differences eſſentielles que nous avons remarquées entre la chaux éteinte & la craye; mais ces détails ſeroient trop longs, & exigent que nous ſuivions encore des expériences que nous avons commencées: ainſi nous en ferons un Mémoire particulier, que nous eſperons qui jettera un jour ſur cette queſtion.

SUR LES LOIX DE L'ATTRACTION.

Par M. DE MAUPERTUIS.

I. LE Mémoire ſuivant contient une explication ou un commentaire des Sections XII & XIII du I. Livre de la Philoſophie Naturelle. Je me ſuis d'autant plus volon-

lontiers déterminé à éclaircir ces Sections qui contiennent la Théorie de M. Newton ſur l'Attraction, qu'outre qu'elles ſont très belles & très ſingulieres, elles ſont preſque les ſeules auxquelles ni M. Varignon, ni M. Herman, qui nous ont commenté differens endroits du Livre de M. Newton, n'ont point touché; & que les Commentateurs qui en ont parlé, n'en ont pris que quelques Propoſitions particulieres, & celles-là ſeulement qui étoient néceſſaires pour l'expoſition du ſyſtême de M. Newton.

Je n'examine point ſi l'Attraction répugne ou s'accorde avec la ſaine Philoſophie. Je ne la traite ici qu'en Géometre; c'eſt-à-dire, comme une qualité, quelle qu'elle ſoit, dont les phénomenes ſont calculables, puiſqu'on la conſidere comme répandue uniformément dans toutes les parties de la matiere, & agiſſant à proportion de ſa quantité.

II. Quelle que ſoit la loi en général ſuivant laquelle les parties de matiere s'attirent, tout amas de matiere homogene & fluide, ou dont les parties pourront s'arranger ſuivant les forces qui les tirent, ſi l'on ne ſuppoſe d'ailleurs dans toute la maſſe aucun mouvement de révolution, prendra néceſſairement la figure ſphérique; car il eſt facile de voir qu'il n'y a que cette figure dans laquelle toutes les parties puiſſent demeurer en équilibre.

Tous les corps céleſtes que nous connoiſſons ont cette figure ſphérique, ou à peu près ſphérique. Ce ſont ces conſiderations ſans doute qui ont porté M. Newton à entrer

trer dans un plus grand détail des loix de l'Attraction dans cette figure que dans les autres. A ſon exemple (s'il m'eſt permis de parler ainſi), je ſuis entré dans un examen particulier des phénomenes de l'Attraction des corps ou des ſurfaces ſphériques.

L'Attraction, qu'on ſuppoſe ici répandue dans la matiere, ne dépend point de la figure des corps. Chaque partie ayant cette force attractive, la ſomme de toutes ces forces demeure toujours la même dans la même maſſe, quelque changement qui arrive dans ſa figure. Cependant comme dans l'exercice de ces forces ſur quelque corps extérieur, leur énergie pour le tirer, réſulte de la compoſition de toutes ces forces dont les lieux, les quantités & les directions varient dans differentes figures du corps attirant, les differentes figures varient les effets de l'Attraction d'une même quantité de matiere.

Ce principe donc, que l'expérience paroît ſi bien confirmer, que les mêmes quantités de matiere peſent également à la même diſtance de la Terre, indépendamment de leurs figures; ce principe, dis-je, n'eſt pas vrai à la rigueur; car la peſanteur des corps vers la Terre dépendant non-ſeulement de l'Attraction que la Terre exerce ſur eux, mais auſſi de celle qu'ils exercent ſur la Terre, ces attractions dépendent de la figure particuliere des corps; quoique dans les figures les plus variées des corps ſur leſquels nous pouvons faire l'expérience, la difference qui réſulte dans ces forces, de ce que quelques parties ſont plus reculées ou plus avancées,

plus

plus d'un côté ou plus de l'autre, ne ſoit pas ſenſible.

Si l'on conçoit un Atome ou un très petit corps placé ſur l'axe prolongé d'une maſſe ſphérique, & qu'on conçoive enſuite cette maſſe, ſans que ſa quantité de matiere change, s'applatir juſqu'à devenir un plan circulaire (dont le centre demeure le même que celui de la ſphere), & qui ſe préſente perpendiculairement à l'axe ſur lequel eſt placé le corpuſcule; le corpuſcule dans ces deux cas éprouvera de la même quantité de matiere, deux attractions qui peuvent infiniment differer.

On verra par la ſeule inſpection de nos expreſſions générales de l'Attraction de la ſphere & de la ſuperficie ſphérique, que ſi la diſtance du corpuſcule eſt infiniment grande par rapport au diametre de la ſphere, les Attractions que les ſpheres exercent ſur un corpuſcule, ſuivent les mêmes proportions que l'attraction générale des parties de la matiere. Ce que l'on verroit d'ailleurs, en conſiderant que par rapport à des diſtances infinies, toutes les parties d'une ſphere finie ſont comme réunies dans un point. Mais lorſque les diſtances du corpuſcule ne ſont pas infiniment plus grandes que le diametre des ſpheres, il n'eſt plus vrai en général que l'attraction que les ſpheres ou les ſuperficies ſphériques exercent, ſuive la même proportion que l'attraction de la matiere dont elles ſont formées.

Il y a cependant quelques loix d'Attraction qui ſont, pour ainſi dire, privilégiées à cet

cet égard ; c'eſt-à-dire que ces loix poſées, les ſpheres & les ſuperficies ſphériques exercent une attraction qui ſuit la même proportion que celle de la matiere qui les compoſe.

C'eſt une choſe remarquable, que ſuivant la loi d'attraction en raiſon inverſe du quarré de la diſtance établie dans la matiere, les ſpheres ſolides & les ſuperficies ſphériques exercent ſur les corps placés au dehors, une attraction qui ſuit encore la même proportion. Mais ſi cette loi s'obſerve à l'égard des corps placés au dehors, elle n'a plus lieu pour ceux qui ſont placés au dedans Une ſphere ſolide exerce ſur un corpuſcule placé au dedans une attraction qui eſt en raiſon directe de la ſimple diſtance du corpuſcule au centre, & dans une ſurface ſphérique, l'attraction pour un corpuſcule placé au dedans eſt nulle.

Cependant cette loi ne donne point des phénomenes ſi ſinguliers qu'une autre que la Géométrie peut conſiderer, & dans laquelle l'attraction des ſpheres tant ſolides que creuſes ſuit bien plus conſtamment la loi de l'attraction générale de la matiere. La loi dont je parle eſt celle d'une attraction en raiſon directe de la ſimple diſtance des parties de la matiere. Cette loi poſée, un corpuſcule non-ſeulement placé au dehors, mais encore au dedans d'une ſphere creuſe ou ſolide, y éprouvera toujours une attraction vers le centre, proportionnelle à ſa diſtance au centre.

Ainſi une ſphere formée d'une telle matiére, ſoit qu'elle fût creuſe, ſoit qu'elle fût ſolide, feroit mouvoir autour d'elle les corps placés au dehors dans des ellipſes dont le cen-

centre ſeroit au centre de la ſphere; & les tems périodiques des révolutions de tous ces corps, à quelque diſtance qu'ils fuſſent placés, ſeroient égaux. Mais cette ſphere auroit encore la même propriété pour les corps placés au dedans. Quand il n'y auroit aucun corps qui fût le centre de la force dans le ſyſtême ſolaire, ſi tout le ſyſtême étoit renfermé ſous une ſuperficie ſphérique formée d'une matiere dont les parties attiraſſent en raiſon de leur diſtance, toutes les Planetes ſe mouvroient dans des ellipſes, & leurs tems périodiques ſeroient égaux. Ce ſeroit préciſément les mêmes phénomenes au dehors & au dedans d'une pareille ſphere. Enfin quand la ſphere même ſeroit pleine, pourvu que ce fût d'une matiere qui n'apportât au mouvement aucune réſiſtance ſenſible, tout ſe paſſeroit encore de la même maniere.

Je ferai encore remarquer une propriété de la force centrale en raiſon directe de la diſtance; c'eſt qu'une matiere homogene & fluide, dont les parties peſent vers un centre ſuivant cette proportion, forme en tournant autour d'un axe, un ſphéroïde dont les méridiens ſont des ellipſes. Et ſi elle circule autour d'un axe pris au dehors d'elle, elle forme un anneau dont les ſections ſont encore des ellipſes.

III. Si l'Attraction dépend de quelque émanation du corps attirant qui ſe faſſe de tous côtés par des lignes droites, on peut voir qu'elle doit ſuivre la proportion inverſe du quarré de la diſtance; ſi elle eſt l'effet de quelque matiere étrangere qui pouſſe les corps

corps les uns vers les autres, on pourroit peut-être encore trouver pourquoi elle ſuit cette proportion. Mais ſi l'on abandonne les cauſes phyſiques; ſi Dieu avoit voulu établir une loi d'Attraction dans la Nature, pourquoi cette loi ſuivroit-elle la proportion qu'elle ſemble ſuivre? pourqui l'Attraction ſeroit-elle en raiſon inverſe du quarré de la diſtance? Dans cette infinité de proportions differentes qui paroiſſent avoir un droit égal à être employées dans la Nature, y avoit-il quelque raiſon de préférence pour l'une ſur l'autre?

Eſt-il permis de donner ici quelques idées, pour la nouveauté deſquelles je demande grace?

Je dis que, *Suppoſé que Dieu eût voulu établir dans la matiere quelque loi d'Attraction, toutes ces loix ne devoient pas lui paroitre égales.*

Les ſeuls corps autour deſquels l'Attraction, quelle qu'elle fût, pouvoit ſe faire également de tous côtés, étoient les corps ſphériques; & le ſeul point de ces corps auquel on doit rapporter les diſtances, eſt le centre. Si donc on ſuppoſe que Dieu ait voulu que quelque corps conſervât la même propriété qui devoit être répandue dans la matiere, d'attirer de tous côtés également les corps, ſuivant la même proportion; il falloit que l'Attraction des parties de la matiere ſuivît une loi, telle que les corps ſphériques qui en ſeroient formés la ſuiviſſent encore. Cette uniformité pouvoit être une raiſon de préférence pour la loi où elle ſe trouvoit, & alors tous les ſyſtêmes poſſibles d'Attraction n'étoient

toient plus égaux. La raiſon métaphyſique de préférence une fois poſée, la néceſſité mathématique excluoit d'abord une infinité de ſyſtêmes dans leſquels l'accord de la même loi dans les parties, & dans le tout, ne pouvoit avoir lieu.

Selon la loi d'une Attraction en raiſon inverſe du quarré de la diſtance dans les parties de la matiere, les ſpheres exercent de tous côtés ſur les corps placés au dehors une attraction qui ſuit la même proportion de la diſtance à leur centre.

Il eſt vrai que lorſqu'un corps eſt placé au dedans d'une ſphere ſolide, l'attraction ne ſuit plus la même loi, elle ſe fait alors en raiſon directe de la diſtance au centre; mais ce qui arrive par rapport à l'attraction des ſpheres ſur des corps placés au dedans, ne doit point avoir d'analogie avec l'attraction des dernieres parties de la matiere, dont l'attraction ne peut jamais avoir lieu que ſur les corps placés hors d'elles, puiſqu'elles ſont les dernieres parties de la matiere.

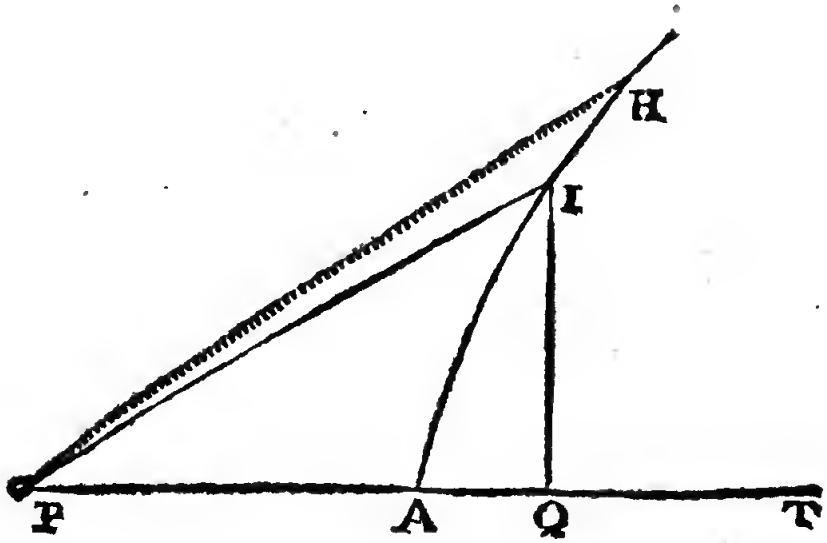
Ainſi l'avantage d'uniformité que ſembleroient avoir ſur cette loi d'attraction, d'autres loix, comme celle qui ſuivroit la proportion directe de la diſtance, loi qui ſe conſerve dans les ſpheres tant par rapport aux corps placés au dehors qu'aux corps placés au dedans; cet avantage, dis-je, n'eſt point un avantage réel par rapport à l'analogie ou à l'accord de la même loi dans les parties & dans le tout. Outre qu'une loi d'attraction qui diminue lorſque les diſtances augmentent, paroît plus conforme à l'ordre des choſes où

il

il ſemble que les effets doivent diminuer avec l'éloignement des cauſes.

Si donc le Créateur & l'Ordonnateur des choſes avoit voulu établir quelque loi d'attraction dans la matiere, on voit & l'on va voir encore mieux par la théorie ſuivante, que toutes les loix n'auroient pas dû lui paroitre égales. En effet, s'il avoit fait un choix, il y auroit eu ſans doute des raiſons pour ce choix. Je ſens la témérité qu'il y auroit à croire pouvoir pénétrer de tels myſteres; mais tout peut être propoſé, pourvu qu'on ne lui donne pas plus de poids qu'il n'en a.

PROBLEME I.



IV. *Trouver l'Attraction de la ſurface formée par la révolution de la courbe* AI, *autour de l'axe* PT, *ſur un corpuſcule placé en* P, *ſelon quelque puiſſance de la diſtance que ſe faſſe l'Attraction des parties de la ſurface?*

Solut. Concevant la ſurface ſphéroïdique compoſée d'une infinité de petites zones *HI*,

l'attraction de chacune de ces zones eſt comme ſa quantité de matiere multipliée par une puiſſance n de ſa diſtance; & la partie de cette attraction qui tire ſuivant PT, eſt comme $\frac{PQ}{PI}$. L'on a donc l'attraction de chaque zone ſuivant PT, comme $HI \times IQ \times PI^n \times \frac{PQ}{PI}$ ou $HI \times IQ \times PI^{n-1} \times PQ$.

Soit $PA=a$, $AQ=x$, $IQ=y$; & l'on aura pour la differentielle de l'attraction, $(a+x)$ $[(a+x)^2+yy]^{\frac{n-1}{2}}$ $y\sqrt{(dx^2+dy^2)}$.

V. *Scholie.* C'eſt-là la formule générale pour trouver l'attraction des ſurfaces ſphéroïdiques. Cependant comme elle eſt fort compoſée, l'on peut quelquefois, par les propriétés particulieres des courbes, trouver des ſolutions plus abregées & plus faciles. Si, par exemple, on cherche l'attraction d'une ſurface ſphérique, par la formule générale, on tombe dans des calculs embarraſſans, & dans des intégrations pénibles.

On trouve pour l'attraction de la ſuperficie ſphérique (le rayon étant r) $(a+x)$ $\times (aa+2ax+xx+2rx-xx)^{\frac{n-1}{2}}$ $\times \sqrt{(2rx-xx)} \times rdx : \sqrt{(2rx-xx)}$; ou $(a+x) \times (aa+2ax+2rx)^{\frac{n-1}{2}} \times rdx$; dont l'intégration n'eſt pas ſimple.

Mais ſi l'on ſe ſert de la propriété du cercle; que ſi d'un point donné, on tire des li-

lignes quelconques, terminées à la circonférence, les rectangles des parties de ces lignes, prises depuis le point donné, & terminées à la circonférence, sont tous égaux; on trouve pour l'attraction de la superficie sphérique, une expression plus simple & plus commode, qui n'a point d'involution de termes.

Voici cette maniere de trouver l'attraction d'une surface sphérique.

PROBLEME II.

* VI. *Trouver l'Attraction d'une surface sphérique sur un corpuscule placé en* P, *selon quelque puissance de la distance que se fasse l'Attraction?*

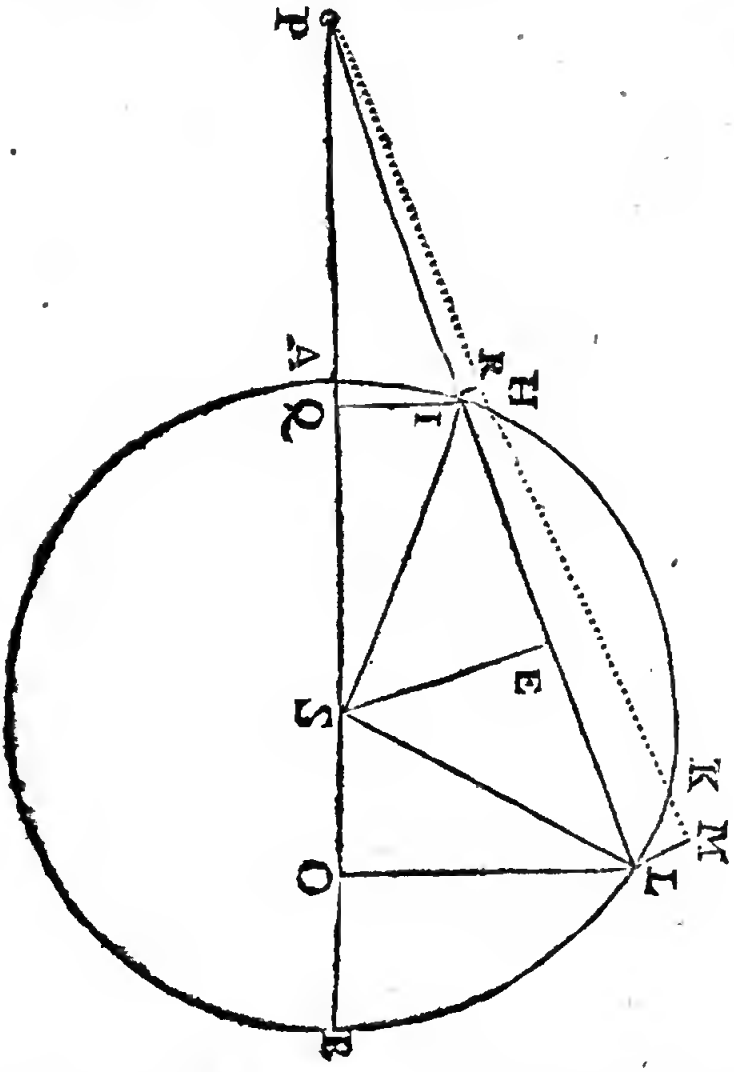
Solut. Soit $PA=a$, $PB=b$, $PI=z$, $PL=x$; & l'Equation du cercle $zx=ab$. L'on aura $AS=\frac{b-a}{2}$, $PS=\frac{a+b}{2}$, $PE=\frac{z+x}{2}=\frac{zz+ab}{2z}$

A cause des $\triangle$ ESI, RHI, l'on a $SE.SI :: dz . \frac{(b-a)dz}{2SE} = HI$.

A cause des $\triangle$ PSE, PIQ, l'on a $PS . SE :: z . \frac{2SEz}{a+b} = IQ$.

La petite zone II est proportionelle à $HI \times IQ$, c'est-à-dire, $\frac{(b-a)zdz}{a+b}$. Et l'attraction se faisant comme Pl^n, l'on a pour l'attraction de la petite zone, $HI \times IQ \times Pl^n = \frac{(b-a)z^{n+1}dz}{a+b}$. Et pour

* *Voyez la Figure suivante.*



la partie de cette attraction qui s'exerce suivant PS; $HI \times IQ \times PI^n \times \frac{PE}{PS} = \frac{(b-a)z^{n+1}\,dz}{(a+b)}$

$\times \frac{zz+ab}{z(a+b)} = \frac{b-a}{(a+b)^2} \times (z^{n+2}\,dz + abz^n dz)$.

L'on trouve de la même maniere pour l'attraction de la zone KL, qui accompagne toujours la zone HI; $KL \times LO \times PL^n$

$\times \frac{PE}{PS} = \frac{b-a}{(a+b)^2} \times (x^{n+2}\,dx + abx^n\,dx.)$

On

On a donc pour l'attraction des deux zones HI, KL, $\frac{b-a}{(a+b)^2} \times (z^{n+2}dz + abz^n dz + x^{n+2}dx + abx^n dx)$. Et pour l'attraction de la surface formée par la révolution de l'arc IL, l'intégrale de cette quantité.

Mais il faut observer que z diminuant lorsque x croît, il faut faire, en intégrant, les termes où est z négatifs; & l'on a pour l'intégrale $\frac{b-a}{(a+b)^2} \times (-\frac{1}{n+3}z^{n+3} - \frac{ab}{n+1}z^{n+1} + \frac{1}{n+3}x^{n+3} + \frac{ab}{n+1}x^{n+1})$.

Lorsque $z=a$, $x=\sqrt{ab}$, tout s'évanouit. D'où l'on voit qu'il n'y a point de correction à faire.

Lorsque $z=a, x=b$, l'on a pour l'attraction de la surface sphérique entiere $\frac{b-a}{(n+3)(n+1)(a+b)^2} \times [\overline{n+1}(b^{n+3} - a^{n+3}) + \overline{n+3}(ab^{n+2} - a^{n+2}b)]$.

On peut toujours avoir l'attraction algébriquement, excepté les deux cas d'une attraction en raison renversée, simple, ou triplée de la distance; on n'a alors l'attraction que par logarithmes.

Coroll. 1. L'Attraction se faisant dans la matiere en raison inverse du quarré de la distance; l'on a $n=-2$, & pour l'Attraction de la surface sphérique entiere $\frac{2(b-a)^2}{(a+b)^2}$. C'est-à-dire, l'attraction en raison directe du

quarré du diametre, & en raiſon renverſée du quarré de la diſtance au centre, conformément à la Propoſition 71 de M. Newton.

Coroll. 2. Concevant la ſphere compoſée d'une infinité de ſurfaces ſphériques, d'une épaiſſeur phyſique, dont les rayons diminuent depuis $\frac{b-a}{2}$ juſqu'à 0, l'on aura pour l'attraction de chacune, ſur le corps placé en P, $\frac{2(b-a)^2}{(a+b)^2} \times d(b-a)$; & $a+b$ demeurant conſtant, l'on aura pour l'attraction de la ſphere ſolide $\frac{\frac{2}{3}(b-a)^3}{(a+b)^2}$, c'eſt-à-dire, l'attraction de la ſphere ſur le corpuſcule placé au dehors, en raiſon directe triplée du diametre, & en raiſon inverſe double de la diſtance au centre, conformément à la Prop. 74.

Coroll. 3. Dans l'hypotheſe d'une attraction uniforme, l'on a $n=0$; & pour l'attraction de la ſurface ſphérique $\frac{(b-a)^2(bb+4ab+aa)}{3(a+b)^2}$.

Coroll. 4. Dans l'hypotheſe d'une attraction en raiſon renverſée de la quatrieme puiſſance de la diſtance; l'on a $\frac{(b-a)^2(bb+4ab+aa)}{3aabb(a+b)^2}$.

D'où l'on voit que l'attraction qu'une ſurface ſphérique exerceroit dans cette hypotheſe ſur un corpuſcule, eſt à l'attraction que la même ſurface ſphérique exerceroit dans l'hypo-

potheſe d'une attraction uniforme, comme 1 à $aabb$.

Coroll. 5. Si $n = -5$, l'on a $\frac{(b-a)^2(b^3+3abb+3aab+a^3)}{4a^3b^3(a+b)^2}$.

Coroll. 6. Si $n=1$, l'on a $\frac{(b-a)^2.b+a.}{4}$.

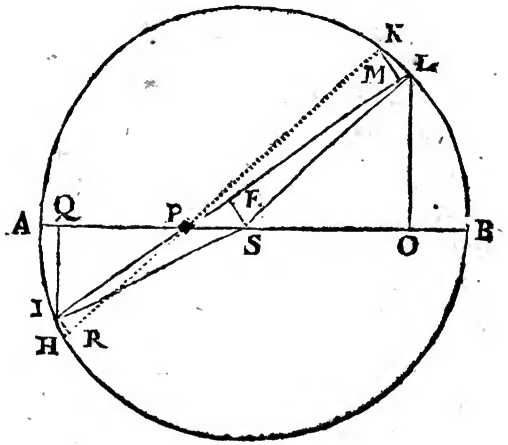
Coroll. 7. Dans l'hypotheſe d'une attraction en raiſon ſimple inverſe de la diſtance; l'on trouve pour l'attraction de la ſurface ſphérique $\frac{b-a}{2(a+b)^2} \times (bb-aa+2abl\frac{b}{a})$.

Coroll. 8. Dans l'hypotheſe d'une attraction en raiſon triplée inverſe de la diſtance; l'on trouve $\frac{b-a}{2ab(a+b)^2} \times (bb-aa-2abl\frac{b}{a})$.

VII. * Lorſque le corpuſcule eſt placé au dedans de la ſurface, la même Solution ſubſiſte, en y faiſant les changemens convenables.

On a alors $AP=a$, $PB=b$, $SI=\frac{a+b}{2}$, $PS=\frac{b-a}{2}$, $PE=\frac{x-z}{2}=\frac{ab-zz}{2z}$; $HI=\frac{(a+b)dz}{zSE}$, $IQ=\frac{2SE.z}{b-a}$. L'on aura donc l'attraction de la zone HI, $=HI \times IQ \times PI^n \times \frac{PE}{PS}=\left(\frac{a+b}{b-a}\right)z^{n+1}dz \times \frac{ab-zz}{z(b-a)}$; & l'attraction de la zone $KL=\left(\frac{a+b}{b-a}\right)z^{n+1}dx \times \frac{xx-ab}{2x}$.

* *Voyez la Figure ſuivante.*



Mais ici ces deux forces s'oppoſent l'une à l'autre; retranchant donc la premiere de la ſeconde, l'on a pour la difference de l'attraction de la ſurface ſphérique vers S; $\left(\frac{a+b}{(b-a)^2}\right)(x^{n+2}dx - abx^n dx - abz^n dz + z^{n+2} dz)$; dont l'intégrale (obſervant que x croiſſant, z diminue) eſt $\frac{a+b}{(b-a)^2}\left(\frac{x^{n+3}}{n+3} - \frac{ab}{n+1} x^{n+1} + \frac{ab}{n+1} z^{n+1} - \frac{z^{n+3}}{n+3}\right)$, qui n'a point beſoin de correction. Et pour l'attraction de la ſurface ſphérique entiere, l'on a $\frac{(a+b)}{(n+3)(n+1)(b-a)^2}$ $[(n+1)b^{n+3}$ —

$-a^{n+3}) + (n+3)a^{n+2}b - ab^{n+2})]$.

Coroll. 1. L'attraction de la matiere étant en raiſon inverſe du quarré de la diſtance; l'on a $\frac{a+b}{-(b-a)^2} \times (-b+a+b-a) = 0$.

D'où l'on voit que l'attraction d'un corpuſcule placé au dedans d'une ſurface ſphérique eſt nulle. (C'eſt la Propoſition 70 de M. Newton.) Dans une Planete creuſe, les animaux pourroient aller librement de tous côtés, ſans recevoir aucune impreſſion de la peſanteur. Dans toute autre hypotheſe, le corpuſcule placé au dedans de la ſurface ſphérique pèſera.

On a toujours la peſanteur algébriquement, excepté les deux hypotheſes qui dépendent de la quadrature de l'hyperbole, ſoit que le corpuſcule ſoit placé au dehors ou au dedans. On peut parcourir les differentes hypotheſes, comme on a fait pour le cas du corpuſcule extérieur, & en tirer autant de Théoremes.

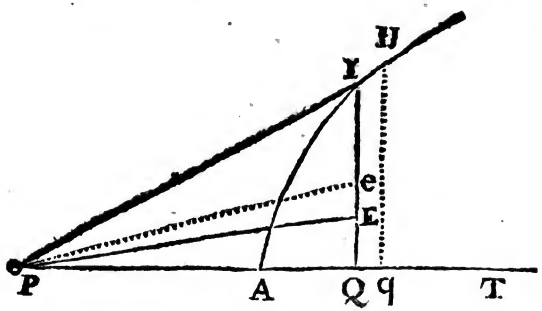
Coroll. 2. Dans une ſphere ſolide, le corpuſcule placé en P, n'éprouvera aucune attraction de la ſphere creuſe, dont l'épaiſſeur eſt AP. Car il n'en éprouve aucune de chaque ſurface ſphérique, dont la multitude compoſe la ſphere creuſe. Le corpuſcule n'eſt donc attiré que par la ſphere décrite du rayon SP. Or nous avons vu ci-deſſus (Problême précéd. Coroll. 2.) que l'attraction d'une ſphere ſur un corpuſcule extérieur étoit comme le cube du rayon diviſé par le quarré de la diſtance au centre; & dans le cas

où le corpuſcule eſt placé ſur la ſuperficie, comme le rayon ou la diſtance au centre. D'où l'on voit que l'attraction d'une ſphere homogene ſur un corpuſcule placé au dedans, eſt en raiſon directe de la diſtance au centre. C'eſt la Prop. 73 de M. Newton.

Coroll. 3. Si l'attraction de la matiere ſe faiſoit en raiſon directe de la diſtance; l'on auroit $n=1$; & pour l'attraction $\frac{(a+b)}{4.2(b-a)^2}$ $(2b^4-2a^4+4a^3b-4ab^3)$, ou $\frac{(a+b)}{4(b-a)^2}$ $[(b-a)^3\times(b+a)]=\frac{(b+a)^2\times b-a}{4}$. D'où l'on voit que dans cette hypotheſe d'une attraction proportionelle à la diſtance, l'attraction d'un corpuſcule placé au dedans d'une ſurface ſphérique, eſt auſſi proportionelle à ſa diſtance au centre de la ſphere.

VIII. De ce que, dans l'hypotheſe d'une attraction dans la matiere, proportionelle à la diſtance, l'attraction de la ſuperficie ſphérique ſur un corpuſcule, ſoit qu'il ſoit placé au dehors, ſoit au dedans, eſt (en nommant le rayon R, & la diſtance D) comme $RR\times D$; on a l'attraction de chaque calotte ſphérique, comme $RRdR.D$; & la ſomme de ces attractions, comme $R^3.D$. D'où l'on voit que l'attraction qu'une ſphere ſolide exerce ſur un corpuſcule placé, ſoit au dedans, ſoit au dehors, eſt proportionelle à la ſimple diſtance au centre.

PRO-



PROBLEME III.

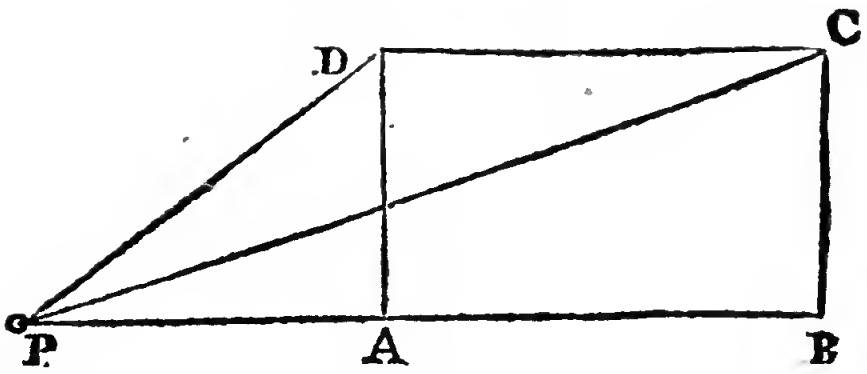
IX. *Trouver l'Attraction du ſolide formé par la révolution de la courbe* AI, *autour de l'axe* AT, *& terminé par la révolution de l'ordonnée* IQ, *ſur un corpuſcule placé en* P; *ſelon quelque puiſſance de la diſtance que ſe faſſe l'Attraction*?

Solut. Concevant le ſolide compoſé d'une infinité de tranches circulaires IQ; je cherche d'abord l'attraction de chaque plan IQ, en ſuppoſant PQ & IQ conſtans. Le plan IQ eſt compoſé d'une infinité d'anneaux circulaires Ee; & l'attraction de chacun de ces anneaux eſt comme $Ee \times EQ \times PE^n \times \frac{PQ}{PE} = dQE \times QE \times PE^{n-1} \times PQ$. Mais à cauſe de $PE^2 = PQ^2 + QE^2$, l'on a $dQE \times QE = dPE \times PE$. Et ſubſtituant cette valeur dans l'expreſſion précédente, l'on a pour l'attraction du petit anneau Ee, $PQ \times PE^n dPE$. Et pour l'attraction du plan QE, $\frac{PQ}{n+1} \times PE^{n+1} \pm A$.

Pour corriger cette attraction, il faut que lorſque $PE = PQ$, elle ſoit zero. L'on a donc $A = -\frac{PQ^{n+2}}{n+1}$. L'attraction du plan QE eſt donc $\frac{PQ}{n+1}(PE^{n+1} - PQ^{n+1})$. Et l'attraction du plan entier QI eſt $\frac{PQ \cdot PI^{n+1}}{n+1} - \frac{PQ^{n+2}}{n+1} =$ (faiſant $PA = a$, $AQ = x$, $QI = y$) $\frac{1}{n+1}[(a+x)(aa+2ax+xx+yy)^{\frac{n+1}{2}} - (a+x)^{n+2}]$. Et le ſphéroïde étant compoſé de la multitude des tranches $IQqH$, l'on a pour la differentielle de ſon attraction, $\frac{*}{n+1}[(a+x)(aa+2ax+xx+yy)^{\frac{n+1}{2}}dx - (a+x)^{n+2}dx]$.

X. Cette Solution n'eſt que la 90 & 91me Propoſition de M. Newton.

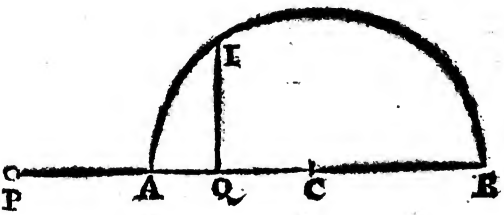
Exemple 1. Soit le ſolide un cylindre formé par la révolution du parallelogramme $ABCD$ autour de l'axe PB, $AB = b$, & $AD = c$; l'on aura pour la differentielle de ſon attraction, $\frac{1}{n+1}[(adx+xdx)(aa+cc+2ax+xx)^{\frac{n+1}{2}} - (a+x)^{n+2}dx]$, dont l'in-



l'intégrale eſt $\frac{1}{n+1 \cdot n+3}[(aa+cc+2ax+xx)^{\frac{n+3}{2}} - (a+x)^{n+3}] + A$. Pour déterminer A, il faut que lorſque $x=0$, l'attraction ſoit nulle ; l'on a donc $\frac{-1}{n+1 \cdot n+3}(aa+cc)^{\frac{n+3}{2}} + a^{n+3} = A$. Et pour l'attraction corrigée $\frac{1}{n+1 \cdot n+3}[(aa+cc+2ax+xx)^{\frac{n+3}{2}} - (aa+cc)^{\frac{n+3}{2}} - (a+x)^{n+3} + a^{n+3}]$. Et pour l'attraction du ſolide entier, $\frac{1}{n+1 \cdot n+3}[(aa+cc+2ab+bb)^{\frac{n+3}{2}} - (aa+cc)^{\frac{n+3}{2}} - (a+b)^{n+3} + a^{n+3}]$.

L'attraction ſe faiſant en raiſon inverſe du quarré de la diſtance ; l'attraction du cylindre

ſera comme $b - \sqrt{(aa + bb + 2ab + cc)} + \sqrt{(aa + cc)}$ c'eſt-à-dire comme $AB - PC + PD$, conformément à la Propoſition 91.



Exemple 2. Soit le ſolide une ſphere formée par la révolution du demi-cercle *AIB*, dont le rayon $= r$; On a pour la differentielle de l'attraction, $\frac{1}{n+1}[(a\,dx + x\,dx)(aa + 2ax + 2rx)^{\frac{n+1}{2}} - (a+x)^{n+2}\,dx]$, dont l'intégration demanderoit des transformations que je ne fais point, parce que la ſolution eſt plus élégante par une autre méthode. On voit cependant ici facilement que dans l'hypotheſe d'une attraction en raiſon inverſe triplée ou quintuplée de la diſtance, l'attraction de la ſphere dépend de la quadrature de l'hyperbole. Mais dans l'hypotheſe d'une attraction en raiſon ſimple inverſe, elle en dépend encore plus, pour ainſi dire, par cette méthode. Car on ne peut pas parvenir à la differentielle même de l'attraction ſans logarithmes, auxquels il faudroit avoir recours, dès en cherchant l'attraction des plans *Q*.

PRO-

PROBLEME IV.

XI. * *Trouver l'Attraction du ſolide formé par la révolution de la courbe* AI *autour de l'axe* PT, *& terminé par la révolution de l'arc de cercle* IF *décrit du centre* P, *ſur un corpuſcule placé en* P, *ſelon quelque puiſſance de la diſtance que ſe faſſe l'Attraction?*

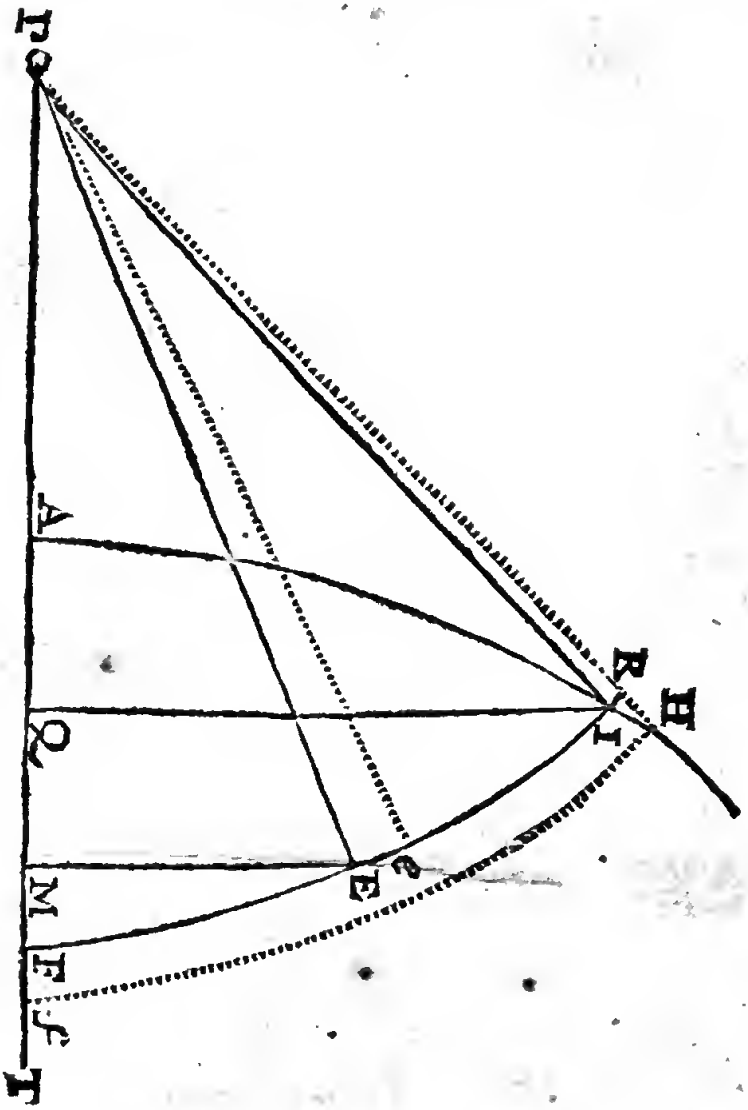
Solut. Concevant le ſphéroïde compoſé d'une infinité de calottes ſphériques $IFfH$, je cherche l'attraction de chacune, en ſuppoſant PF & IQ conſtans.

La calotte IF eſt compoſée d'une infinité d'anneaux circulaires Ee; & l'attraction de chacun de ces anneaux eſt comme $Ee \times EM \times PE^n \times \frac{PM}{PE} = Ee \times EM \times PE^{n-1} \cdot PM$.

Mais par la propriété du cercle $Ee \times EM = PE \times dPM$; & ſubſtituant cette valeur dans l'expreſſion précédente, l'on a pour l'attraction de l'anneau Ee, $PE^n \times PM \times dPM$; & pour l'attraction de la calotte FE, $A = \frac{PE^n \times PM^2}{2}$.

Pour corriger cette intégrale, il faut que lorſque $PM = PE$, elle ſoit $= 0$, l'on a donc $A = \frac{PE^{n+2}}{2}$; & pour l'attraction de la calotte entiere FI, $\frac{1}{2}(PI^{n+2} - PQ^2$

* *Voyez la Figure ſuivante.*



$\times PI^n) = \frac{1}{2} PI^n \times (PI^2 - PQ^2) = \frac{1}{2} PI^n \times IQ^2 =$ (faiſant $PA = a$, $AQ = x$, $IQ = y$)

$\frac{1}{2} [(a+x)^2 + yy]^{\frac{n}{2}} \times yy.$

Et le ſphéroïde étant formé par la multitude des calottes $IFfH$, l'on a pour la differentielle de ſon attraction, $\frac{1}{2} [(a+x)^2 + yy]^{\frac{n-1}{2}} yy \times (a\,dx + x\,dx + y\,dy)$.

XII.

XII. *Schol.* Si le ſolide eſt une ſphere dont le rayon $= r$, la differentielle de l'attraction ſera $\frac{1}{2}(aa+2ax+2rx)^{\frac{n-1}{2}}(2rx-xx)(adx+rdx)$, dont l'intégration ſeroit embarraſſante ; mais ſans avoir recours à cette intégration ni aux quadratures dont M. Newton ſe ſert, Prop. 80 & 81, on peut avoir cette attraction plus élégamment de la maniere ſuivante.

Lorſqu'on eſt parvenu à la differentielle de l'attraction, $\frac{1}{2}PI^n \times IQ^2 \times dPI$, on cherchera par la propriété du cercle AI la relation entre $PI(z)$ & $IQ(y)$, & l'on a $yy = \frac{-z^4+4rrzz+4arzz+2aazz-4aarr-4a^3r-a^4}{4(a+r)^2}$; & ſubſtituant cette valeur dans la differentielle de l'attraction, $\frac{1}{2}z^n \times yy\,dz$, l'on a $\frac{1}{2}\left(\frac{-z^{n+4}+4rrz^{n+2}+4arz^{n+2}+2aaz^{n+2}-4aarrz^n-4a^3rz^n-a^4z^n}{4(a+r)^2}\right)dz$; & cette expreſſion eſt la même lorſque le corpuſcule eſt ſitué au dedans de la ſphere, avec cette ſeule difference que les termes où ſe trouvent les puiſſances impaires de a ont des ſignes differens.

Cette differentielle n'ayant aucune involution de termes, s'integrera toujours facilement, excepté non-ſeulement les deux cas que M. Newton a remarqués de l'attraction en raiſon inverſe ſimple, ou triplée de la distance, mais le cas auſſi de l'attraction en raiſon inverſe de la cinquieme puiſſance. Ces trois cas dépendent de la quadrature de l'hyperbole, & s'integrent facilement par logarithmes.

XIII. L'attraction de la ſphere ſera en général $\frac{1}{8(r+a)^2}\left(-\frac{z^{n+5}}{n+5}+\frac{4rrz^{n+3}}{n+3}\right.$

$+\frac{4arz^{n+3}}{n+3}+\frac{2aaz^{n+3}}{n+3}+\frac{4aarrz^{n+1}}{n+1}$

$\left.-\frac{4a^3rz^{n+1}}{n+1}-\frac{a^4z^{n+1}}{n+1}+A\right)$.

Pour avoir cette intégrale complette, il faut que lorſque $z=a$, elle s'évanouiſſe. On a donc $\frac{1}{8(r+a)^2}\left(-\frac{z^{n+5}}{n+5}+\frac{4rrz^{n+3}}{n+3}\right.$

$+\frac{4arz^{n+3}}{n+3}+\frac{2aaz^{n+3}}{n+3}-\frac{4aarrz^{n+1}}{n+1}$

$-\frac{4a^3rz^{n+1}}{n+1}-\frac{a^4z^{n+1}}{n+1}+\frac{a^{n+5}}{n+5}$

$-\frac{4rra^{n+3}}{n+3}-\frac{4ra^{n+4}}{n+3}-\frac{2a^{n+5}}{n+3}$

$\left.+\frac{4rra^{n+3}}{n+1}+\frac{4ra^{n+4}}{n+1}+\frac{a^{n+5}}{n+1}\right)$.

Et

Et pour l'attraction de la ſphere entiere, lorſque $z = a + 2r$, $\frac{1}{8(r+a)^2}\left[-\frac{(a+2r)^{n+5}}{n+5}\right.$

$+\frac{4rr(a+2r)^{n+3}}{n+3} + \frac{4ar(a+2r)^{n+3}}{n+3}$

$+\frac{2aa(a+2r)^{n+3}}{n+3} - \frac{4aarr(a+2r)^{n+1}}{n+1}$

$-\frac{4a^3r(+2r)^{n+1}}{n+1} - \frac{a^4(a+2r)^{n+1}}{n+1} + \frac{a^{n+5}}{n+5}$

$-\frac{4rra^{n+3}}{n+3} - \frac{4ra^{n+4}}{n+3} - \frac{2a^{n+5}}{n+3}$

$\left.+\frac{4rra^{n+3}}{n+1} + \frac{4ra^{n+4}}{n+1} + \frac{a^{n+5}}{n+1}\right]$.

Scholie. L'attraction de la matiere ſe faiſant en raiſon inverſe du quarré de la diſtance; on a $n = -2$, & l'on trouvera, ſi l'on ſe donne la peine de faire le calcul, que l'attraction qu'éprouve un corpuſcule placé au dehors de la ſphere, eſt en raiſon renverſée du quarré de ſa diſtance au centre, & que l'attraction d'un corpuſcule placé au dedans, eſt en raiſon ſimple directe de ſa diſtance, conformément à ce que nous avons vu (§. VI. Cor. 1. & §. VII. Cor. 2.)

Si l'attraction de la matiere ſe faiſoit en raiſon ſimple directe de la diſtance; on auroit $n = 1$, & l'on trouveroit l'attraction de la ſphere, ſur un corpuſcule placé tant au dehors qu'au dedans, proportionelle à la ſimple diſtance au centre, conformément à l'Art. VIII.

Lors-

Lorſque $n=-1$, on a pour l'attraction de la ſphere entiere $\frac{1}{8(a+r)^2}\left[-\frac{(a+2r)^4}{4}\right.$
$+(2rr+2ar+aa)(a+2r)^2+\frac{a^4}{4}$
$-(2rraa+2ra^3+a^4)-(4rraa+4ra^3$
$\left.+a^4)\,l\left(\frac{a+2r}{a}\right)\right]$.

Lorſque $n=-3$, on a $\frac{1}{8(a+r)^2}\times\left[-\frac{(a+2r)^2}{2}\right.$
$+\frac{(4rraa+4ra^3+a^4)}{2(a+2r)^2}-(2rr+2ra)$
$\left.+(4rr+4ar+2aa)\,l\left(\frac{a+2r}{a}\right)\right]$.

Lorſque $n=-5$, on a $\frac{1}{8(a+r)^2}\left[l\left(\frac{a}{a+2r}\right)\right.$
$-\frac{(2rr+2ar+aa)}{(a+2r)^2}+\frac{4aarr+4a^3r+a^4}{4(a+2r)^4}$
$\left.+\frac{rr+ra}{aa}+\frac{3}{4}\right]$.

Voilà les trois cas dans leſquels l'attraction de la ſphere dépend des logarithmes.

Dans le premier; la diſtance du corpuſcule qui eſt a, ne ſe trouve ſeule que dans le numérateur des termes algébriques. Ainſi lorſque cette diſtance eſt nulle, elle n'augmente point l'attraction. Quant au terme logarithmique $l\left(\frac{a+2r}{a}\right)$, il eſt vrai qu'il devient infini, lorſque $a=0$, mais ſon coëfficient devient alors $=0$. Et par cette deſtruction, ce terme n'apporte pas de difference à l'attraction.

Dans

Dans le cas $n=-3$; a ne ſe trouve ſeul que dans le numérateur des termes algébriques, & par-là n'augmente point l'attraction; mais le terme logarithmique $l(\frac{a+2r}{a})$ ou $l(\frac{2r}{0})$ eſt alors infini, & ſon coëfficient $4rr$ ne détruit point ſon infinité. Ainſi l'attraction augmente infiniment, lorſque le corpuſcule touche la ſphere.

Enfin dans le cas $n=-5$, & dans tous les cas où n eſt au-deſſous de -3, on voit par l'inſpection de notre expreſſion générale, que a ſe trouve ſeul au dénominateur, & augmente infiniment l'attraction par ſa nullité.

D'où l'on tire cette Propoſition ſinguliere:

XIV. *Si l'Attraction qu'un corps éprouve, lorſqu'il touche le corps attirant, eſt beaucoup plus forte que celle qu'il éprouve au moindre éloignement; l'attraction des parties du corps attirant décroît en raiſon plus que doublée des diſtances.*

Et ſi l'attraction des parties du corps attirant décroît en raiſon triplée ou plus que triplée des diſtances, l'attraction ſera beaucoup plus forte dans le contact que dans le plus petit éloignement des deux corps.

Cette Propoſition, qui ſe trouve démontrée pour les ſpheres dans les Articles précédens, s'étend ici aux corps, de quelque figure qu'ils ſoient; car cela ſe trouvant vrai à l'égard des ſpheres, quelque matiere qu'on leur ôte ou qu'on leur ajoute hors du point d'attouchement, on ne changera pas conſi-

dera-

derablement l'attraction produite par le contact.

Scholie. La pesanteur se faisant en raison inverse du quarré de la distance, les corps n'éprouvent pas une pesanteur sensiblement differente, soit qu'ils soient proches de la Terre, soit qu'ils la touchent.

Il n'en seroit pas ainsi, si la pesanteur décroissoit comme les cubes, ou dans quelque raison plus grande; les corps éprouveroient une pesanteur extrêmement plus grande, lorsqu'ils toucheroient la Terre, que lorsqu'ils en seroient à la plus petite distance; & ayant une fois touché la Terre, il eût fallu une force extrême pour les en séparer.

XV. *Scholie.* Cette Proposition est la source d'où M. Keil a tiré toutes ces loix d'attraction qui forment un petit Traité de trente Propositions qui se trouvent à la fin de la derniere Edition de ses Ouvrages, & dont il avoit promis les démonstrations & une plus grande explication, que je ne sache pas qu'il ait données.

M. Keil & plusieurs Philosophes Anglois, après M. Newton, ont cru trouver dans les corps, outre cette attraction qui, à des distances immenses, règle le mouvement des Planetes, une autre espece d'attraction insensible dans l'éloignement, mais très puissante dans le contact, capable de produire les précipitations, les coagulations, les crystallisations, & une infinité d'autres phénomenes qu'on attribue aux adhésions & aux affinités, dont les noms sont plus doux.

Enfin

Enfin M. Friend a donné une Chimie, toute déduite de ce principe.

On explique par cette attraction, l'élévation des liqueurs entre deux lames de verre, & dans des tuyaux où il ne paroît pas que ce que nous ſavons du poids de l'Atmoſphere, les puiſſe tenir ſuſpendues; la rondeur des gouttes des fluides, la difficulté de ſéparer deux Marbres polis qui ſe joignent; enfin la dureté des corps.

L'Attraction dont il eſt ici queſtion, puiſqu'elle ſeroit inſenſible dans l'éloignement, & ſi forte dans le contact, ſuivroit néceſſairement une autre loi que celle du quarré de la diſtance; & l'on voit, par ce que nous venons de dire, qu'elle ſeroit au moins en raiſon inverſe du cube de la diſtance, ou de quelque puiſſance plus élevée que le cube.

XVI. *Scholie.* Après avoir déterminé en général, l'attraction d'une ſphere, ou de tel corps qu'on voudra, pour une puiſſance quelconque n de ſa diſtance, ſelon laquelle on ſuppoſe que ſe faſſe l'attraction des parties de la matiere; on peut réſoudre ce Problême curieux: *Découvrir ſelon quelle loi ſe fait l'Attraction d'une matiere donnée* ? Car ayant formé de cette matiere, un de ces corps, dont on a trouvé l'attraction en général, on cherchera par des expériences, la loi de l'attraction de ce corps; & faiſant l'attraction de ce corps pour un expoſant indéterminé n, proportionelle ou égale à l'attraction découverte par expérience, on auroit une Equation qui détermineroit n, c'eſt-à-dire, qui détermineroit l'expoſant de la diſtance, ſelon

lon lequel ſe fait l'attraction des parties de la matiere.

DESCRIPTION

D'une Machine pour meſurer la viteſſe des Eaux courantes, & le ſillage des Vaiſſeaux.

Par M. PITOT. *

LES changemens & toutes les variétés qui arrivent au courant des Fleuves & des Rivieres, demandent une étude particuliere & de grandes attentions, ſoit pour prévenir les ravages cauſés par leurs débordemens & leurs changemens de lit, ſoit pour les rendre navigables, lorſqu'elles ne le ſont pas, ou qu'elles ne le ſont que dans certains tems. Leurs differentes pentes, la chute de leurs eaux, les contours & les coudes de leurs bords, les qualités de leurs lits, ſont les principales cauſes de ces variétés.

Les pentes differentes rendent le courant des eaux tantôt plus grand & tantôt plus petit; les coudes & les ſinuoſités des bords en détournent le fil, les lits ſont ſouvent creuſés dans les endroits où la rapidité eſt plus grande pendant que les bords ſont rongés, minés & emportés par le courant & le fil de l'eau. D'un autre côté les eaux vont dépoſer les ſables, les limons enlevés du fond ou

* 12 Novemb. 1732.

ou des bords, aux endroits où elles ont le moins de vîteſſe, où elles ſont preſque dormantes. Ces dépoſitions forment des atterriſſemens & quelquefois des Iſles; les atterriſſemens & les Iſles détournent enſuite le fil de l'eau, ce qui cauſe de nouveaux changemens. Comme ces variétés & ces changemens ſont preſque toujours dommageables, on y remédie le plus qu'on peut par des levées, des digues, des jettées; mais ces ouvrages, en détournant le fil de l'eau, cauſent néceſſairement de nouveaux effets. Tous ces effets oppoſés ſe ſuccedent continuellement, ſe combinent, enſorte qu'il eſt très difficile d'en connoître les produits ou les réſultats. Cette connoiſſance eſt cependant abſolument néceſſaire pour prévenir les deſordres que cauſent la plupart des Fleuves, & pour tirer de ces mêmes Fleuves le parti le plus avantageux; il arrive même que les ouvrages que l'on conſtruit d'un côté pour ſe mettre à l'abri & ſe garantir, nuiſent ailleurs en détournant le fil de l'eau, ce qui donne ſouvent lieu à de grandes conteſtations.

Quoiqu'on ait beſoin de bien des connoiſſances, & de faire bien des obſervations pour prévenir les ravages cauſés par la rapidité des eaux des Fleuves, il eſt certain que les plus importantes ſont de connoître leurs degrés de vîteſſe, de voir les endroits où la rapidité eſt la plus grande, & de déterminer par ce moyen la direction du fil de l'eau.

Il y a un grand nombre d'autres occaſions où l'on a beſoin de connoître la vîteſſe des eaux des Rivieres, des Aqueducs, des Ruiſ-

ſeaux, des Fontaines, ſoit pour la meſure & la jauge des mêmes eaux, ce qui arrive fort ſouvent pour des projets de Canaux de navigation; ſoit pour connoitre la force de l'eau ſur les aubes des roues de Moulin, ou de toute autre machine, mues par des courans d'eau, & calculer l'effet de ces mêmes machines; ſoit enfin pour connoitre l'endroit le plus avantageux d'une Riviere, pour placer un Moulin, une Pompe, ou autre machine.

Le ſeul moyen dont on s'eſt ſervi juſqu'à préſent pour meſurer la vîteſſe des eaux courantes, eſt de jetter dans le courant un morceau de bois ou une boule de cire, & de meſurer le chemin parcouru par le morceau de bois ou la boule de cire dans une ou pluſieurs minutes. Cette méthode eſt fort imparfaite, car 1°. ſi l'on ſe ſert d'un morceau de bois, la réſiſtance de l'air l'empêche de deſcendre auſſi vîte que le courant; & ſi l'on ſe ſert d'une boule de cire, on la perd preſque toujours de vue. 2°. Il n'eſt pas poſſible, à moins que de prendre des ſoins très pénibles, de meſurer exactement le chemin parcouru. 3°. Deux expériences faites au même endroit d'une Riviere, donnent ſouvent des vîteſſes fort differentes, parce que le morceau de bois ou la boule de cire ne prennent pas toujours le même fil de l'eau.

Mais les inconvéniens les plus conſiderables de cette méthode ſont de ne pouvoir pas connoitre la vîteſſe de l'eau dans les endroits où il importe le plus de la connoitre, com-

comme à l'entrée ou à la ſortie d'une Arche de Pont, ou enfin à quelque autre endroit où l'on a deſſein de placer une roue de Moulin, ou quelque autre machine.

La queſtion de ſavoir ſi la vîteſſe des eaux vers le fond des Rivieres eſt plus grande ou plus petite qu'à leur ſurface, eſt curieuſe, & a ſouvent partagé les ſentimens des Savans; car d'un côté les eaux inférieures étant preſſées par les ſupérieures, il ſemble qu'elles doivent être forcées à couler plus vîte; de plus la chute des eaux depuis leurs ſources juſqu'au fond des Rivieres étant plus grande que depuis les mêmes ſources juſqu'à la ſurface, & les vîteſſes étant par le principe fondamental des Hydrauliques en raiſon ſousdoublée des hauteurs ou des chutes, la vîteſſe des eaux vers le fond devroit être plus grande que vers la ſurface. Mrs. Guglielmini & Varignon ont donné ſur ce principe une règle pour connoître la hauteur de la chute d'une Source ou la pente totale d'une Riviere, en connoiſſant ſeulement deux vîteſſes differentes priſes à deux degrés de profondeur: mais cette règle eſt de pure ſpéculation.

D'un autre côté on oppoſe à toutes ces raiſons la quantité du frottement des eaux contre le fond ou le lit & les bords des Fleuves: il eſt vrai, comme je crois l'avoir démontré dans un Mémoire en 1730, que cette quantité de frottemens eſt prodigieuſe, & il eſt heureux qu'elle le ſoit, car ſans les frottemens, les Fleuves & les Rivieres ne ſeroient pas navigables; en voici une preuve

bien ſenſible. Si l'on calcule par les principes du mouvement des eaux la vîteſſe que celles des Fleuves doivent prendre par leur chute de la hauteur de leur ſource, en faiſant abſtraction des frottemens, on trouvera toujours cette vîteſſe vingt fois & ſouvent plus de trente fois plus grande que celle que les eaux des mêmes Fleuves ont réellement; ainſi ſans les frottemens preſque toutes les eaux courantes feroient des torrens affreux, dont on ne tireroit aucun avantage.

Puiſque les eaux ſont rallenties ſi conſiderablement par les frottemens de leurs lits & des bords, il eſt naturel de penſer que celles qui ſont près du fond ſont plus rallenties que celles qui ſont à la ſurface. Toutes ces queſtions également utiles & curieuſes, peuvent être éclaircies ſur le champ avec une grande facilité au moyen de l'inſtrument que je propoſe, puiſque l'opération en eſt auſſi ſimple que celle de plonger un bâton dans l'eau & de le retirer. Par cette machine on meſurera la juſte quantité de la vîteſſe des eaux à telle profondeur qu'on voudra, & cela auſſi aiſément qu'à leur ſurface. On meſurera auſſi la vîteſſe de l'eau à l'entrée & à la ſortie des Arches de Pont, & il ſera toujours aiſé de trouver l'endroit du courant où elle eſt la plus grande.

Deſcription de la Machine.

AB eſt une Tringle de bois taillée en forme de priſme triangulaire; ſur le milieu d'une des trois faces de cette Tringle on a creuſé

ſé une rainure capable de loger deux Tuyaux de verre blanc; l'un de ces Tuyaux eſt courbé à angle droit en *D*, & le bout *DE* paſſe par un trou fait à la Tringle.

La face *CD*, dans laquelle les Tuyaux ſont logés, eſt diviſée en pieds & pouces. *FGIL* eſt une Règle mobile de cuivre refendue dans le milieu ſur preſque toute ſa longueur de la quantité de la ſomme des diametres des Tuyaux, enſorte qu'elle ne couvre les Tuyaux qu'à ſes extrémités & un peu à ſon milieu. Un des côtés de cette Règle eſt diviſé en pieds & pouces pour les hauteurs des chutes d'eau, & l'autre côté en pieds & pouces de vîteſſe de l'eau relative aux hauteurs, ainſi que nous l'expliquerons bien-tôt. Elle eſt retenue par de petites plaques de cuivre qui embraſſent la Tringle, & qui la ſerrent au moyen de trois vis *K*, enſorte qu'on peut arrêter la Règle à telle hauteur qu'on veut de la Tringle.

A l'égard des meſures ou des dimenſions de la Machine, on pourra prendre la vîteſſe de l'eau à une profondeur d'autant plus grande que la Tringle & les Tuyaux ſeront plus longs, en obſervant d'augmenter la groſſeur ou la force de la Tringle à proportion de ſa longueur, on lui donnera environ 1 pouce $\frac{1}{2}$ de la largeur à chaque face ſur une longueur de 6 pieds, & on la fera du bois le plus fort qu'on trouvera. Comme les plus grandes vîteſſes des Fleuves ne vont gueres au-delà de 10 pieds par ſeconde, il ſuffit de donner à la Règle mobile de cuivre 18 ou 20 pouces de longueur.

Le premier Tuyau étant recourbé à angle droit, & le ſecond étant tout droit, ſi l'on met la Machine dans une eau dormante, l'eau s'élevera à la hauteur de ſon niveau dans les deux Tuyaux. Mais dans une eau courante, elle s'élevera dans le premier Tuyau à la hauteur relative à la force du courant, pendant qu'elle reſtera à ſon niveau dans le ſecond Tuyau.

Nous ajouterons encore, que pour rendre le niveau de l'eau plus apparent dans les Tubes de verre, nous avons paſſé un blanc de céruſe broyé à l'huile dans la rainure.

Rien n'eſt plus ſimple que l'uſage & la maniere de ſe ſervir de cette Machine. Si l'on veut, par exemple, meſurer la vîteſſe de l'eau à ſa ſurface, on arrêtera par le moyen des vis la Règle de cuivre ſur la premiere diviſion de la Tringle, & on préſentera l'ouverture du Tuyau recourbé au courant; alors le niveau de l'eau du ſecond Tuyau étant ſur la premiere diviſion de la Règle, on verra monter l'eau dans le premier juſqu'à une certaine hauteur; cette hauteur ſera marquée en pouces & lignes ſur le côté droit de la Règle, & on aura les pieds & pouces de vîteſſe du courant marqués ſur ſon côté gauche.

Si on veut avoir la vîteſſe du courant à un, deux ou trois pieds de profondeur, on arrêtera ſimplement la Règle mobile ſur ces mêmes diviſions de la Tringle, & on operera comme ci-deſſus.

Il eſt aiſé de diriger l'ouverture du Tuyau vis-à-vis le fil de l'eau, car en tournant douce-

cement la Machine, on verra le point où l'eau s'éleve plus dans le premier Tuyau. Que ſi on tourne l'ouverture du côté oppoſé au courant, dès qu'on aura paſſé la perpendiculaire à ſa direction, l'eau reſtera à la même hauteur dans les deux Tuyaux.

Il arrive aſſez ſouvent que le courant des eaux dans un même endroit d'une Riviere varie plus ou moins, c'eſt-à-dire, que la vîteſſe eſt tantôt plus grande & tantôt plus petite, principalement aux endroits où il y a peu de profondeur d'eau, & où le fond eſt plus raboteux; alors on voit l'élévation de l'eau dans le premier tuyau tantôt plus grande, tantôt plus petite, & dans des balancemens preſque continuels. Il faut dans ce cas prendre le milieu entre ces balancemens, ou entre la plus grande & la moindre élévation, pour avoir la vîteſſe moyenne.

Les vagues cauſées par le vent occaſionnent auſſi de ces balancemens, c'eſt pourquoi il faut éviter de faire ces expériences lorſqu'il fait beaucoup de vent.

On pourra faire par le moyen de cette Machine un grand nombre d'obſervations ſur les eaux courantes, utiles & curieuſes; pour connoitre, par exemple, la vîteſſe moyenne du total des eaux d'une Riviere; pour ſavoir ſi les augmentations de vîteſſe ſont proportionnelles aux accroiſſemens des eaux, ou dans quel rapport; pour voir quelle eſt la relation entre les volumes d'eau & la quantité des frottemens, &c. Toutes ces expériences demandent du tems: nous en avons commencé quelques-unes, & nous nous pro-

poſons de les ſuivre. Nous en rapporterons ſeulement deux ou trois des principales, que nous avons faites ſous les Ponts de Paris.

Comme on peut faire au Pont-Royal très commodément des obſervations ſur les augmentations de vîteſſe des eaux de la Seine relatives à leurs accroiſſemens, à cauſe des diviſions qu'on a eu ſoin de marquer ſur les arriere-becs des deux premieres piles de chaque côté de la Riviere; j'ai été le 19 Août dernier au Pont-Royal: la Riviere étoit fort baſſe, ſa ſurface répondoit à 14 pouces au-deſſus du chiffre 4; je meſurai en même tems la vîteſſe de l'eau ſous la grande Arche avec ma machine, & je trouvai qu'elle n'avoit qu'un pied & demi de vîteſſe par ſeconde, tant à ſa ſurface qu'à 1, 2 & 3 pieds de profondeur. Il me parut ſingulier que l'eau fût plus lente ſous le Pont qu'au-deſſus & au-deſſous, mais j'en remarquai la cauſe ſur le champ, c'eſt que ſous le Pont ſa profondeur eſt beaucoup plus grande, qu'ainſi le volume d'eau qui y paſſe eſt réciproque à ſa vîteſſe.

Depuis le 19 Août juſqu'à la fin de Septembre la Riviere eſt reſtée à peu près dans le même état, mais enfin les pluyes du 25 au 30 la firent augmenter de 6 pouces; je trouvai ſon niveau à 8 pouces au-deſſus de la même marque ou du chiffre 4 dont je viens de parler; je trouvai enſuite la vîteſſe de l'eau ſous la grande Arche de 2 pieds par ſeconde, tant à ſa ſurface qu'à 4 pieds de profondeur.

La Riviere étant dans le même état que le

19 Août, je mesurai le 10 Septembre la vîtesse de l'eau sous la cinquieme Arche du Pont-Neuf, à compter du Quai de l'Ecole, je la trouvai à sa surface de 4 pieds 3 pouces, à un pied de profondeur de 4 pieds, à deux pieds de profondeur de 3 pieds 9 pouces, & à trois pieds de profondeur de 3 pieds 6 pouces.

Je pris en même tems la vîtesse de l'eau 30 toises au-dessus du Pont, & je trouvai 3 pieds de vîtesse à sa surface, 2 pieds 8 pouces à 1 pied de profondeur, 2 pied 6 pouces à 2 pieds de profondeur, & 2 pieds à 2 pieds & demi de profondeur.

J'ai fait de semblables expériences au Pont au Change, au Pont Notre-Dame & dans plusieurs autres endroits de la Riviere, mais je n'entre pas ici dans un plus grand détail: je dirai seulement en général que j'ai presque toujours trouvé que la vîtesse de l'eau alloit en diminuant vers le fond. Il y a même des endroits où l'eau est presque dormante vers le fond, sur-tout aux endroits où l'eau est fort rapide à la surface, & où il y a peu de profondeur.

Il n'y a personne qui avec une legere connoissance de la théorie du mouvement des eaux ne conçoive sur le champ l'effet de cette Machine; car, suivant les premiers principes de cette Science, on doit considerer la vîtesse des eaux courantes comme une vîtesse acquise par leurs chutes d'une certaine hauteur, & que si l'eau se meut de bas en haut avec une vîtesse toute acquise, elle montera précisément à la même hauteur, ou

à une hauteur égale à celle de la chute, d'où elle auroit dû tomber pour acquérir cette vîteſſe.

De plus, la force de l'impulſion de l'eau par ſa vîteſſe eſt toujours égale au poids d'un ſolide d'eau qui auroit pour baſe la ſurface choquée, & pour hauteur celle d'où l'eau auroit dû tomber pour acquérir cette vîteſſe. Donc l'eau doit monter dans le Tuyau de notre Machine par la force d'un courant, préciſément à la hauteur d'où elle auroit dû tomber pour former ce courant.

Pour ſavoir maintenant la quantité de vîteſſe des eaux courantes relative à leur aſcenſion dans le Tuyau recourbé de la Machine, il faut ſe rappeller le principe fondamental de preſque toute la théorie du mouvement des eaux, qui eſt, que les vîteſſes des eaux ſont en raiſon ſouſdoublée de la hauteur de leur chute. M. Varignon a eu le premier la gloire de démontrer ce principe, ſans aucune ſuppoſition que celle des loix les plus ſimples & les plus inconteſtables du mouvement.

Mais les élévations ou aſcenſions de l'eau dans notre Tube étant égales aux chutes, il s'enſuit que les vîteſſes des courans ſeront en raiſon ſouſdoublée des élévations de l'eau, & que par conſéquent les élévations ſont en raiſon doublée, ou comme les quarrés des vîteſſes.

Il eſt heureux pour l'exactitude & la préciſion avec laquelle on connoitra par cette Machine la juſte quantité des vîteſſes des courans, que les élévations de l'eau ſoient entre elles

elles comme les quarrés des vîteſſes; car, par exemple, une vîteſſe double ſera élever l'eau dans le Tube à une hauteur quatre fois plus grande, une vîteſſe triple la ſera élever à une hauteur neuf fois plus grande, &c.

Une chute ou une élévation de l'eau étant connue ou donnée, pour avoir ſa vîteſſe en pieds par ſeconde, il faut obſerver d'abord que de même qu'un corps en tombant parcourt un eſpace de 14 pieds dans la premiere ſeconde de ſa chute, & que ſi ce même corps ſe meut avec la vîteſſe toute acquiſe à la fin de la premiere ſeconde de ſa chute, il parcourra d'une vîteſſe uniforme un eſpace de 28 pieds par ſeconde, de même auſſi l'eau ſort par une ouverture faite au bas d'un réſervoir de 14 pieds de hauteur avec une vîteſſe de 28 pieds par ſeconde; d'où il ſuit que la chute ou l'élévation de l'eau étant connue, pour avoir ſa vîteſſe en pieds par ſeconde, on dira, ſuivant le principe, Comme la racine quarrée de 14 eſt à 28, ainſi la racine quarrée de la hauteur donnée ſera à la vîteſſe qu'on cherche. Si au contraire la vîteſſe eſt donnée, & qu'on veuille trouver la hauteur, on dira, Comme 28 eſt à la racine quarrée de 14, ainſi la vîteſſe donnée ſera à la racine quarrée de la hauteur qu'on cherche; ou bien Comme le quarré de 28 eſt à 14, ainſi le quarré de la vîteſſe donnée ſera à la hauteur qu'on cherche. C'eſt par cette méthode que nous avons calculé la Table ſuivante de toutes les chutes ou élévations de l'eau, correſpondantes à toutes les

vîteſſes en pieds par ſeconde de tems de pouces en pouces depuis un pouce juſqu'à 12 pieds de vîteſſe, & nous avons dreſſé la Règle des vîteſſes de la Machine par le moyen de cette Table.

L'idée de cette Machine eſt ſi ſimple & ſi naturelle, que dès qu'elle me fut venue, je courus ſur le champ à la Riviere pour en faire un premier eſſai avec un Tube de verre ſimple, & l'effet répondit parfaitement à mon attente. Après ce premier eſſai, je ne pouvois pas m'imaginer qu'une choſe auſſi ſimple, & en même tems très utile, eût pu échapper à tant d'habiles gens qui ont écrit & travaillé ſur le mouvement des eaux. J'ai fait depuis toutes les recherches qu'il m'a été poſſible dans les Traités que j'ai pu trouver ſur les Hydrauliques & le mouvement des eaux, pour voir ſi abſolument perſonne n'en avoit parlé, & ſi mon idée étoit nouvelle.

L'application de cette idée pour connoître le ſillage des Vaiſſeaux m'eſt venue dans le moment même que j'en avois fait la premiere expérience ſur la Riviere: & en effet, cette application importante étoit trop naturelle pour qu'elle ne ſe préſentât pas d'elle-même; & avant que de préſenter ma Machine à l'Académie, j'avois ſouvent médité aux moyens d'en rendre les applications commodes pour la Mer, & capables de ſauver toutes les irrégularités qui pourroient ſurvenir, ſoit de la part des differens mouvemens du Vaiſſeau, ſoit de celle des vagues.

Voici, au moins juſqu'à préſent, la meilleure

leure méthode que je crois qu'on peut ſuivre.

On placera dans le milieu du Vaiſſeau, ſoit ſous le maitre bau, ou enfin le plus près de ſon centre de balancement, deux tuyaux de métal, ſoit de cuivre, d'étain ou de plomb, de 3 ou 4 lignes de diametre. Ces tuyaux doivent ſe toucher, leurs bouts inférieurs doivent pénétrer juſqu'à l'eau au-deſſous du Vaiſſeau, ce qui ſe peut faire, ſans le moindre riſque de la part des trous néceſſaires pour le paſſage des tuyaux, à cauſe de leur petiteſſe : leur longueur viendra depuis le fond du Vaiſſeau juſqu'à environ 4 ou 5 pieds au-deſſus du niveau de l'eau de la Mer, ou de la ligne de l'eau du Vaiſſeau. Le bout inférieur d'un des tuyaux ſera recourbé à angle droit, & en entonnoir, comme à notre Machine, & ſon ouverture ſera tournée dans la direction de la quille, vis-à-vis la proue; enfin on refendra les deux tuyaux depuis environ un pied au-deſſus de la ligne de l'eau juſqu'à leur bout ſupérieur, pour enchâſſer dans chacun un tube de verre de 5 à 6 pieds de long; ces tuyaux de verre ſeront bien arrêtés & maſtiqués dans ceux de métal, de façon qu'on puiſſe voir aiſément l'endroit où l'eau s'élevera dans chacun. Cela fait, il eſt évident que lorſque le Vaiſſeau ſera arrêté, l'eau ſera à la même hauteur dans les deux Tuyaux; mais dès que le Vaiſſeau fera route, le Tuyau recourbé ſera dans le même cas que celui de notre Machine dans une eau courante, ainſi l'eau s'élevera dans le Tuyau, & ſa hauteur au-deſſus de celle de

l'autre Tuyau marquera la vîteſſe ou le ſillage du Vaiſſeau avec beaucoup de juſteſſe, car les moindres augmentations & diminutions de vîteſſe du Vaiſſeau ſe feront connoitre par des differences très marquées des élévations de l'eau dans le Tuyau.

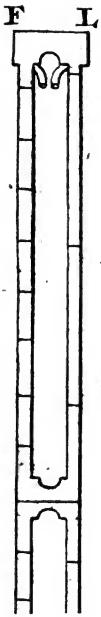
Par exemple, lorſque le Vaiſſeau fera trois lieues par heure, l'eau s'élevera dans le Tuyau d'environ 41 pouces; & lorſqu'il ne fera que deux lieues & demie par heure, l'eau s'élevera de près de 31 pouces. En général, on prendra la hauteur de l'eau dans le Tuyau en pouces & lignes par le moyen d'une Règle, comme à notre Machine; avec cette hauteur, on trouvera dans la Table la vîteſſe du Vaiſſeau en pieds & pouces par ſeconde, & chaque pouce de vîteſſe donne 50 toiſes de chemin par heure.

On pourra même, ſi l'on veut, marquer ſur la Règle le nombre des toiſes par heure & par minute de chemin du Vaiſſeau, correſpondantes aux aſcenſions de l'eau dans le Tube; & enfin on réduira les toiſes de chemin en lieues ſuivant la longueur de la lieue marine qui eſt de 2855 toiſes, ou de 20 au degré.

Pour faire une expérience qui eût rapport au ſillage des Vaiſſeaux, je me fis remonter dans un petit Bateau à la voile ſur la Seine entre Poiſſy & le confluent de l'Oiſe: le vent étoit aſſez fort & les vagues fort groſſes pour la Seine. L'eau monta dans le Tuyau recourbé de la Machine depuis 18 juſqu'à 24 pouces, ainſi la vîteſſe reſpective qui étoit égale à la ſomme de celle du Bateau en montant,

Vitesse de l'Eau.		Hauteur des Chutes.			
Pieds.	Pouces.	Pieds.	Pouc.	Lign.	Points.
6	1	...	7	11	1 $\frac{13}{14}$
6	2	...	8	1	7 $\frac{3}{7}$
6	3	...	8	4	5 $\frac{5}{14}$
6	4	...	8	7	1 $\frac{5}{7}$
6	5	...	8	9	10 $\frac{1}{2}$
6	6	...	9	0	7 $\frac{5}{7}$
6	7	...	9	3	5 $\frac{5}{14}$
6	8	...	9	6	3 $\frac{3}{7}$
6	9	...	9	9	1 $\frac{13}{14}$
6	10	...	10	0	0 $\frac{6}{7}$
6	11	...	10	3	0 $\frac{13}{14}$
7	0	...	10	6	0
7	1	...	10	9	0 $\frac{3}{14}$
7	2	...	11	0	0 $\frac{6}{7}$
7	3	...	11	3	1 $\frac{13}{14}$
7	4	...	11	6	3 $\frac{3}{7}$
7	5	...	11	9	5 $\frac{5}{14}$
7	6	1	0	0	7 $\frac{5}{7}$
7	7	1	0	3	10 $\frac{1}{2}$
7	8	1	0	7	1 $\frac{5}{7}$
7	9	1	0	10	5 $\frac{5}{14}$
7	10	1	1	1	9 $\frac{3}{7}$
7	11	1	1	5	1 $\frac{13}{14}$
8	0	1	1	8	6 $\frac{6}{7}$
8	1	1	2	0	0 $\frac{3}{14}$
8	2	1	2	3	6
8	3	1	2	7	0 $\frac{3}{14}$
8	4	1	2	10	6 $\frac{6}{7}$
8	5	1	3	2	1 $\frac{13}{14}$
8	6	1	3	5	9 $\frac{13}{14}$
8	7	1	3	9	5 $\frac{5}{14}$
8	8	1	4	1	1 $\frac{5}{7}$
[illegible]	9	1	4	3	10 $\frac{1}{2}$
[illegible]	10	1	4	8	7 $\frac{10}{14}$

TESSE L'EAU.		HAUTEUR DES CHUTES.			
s.	Pouces.	Pieds.	Pouc.	Lign.	Points.
)	1	1	5	8	1 $\frac{13}{14}$
)	2	1	6	0	0 $\frac{6}{7}$
)	3	1	6	4	0 $\frac{3}{14}$
)	4	1	6	8	0
)	5	1	7	0	0 $\frac{3}{14}$
)	6	1	7	4	0 $\frac{6}{7}$
)	7	1	7	8	1 $\frac{13}{14}$
)	8	1	8	4	3 $\frac{3}{14}$
)	9	1	8	4	5 $\frac{5}{14}$
)	10	1	8	8	7 $\frac{5}{7}$
)	11	1	9	0	10 $\frac{1}{2}$
)	0	1	9	5	1 $\frac{5}{7}$
)	1	1	9	9	5 $\frac{5}{14}$
)	2	1	10	1	9 $\frac{3}{7}$
)	3	1	10	6	1 $\frac{13}{14}$
)	4	1	10	10	6 $\frac{6}{7}$
)	5	1	11	3	0 $\frac{3}{14}$
)	6	1	11	6	8
)	7	2	0	0	0 $\frac{3}{14}$
)	8	2	0	4	6 $\frac{6}{7}$
)	9	2	0	9	1 $\frac{13}{14}$
)	10	2	1	1	9 $\frac{3}{14}$
)	11	2	1	6	5 $\frac{5}{14}$
1	0	2	2	2	8 $\frac{4}{7}$
1	1	2	2	3	10 $\frac{1}{2}$
1	2	2	2	8	7 $\frac{5}{7}$
1	3	2	3	1	5 $\frac{5}{14}$
1	4	2	3	6	3 $\frac{5}{14}$
1	5	2	3	11	1 $\frac{13}{14}$
1	6	2	4	4	0 $\frac{6}{7}$
1	7	2	4	9	0 $\frac{3}{14}$
1		2	5	2	0
			5	7	0 $\frac{3}{14}$
			6	0	0 $\frac{6}{7}$


F
L

tant, & de celle de la Riviere en descendant, fut depuis 9 pieds 2 pouces jusqu'à 10 pieds 7 pouces par seconde; cette difference provenoit de ce que nous passions dans des endroits plus ou moins à l'abri du vent. J'observai aussi que le Bateau nous avoit remonté d'environ 2300 toises en 30 minutes; & comme les eaux, quoique retenues par le vent, pouvoient faire alors 2 pieds & demi par seconde, ce qui donne 750 toises en 30 minutes, il s'ensuit que le chemin ou le sillage du Bateau auroit été sans le courant de la Riviere de 3050 toises en 30 minutes, ou de 6100 toises par heure, ce qui donne 10 pieds 2 pouces par seconde: cette vîtesse est à peu près moyenne entre celle de 9 pieds 2 pouces & 10 pieds 7 pouces trouvée par la Machine.

CONSTRUCTION D'UNE NOUVELLE BOUSSOLE,

Dont l'Aiguille donne par une ſeule & même opération, l'Inclinaiſon & la Déclinaiſon de l'Aimant, avec plus de préciſion, & plus de facilité, que ne ſont les Inſtrumens employés juſqu'à préſent.

Par M. BUACHE.*

ON ſait aujourd'hui que l'Aiguille aimantée n'eſt preſque jamais exactement dirigée vers les Poles du Monde, & qu'elle forme preſque toujours un angle avec la ligne méridienne. On ſait encore que la quantité de cet angle n'eſt fixe dans aucun endroit de la Terre, & que l'Aiguille aimantée eſt dans une eſpece de balancement perpétuel, par lequel elle s'écarte de la ligne méridienne, tantôt vers l'Eſt, tantôt vers l'Oueſt, d'un certain nombre de degrés plus ou moins grand, ſuivant les differens endroits de la Terre. L'on n'a, je crois, aucune obſervation qui puiſſe faire croire qu'il ait été de plus de 15 degrés à Paris, en d'autres endroits il va juſqu'à 25, & même juſqu'à plus de 30 degrés. L'Aiguille de la Bouſſole parcourt ainſi continuellement un arc de l'horizon

* 23 Avril 1732.

zon, de 30, de 50, ou même de plus de 60 degrés, pris de l'Eſt à l'Oueſt, & diviſé en deux parties égales, par le Pole du Monde, ou du mouvement diurne.

Lorſque l'on commença à s'appercevoir de ce phénomene, ou de la déclinaiſon de l'Aiguille aimantée, on remarqua quelques endroits de la Terre où cette Aiguille ſe dirigeoit exactement vers le Pole. On crut d'abord que la cauſe de cette direction de l'Aiguille étant conſtante, la connoiſſance de ſa ſituation, par rapport à la ligne méridienne, dans les differens endroits de la Terre, pourroit donner celle des Longitudes. On avoit remarqué entre les lieux où l'Aiguille n'avoit point de déclinaiſon, que ſon éloignement du Pole vers l'Eſt ou vers l'Oueſt, ſuivoit une certaine progreſſion, & l'on crut que ce rapport demeureroit toujours le même.

De nouvelles obſervations montrerent que l'on s'étoit trompé, & que la ſituation de l'Aiguille aimantée, ou de ſa ligne de direction, repréſentée par cette Aiguille, changeoit perpétuellement par rapport aux Méridiens du Monde. On s'apperçut que dans les lieux où l'on n'avoit trouvé aucune déclinaiſon, on en remarquoit au bout de quelques années, & que dans ceux où l'on avoit obſervé une variation d'une certaine quantité, cette quantité augmentoit ou diminuoit.

Par-là, on reconnut que le retour du même angle ou de la direction de l'Aiguille avec le Méridien, ne ſe devoit faire qu'au bout d'un

d'un certain nombre d'années, & qu'ainſi il ſeroit très important de s'aſſurer du tems de ce retour périodique, parce que ſi ce tems étoit une fois bien connu, on pourroit ſe ſervir des anciennes obſervations de la déclinaiſon de l'Aiguille, pour déterminer la longitude avec preſque autant de certitude, que ſi cette déclinaiſon étoit fixe.

L'utilité, dont l'exécution de ce projet ſeroit dans la Navigation, a engagé de très habiles gens à s'y appliquer. Mais peut-être, comme l'a remarqué feu M. Deliſle, mon beau-pere, ſe ſont-ils un peu trop hâtés de former des ſyſtêmes généraux ſur la ſituation des prétendus Méridiens magnétiques de notre globe, & ſur le mouvement de ces Méridiens autour des Poles du mouvement diurne.

M. Deliſle, qui a beaucoup travaillé ſur cette matiere, & qui a même propoſé autrefois à la Compagnie les vues générales qu'il avoit ſur ce ſujet, a laiſſé dans ſes papiers un recueil de plus de huit à dix mille obſervations de la déclinaiſon de l'Aiguille aimantée, qu'il a tirées de differens Auteurs. Cette collection immenſe, en comparaiſon de celle du P. Riccioli, qui ne contient que quatre cens obſervations ou environ, remonte quarante-ſix ans avant la plus ancienne de celles que M. Halley a publiées, c'eſt-à-dire, juſqu'à l'an 1534. On en trouve, à la vérité, une de l'an 1269, publiée par M. Thevenot, Garde de la Bibliotheque du Roi, dans un recueil de divers morceaux de Géographie & de Phyſique; mais juſqu'à ce que les

les circonſtances du lieu & du tems de cette obſervation ſoient un peu mieux connues, on ne peut en faire uſage.

M. Deliſle avoit réſolu de faire par lui-même une ſuite d'obſervations exactes ſur la variation de l'Aiguille aimantée; je ſuis perſuadé que ce travail lui faiſant connoitre les erreurs & les mépriſes dans leſquelles les Voyageurs & les Navigateurs peuvent tomber, en obſervant la déclinaiſon, faute de prendre certaines précautions, l'auroit mis mieux en état de comparer les diverſes obſervations entre elles, de voir celles qu'il falloit préférer, lorſqu'il s'en trouvoit de contraires, & par-là d'établir ſur la comparaiſon de toutes les obſervations qu'il avoit raſſemblées, des principes plus aſſurés & plus capables de nous conduire un jour à la connoiſſance du ſyſtême général des variations, s'il eſt poſſible d'y parvenir. La mort qui l'a enlevé dans un âge peu avancé, ne lui ayant pas permis de pouſſer aſſez loin l'exécution de ce projet, j'ai cru devoir m'y appliquer ſérieuſement pour remplir ſes vues, & pour répondre à l'honneur que j'ai d'occuper ſa place dans l'Académie.

Je compte, Meſſieurs, vous mettre ſous les yeux, le réſultat de ſon immenſe collection, dans une ſuite chronologique de Cartes réduites qui repréſenteront pour chaque époque, le rapport des differentes lignes de direction magnétiques obſervées, ou l'angle qu'elles forment avec les Méridiens du Monde, afin que l'on puiſſe appercevoir d'un coup d'œil, la difference qui ſe trouve entre

ces

ces differentes lignes, dans une même année, & celle qui ſe trouve entre les mêmes lignes, après un certain nombre d'années.

Avant que de m'engager à ce travail qui demande du tems, j'ai cru devoir examiner la maniere dont on obſerve la variation. Cet examen m'ayant fait appercevoir l'imperfection des inſtrumens que l'on employe pour ces obſervations, j'ai cherché le moyen d'y remédier, & je crois l'avoir trouvé, par une Bouſſole d'une conſtruction ſimple & facile qui donnera par une ſeule opération, non-ſeulement la quantité de la variation de l'Aiguille aimantée, mais encore celle de l'inclinaiſon de cette Aiguille.

On ſait que l'Aiguille de la Bouſſole qui étoit parfaitement de niveau, & parallele à la tangente du globe terreſtre, avant que d'être aimantée, ceſſe de l'être, après avoir été touchée par la Pierre d'Aimant. Le cours de la matiere magnétique qui commence alors à circuler autour de cette Aiguille, fait incliner une de ſes pointes vers la Terre. Il ſemble très probable que la cauſe de cette inclinaiſon étant la même que celle de la direction magnétique, les changemens qui arrivent à celle-ci doivent auſſi influer ſur l'autre; mais ce n'eſt encore là qu'une conjecture qui a beſoin d'être fondée ſur des expériences, & la conſtruction de toutes les Bouſſoles ordinaires, les rend incapables de ſervir à obſerver l'inclinaiſon: car les Aiguilles de ces Bouſſoles poſées ſur un pivot qui entre dans une chape, ſont chargées inéga-

le-

lement à leurs extrémités; ce que l'on fait pour les obliger à le tenir de niveau, & par conſéquent pour les empêcher de marquer l'inclinaiſon.

Le R. P. Feuillée paroit être un de ceux qui s'eſt appliqué plus ſérieuſement à obſerver la quantité de l'inclinaiſon, & il en a publié pluſieurs obſervations dans ſes Relations; mais comme il employoit un autre inſtrument que la Bouſſole, & que cet inſtrument avoit une Aiguille differente, on peut, malgré ſon exactitude à obſerver, avoir quelque doute ſi ſon obſervation donne le vrai rapport qui eſt entre la variation & l'inclinaiſon de l'Aiguille aimantée. Car outre l'embarras de la ſeconde opération, & la difficulté de mettre le ſecond inſtrument, préciſément dans le plan vertical de la ligne de direction magnétique de la Bouſſole; on n'eſt pas toujours ſûr que les deux Aiguilles ayent exactement la même direction. On ſait que, ſoit la difference de la matiere des Aiguilles, ſoit la differente maniere de les appliquer à la Pierre d'Aimant, ſoit même la difference des Pierres; il eſt aſſez rare de trouver deux Aiguilles aimantées qui donnent exactement la même quantité préciſe de variation. Ainſi j'ai cru qu'il falloit chercher une conſtruction de Bouſſole, par laquelle une ſeule & même Aiguille pût donner en même tems l'inclinaiſon & la déclinaiſon. Cette Bouſſole eſt celle qui eſt repréſentée dans la premiere Figure.

Le corps de cet Inſtrument * *A* eſt de figure quarrée, creuſé dans ſa partie du milieu en demi-ſphere concave. Cette demi-ſphere eſt traverſée par un axe *B* (*Fig.* 2.) poſé perpendiculairement d'une maniere très fixe. L'extrémité ſupérieure, où la pointe de cet axe deſtiné à porter l'Aiguille *C*, ſe trouve placée au centre du cercle que forme la coupe horizontale de la demi-ſphere. J'ai diſpoſé ſur cette coupe horizontale, & concentriquement à la partie concave, un cercle d'yvoire *D*, *E*, ſur lequel j'ai tracé pluſieurs cercles auſſi concentriques, qui, par le moyen des tranſverſales, peuvent donner la quantité de la variation, non-ſeulement en degrés, mais même en minutes. La pointe de l'axe deſtiné à porter l'Aiguille étant placée au centre de cette demi-ſphere, ſi l'Aiguille eſt ſuſpendue librement, de maniere qu'elle puiſſe ſe lever & s'abbaiſſer, ſans trouver d'obſtacle de la part du pivot, la quantité de ſon inclinaiſon ſe trouvera marquée par la grandeur de l'arc compris dans la ſphere concave entre la pointe inférieure de l'Aiguille & le cercle horizontal. J'avois penſé d'abord à tracer ſur la partie inférieure de la demi-ſphere, des cercles concentriques qui euſſent montré la quantité de l'arc d'inclinaiſon de l'Aiguille; mais j'ai préféré un quart-de-cercle mobile, ſemblable à celui qui eſt repréſenté dans la Figure 2. par les lettres *F*, *G*. Ce quart-de-cercle tournant autour du pivot ou axe de la Bouſſole, a deux uſages. Le pre-

* Fig. 1.

premier, de mesurer l'angle d'inclinaison de l'Aiguille; & le second, de déterminer sur le cercle horizontal de la demi-sphere qu'il embrasse par une de ses extrémités, & qu'il traverse perpendiculairement, la quantité précise de la déclinaison de l'Aiguille, parce que le quart-de-cercle mobile se place facilement & exactement dans le plan vertical magnétique de l'Aiguille.

Dans la construction des Boussoles ordinaires de déclinaison (*Fig.* 3.), l'Aiguille est suspendue, de façon qu'elle peut à la vérité se mouvoir horizontalement en tout sens; mais si l'angle d'inclinaison est un peu grand, la chape de l'Aiguille s'applique à l'axe du pivot sur lequel elle est posée, & l'Aiguille ne peut plus baisser. Au contraire dans l'Instrument employé par le R. P. Feuillée (*Fig.* 4.), l'Aiguille engagée entre deux axes horizontaux & paralleles, peut, à la vérité, se balancer verticalement de bas en haut, & de haut en bas; mais les deux branches de l'axe dans lesquelles sont les tourillons de l'Aiguille s'opposant à son mouvement horizontal, il faut avoir déterminé la direction de l'Aiguille, par une opération précédente, & s'assurer que l'on place l'Aiguille dans le plan de cette direction magnétique, comme il paroit par la disposition de l'anneau d'inclinaison (*Fig.* 4.) placé verticalement dans le plan *H*, *I*, *L*, *M*, de la déclinaison *N*, *O*, & au-dessus du tourillon de l'Aiguille de la Boussole ordinaire (*Fig.* 3.)

J'ai cherché une construction d'Aiguille qui, réunissant les avantages de ces deux suspen-

ſions, évitât cependant les inconvéniens de l'une & de l'autre, c'eſt-à-dire, qui permît également à l'Aiguille de ſe mouvoir horizontalement & verticalement.

Pour cela, j'ai percé l'Aiguille *C* dans ſon milieu, de maniere qu'elle laiſſât un libre paſſage à la chape *P*, comme on le voit aux Figures 5 & 6. J'ai ajouté aux deux côtés de l'Aiguille, deux aiſſieux *Q*, *R*, ou tourillons, qui, poſant ſur les deux branches *S*, *T*, de la chape, entrainent cette chape avec eux, & l'obligent de ſuivre le mouvement horizontal de l'Aiguille, tandis que tournant verticalement ſans aucun obſtacle, ſur ces mêmes branches, ils permettent à l'Aiguille de ſuivre l'inclinaiſon que lui donne le cours de la matiere magnétique. L'ouverture qui eſt au milieu de l'Aiguille, empêche qu'elle ne puiſſe rencontrer la chape.

La difficulté de s'aſſurer que le Fer qui ſe trouve ſi ſouvent mêlé avec le Cuivre, n'a aucune part à la déclinaiſon ou à l'inclinaiſon de l'Aiguille, m'a fait choiſir le bois, pour en compoſer le corps de la Bouſſole, & l'yvoire pour en former les cercles, auſſi-bien que l'axe, dont l'extrémité qui porte la chape, eſt de fer. L'on peut y ſubſtituer le cuivre, pour éviter toujours le fer, autant qu'il eſt poſſible. A l'égard de cette chape, on pourroit en faire le corps de cryſtal; mais comme elle ſe trouve au centre de l'Aiguille, le peu de fer qui peut ſe trouver dans le cuivre dont elle eſt compoſée, ne ſauroit produire d'effet ſenſible, & ſi c'eſt un inconvénient, il eſt commun à toutes les Bouſſoles.

On

On pourroit auſſi ſubſtituer le Marbre & l'Argent aux matieres que j'ai employées dans le modele que j'ai fait exécuter, & cela afin d'éviter les changemens que l'action de l'air peut produire ſur le bois & ſur l'yvoire. L'inſpection du modele, ou de la figure générale, fera comprendre les précautions que j'ai priſes dans la conſtruction du pied de cette Bouſſole, afin de la pouvoir placer facilement dans le plan du Méridien, & pour mettre le cercle horizontal de niveau.

Je ne m'étendrai pas ſur les differens uſages dont pourroit être cette Bouſſole, & ſur la facilité qu'il y auroit de la ſubſtituer aux Bouſſoles marines ordinaires. La ſeule inſpection de la Figure 7, fait ſentir l'idée de ce que je me propoſe de détailler dans une autre occaſion: Et la Figure 8, eſt une repréſentation particuliere de la chape ſur ſon pivot, pour faire comprendre aiſément les moyens dont je me ſers, pour éviter que l'Aiguille ne quitte ſa chape, comme la chape ſon pivot. Je me ſuis propoſé ſeulement d'indiquer cette nouvelle conſtruction, me réſervant à vous rendre compte dans un autre tems, des obſervations que j'ai déja faites, & de celles que je compte faire encore ſur la déclinaiſon & ſur l'inclinaiſon, tant avec l'Aiguille que je viens de décrire, qu'avec d'autres Aiguilles d'une conſtruction differente, plus propres encore à nous faire connoitre les changemens qui peuvent arriver à l'inclinaiſon & à la déclinaiſon, par rapport aux differentes figures des Aiguilles.

Je me contenterai de remarquer qu'en ge-

néral, j'ai trouvé la déclinaiſon moins grande dans ma nouvelle Bouſſole, qu'elle n'eſt dans les Bouſſoles ordinaires : cette difference vient-elle de la ſuſpenſion plus libre & plus dégagée de mes Aiguilles, & de ce qu'étant d'une égale épaiſſeur dans toute leur longueur, elles reçoivent une autre impreſſion du torrent de matiere magnétique qui les dirige ? c'eſt ce que ne font pas les Aiguilles ordinaires, dont l'épaiſſeur n'eſt pas la même dans les deux parties ſéparées par la chape. Je compte examiner ceci, en répétant les expériences, & en les variant de toutes les façons poſſibles, pour me bien aſſurer du fait, avant que d'en rien conclurre ; car on ne ſauroit trop ſe tenir en garde contre les ſyſtêmes précipités.

MANIERE

De trouver des Courbes algébriques & rectifiables ſur la ſurface d'un Cone.

Par M. CLAIRAUT.

A L'occaſion du Problême où il s'agit de trouver des courbes algébriques & rectifiables ſur une ſphere, dont on a pluſieurs Solutions dans ce Volume, je me propoſai d'en trouver ſur quelque autre ſurface courbe, par exemple, ſur celle d'un cone ordinaire. Voici quelques méthodes aſſez faciles pour réſoudre ce Problême.

Je

F
Zone
E
Nord
du Monde

Je prends l'Equation la plus ſimple d'un cone qui eſt $xx = nyz$, & je cherche une courbe de projection ſur le plan de la baſe, telle que le quarré de l'élément de ſa rectification, plus le quarré de la difference de z, faſſe le quarré d'une differentielle intégrable, parce qu'alors on a $\sqrt{(dx^2 + dy^2 + dz^2)}$ qui eſt l'élément de la rectification des courbes à double courbure, égale à une quantité qui s'integre.

Par exemple, pour l'Equation de la courbe de projection ſur le plan de la baſe, je prends $axx = y^3$, qui donne pour l'élément de ſa rectification $dy\sqrt{(\frac{9y}{4a} + 1)}$, & qui étant ſubſtituée dans l'Equation $xx = nyz$ donne $\frac{y^3}{a} = nyz$, ou bien $z = \frac{yy}{na}$, & par conſéquent $dz = \frac{2ydy}{na}$, & $dz^2 = \frac{4yydy^2}{nnaa}$. D'où l'on a $\sqrt{(dx^2 + dy^2 + dz^2)} = dy\sqrt{\frac{9y}{4a} + 1 + \frac{4yy}{nnaa}}$. Pour que cette quantité ſoit intégrable, je done à n une valeur, telle que la quantité qui eſt ſous le ſigne radical ſoit un quarré, c'eſt-à-dire, que je la fais $= \frac{16}{9}$, car l'élément devient alors $dy\sqrt{(\frac{2}{3}y + 1)}$ qui eſt intégrable.

On n'a par cette méthode qu'un ſeul cone, même oblique, ſur lequel on trouve une courbe algébrique & rectifiable; voici encore une façon de trouver de ces courbes ſur

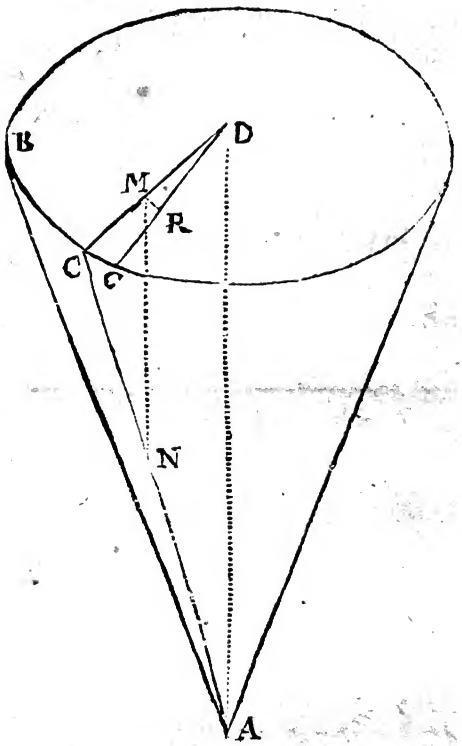
une infinité de cones, parmi leſquels il y en a de droits & d'obliques.

Je prends l'Equation du cone $xx = nyz + ryy$, & la même courbe de projection $axx = y^3$, d'où l'on a $dx^2 + dy^2 = \frac{\frac{9}{4}ydy^2 + ady^2}{a}$, $z = \frac{yy}{an} - \frac{ry}{n}$, $dz = \frac{2ydy}{na} - \frac{rdy}{n}$, $dz^2 = \frac{4yydy^2}{nnaa} - \frac{4rydy^2}{naa} + \frac{r^2dy^2}{nn}$, & ainſi $V(dx^2 + dy^2 + dz^2) = dy\,V(\frac{9}{4}y + 1 + \frac{4yy}{nnaa})$ qui ſera intégrable, $-\frac{4r}{na} + \frac{rr}{nn}$ en donnant à n une valeur telle, que la quantité qui eſt ſous le ſigne radical, ſoit un quarré.

Je n'ai pas eſſayé de me ſervir d'autres courbes de projection, ce qui ſeroit cependant bien facile, à cauſe de la ſimplicité des Equations des cones, & il y a grande apparence qu'on trouveroit de cette maniere beaucoup d'autres courbes algébriques & rectifiables.

On en peut trouver fort aiſément, ſans aucun calcul, ſur la ſurface d'une infinité de cones droits, pourvu que le rapport du côté du cone au rayon de ſa baſe, ſoit de nombre à nombre. Pour cela, on déployera la ſurface du cone, de façon qu'elle devienne un ſecteur, & on décrira ſur ce ſecteur, une courbe algébrique & rectifiable, ou même une ligne droite; on reployera enſuite ſur la ſurface du cone, le ſecteur qui l'avoit déja envelopé, & la courbe algébrique & rectifiable

fiable qui n'étoit que plane deviendra à double courbure, & ſera décrite ſur la ſurface du cone.



Je vais donner préſentement une méthode qui s'étend à tous les cones droits. Que *B C A* ſoit un de ces cones, dont *B C D* ſoit le cercle de la baſe, *A* le ſommet, *D A* l'axe, *D C A* un triangle quelconque par l'axe, *N* un des points de la courbe cherchée, & *M*

celui de sa courbe de projection qui y répond: en nommant BC, x; DM, y; CD, r; Cc, dx; on aura $MR = \frac{y\,dx}{r}$, & $\sqrt{(\frac{yy\,dx^2}{rr} + dy^2)}$ pour l'élément de la courbe de projection.

Présentement, si on nomme MN, z, & le rapport de CD à DA, m, ce qui donne $\frac{z}{m} + y = r$ pour l'Equation de la droite CA, ou même du cone, ou aura $dz = -m\,dy$, d'où l'élément de la rectification de la courbe à double courbure qui est $\sqrt{(\frac{yy\,dx^2}{rr} + dy^2 + dz^2)}$ deviendra $\sqrt{[\frac{yy\,dx^2}{rr} + (mm + 1)\,dy^2]}$.

Afin que cette expression appartienne à une courbe algébrique & rectifiable, il faut l'égaler à une quantité ou fonction differentielle qui soit intégrable, & qui donne une valeur de x réductible à un ou plusieurs arcs de cercles, dont les rayons ayent un rapport de nombre à nombre avec r. Pour cela, je fais $\sqrt{[\frac{yy\,dx^2}{rr} + dy^2\,(mm + 1)]} = \sqrt{(\frac{B\,y^2\,dy^2}{cc - yy})} = \frac{y\,dy\sqrt{B}}{\sqrt{(cc - yy)}}$, d'où l'on a $\frac{yy\,dx^2}{rr} = \frac{B\,yy\,dy^2 - (mm+1)\,cc\,dy^2 + (mm+1)\,y^2\,dy^2}{cc - yy}$, ou $dx = \frac{r\,dy\sqrt{[yy(B + mm + 1) - cc(mm+1)]}}{y\sqrt{(cc - yy)}}$ que l'on peut rapporter à deux arcs de cercles.

cles. Mrs. Bernoulli & de Maupertuis ont conſtruit une differentielle toute ſemblable, dans les Solutions qu'ils ont données du Problême des courbes algébriques & rectifiables ſur la ſphere, que l'on trouvera dans ce volume ; ainſi je ne m'y arrêterai pas davantage.

SECOND MEMOIRE

SUR LA MANIERE

D'ARRETER LES HEMORRAGIES,

CONTENANT

Deux Obſervations qui prouvent que le Sang s'arrête par un caillot.

Par M. PETIT.

L'HEMORRAGIE qui ſurvint à M. le Marquis de Rotelin vingt-un jours après lui avoir coupé la cuiſſe, me mit dans la néceſſité de faire un bandage ou machine propre à retenir le Sang *, & à procurer la conſolidation des vaiſſeaux qu'on eſt obligé de couper dans cette opération. Cette machine me réuſſit, j'oſe le dire, avec toute la facilité, la ſûreté & la promptitude que l'on pouvoit ſouhaiter dans un cas auſſi urgent que celui dont il s'agiſſoit.

La

* *Elle eſt décrite dans le premier Mémoire que j'ai donné ſur cette matiere. Année 1731.*

La cuiſſe, & par conſéquent l'artere crurale étoit coupée à quatre travérs de doigt du ventre. La ligature n'avoit point réuſſi. Les ſtiptiques, les eſcarotiques, & la compreſſion ordinaire avoient manqué deux fois; le malade périſſoit, & l'état du moignon ne permettoit pas qu'on fît de nouvelles tentatives de ligature, pour les raiſons qui ſont rapportées dans mon premier Mémoire.

Toutes ces circonſtances raſſemblées, repréſentent une ſituation bien triſte à tous égards.

Mais quoique le bandage ou la machine que la néceſſité m'inſpira, fût ma ſeule reſſource, je ne m'y ſerois peut-être pas fié autant que je le fis, ſi quelques mois auparavant, par une compreſſion preſque ſemblable, je ne m'étois tiré avantageuſement d'une ſituation beaucoup plus effrayante.

Le Sr. Seneuze, Marchand Libraire, ſur le quai des Auguſtins, après avoir été dix-huit mois ſans ſortir du lit, à cauſe d'une fracture compliquée des os de la jambe, conſulta pluſieurs Chirurgiens, qui conclurent qu'on ne pouvoit lui conſerver la vie, qu'en lui coupant cette partie: je lui fis cette opération en préſence de mes confreres, qui ne furent pas moins étonnés que moi, de voir que le tourniquet, ni la ligature ne pouvoient arrêter le ſang. Pour en reconnoître la cauſe, & y remédier, je n'avois qu'un inſtant.

La cauſe étoit l'oſſification totale de l'artere; le tourniquet ne pouvoit la comprimer; la ligature, quoique forte, n'en put

plier

plier les parois, & ſon canal reſtant le même, la colomne du ſang ſortoit avec tout ſon volume & toute ſon impétuoſité.

Le malade ſeroit mort entre mes mains, ſi j'avois été lent à délibérer ſur le parti que j'avois à prendre. J'eus recours à la compreſſion, j'appliquai ſur la bouche des vaiſſeaux, pluſieurs tampons de charpie, ſoutenus par des compreſſes graduées que j'élevai au-deſſus du niveau de la playe, pour que la forte compreſſion ſe fît ſur les vaiſſeaux, & que dans les parties d'alentour, moderément comprimées, la circulation pût ſe faire avec autant de facilité qu'il convient. Mais pour comble de malheurs, dix-huit mois d'inaction avoient occaſionné l'enchyloſe de l'articulation de la jambe avec la cuiſſe, de maniere que ne pouvant plier le genou, autant qu'il le faut pour que le moignon décrive un angle droit avec la cuiſſe, je n'eus point la facilité de paſſer les jets de bandes à plomb, & directement du genou au moignon, & du moignon au genou. On ſait que ces jets de bandes répétés aſſujettiſſent ſolidement l'appareil, & que la compreſſion peut même être moins forte, & plus utile, lorſqu'elle eſt faite ſuivant les lignes qui paſſent directement des differens points du moignon aux differens points du genou, ſur leſquels ces jets de bandes ſont appuyés & aſſujettis.

Quoique l'impoſſibilité de plier l'articulation, rendît la compreſſion difficile, j'y ſuppléai, en appliquant en forme d'étrier, le milieu d'une longue compreſſe ſur celles que j'avois déja placées ſur les vaiſſeaux; puis je

fis tirer fortement vers la hanche, les deux bouts de cette longue compreſſe. Par ce moyen, le ſang fut arrêté; & ſi, pour favoriſer l'effet des compreſſes, je ne pus paſſer mes jets de bandes préciſément par la ligne ſelon laquelle la compreſſion devoit ſe faire, j'en approchai cependant aſſez pour réuſſir. Lorſque tout l'appareil fut appliqué, je plaçai commodément le malade, je laiſſai près de lui deux Chirurgiens qui, pendant ſix heures, tantôt l'un, tantôt l'autre, tinrent les mains ſur l'appareil, pour le contenir. Ainſi malgré tant de circonſtances contraires à mon deſſein, l'hémorragie fut arrêtée ſans retour; ſi bien que le quatrieme jour, je levai tout l'appareil avec facilité, & il ne s'échappa aucune goutte de ſang. Si on demande par quelle cauſe le ſang de cette artere oſſeuſe a pu être arrêté, on ne pourra pas l'attribuer aux ſtiptiques, ni aux eſcarotiques, dont on ne s'eſt point ſervi. On ne dira pas que ce ſoit par l'approche ou l'approximation des parois de l'artere, puiſqu'elles étoient inflexibles. On ne dira pas non plus que les chairs qui ſe ſont formées & accrues dans les parois des vaiſſeaux, ou ſur leurs bords, en ont bouché la cavité; ni que les chairs des environs, en croiſſant & s'approchant, en ayent fait la clôture, puiſque le ſang a été arrêté d'abord, que depuis il n'a point coulé, & que les chairs ne commencent à ſe former que quelque tems après que la ſuppuration eſt bien établie. Donc c'eſt par le moyen du caillot, & non par celui des chairs, que le ſang a été arrêté.

Dans

Dans l'amputation de la jambe, on coupe quelquefois l'artere qui perce le tibia dans ſa partie poſtérieure ſupérieure, & qui fait ſouvent un pouce de chemin dans l'épaiſſeur, & ſuivant la longueur de l'os. Cette artere coupée dans ſon canal oſſeux, cauſe quelquefois une hémorragie qui inquiéte beaucoup ceux qui ignorent le paſſage de cette artere. J'en ai toujours arrêté le ſang avec facilité, par le moyen de quelques tampons de charpie appuyés ſur l'os, & ſoutenus par des compreſſes aſſez élevées pour avoir part à la compreſſion que fait le bandage.

Dans ces deux occaſions *, ſont-ce les chairs qui ont arrêté le ſang? Non, c'eſt le caillot, c'eſt lui qui dans ces deux cas, a retenu le ſang, non-ſeulement juſqu'à ce que les chairs ſe fuſſent ſuffiſamment accrues pour couvrir le vaiſſeau, car cela ne ſuffiſoit pas, mais juſqu'à ce que les chairs fuſſent aſſez ſolides pour réſiſter à l'impulſion du ſang.

Il eſt à remarquer que le caillot commence à ſe former, auſſi-tôt que le ſang eſt retenu dans ſon vaiſſeau; ſi bien que deux ou trois heures après, il eſt en état de retenir le ſang, comme on l'a vu dans d'autres occaſions, & preſque toutes les fois qu'on a été obligé de lever le premier appareil, peu de tems après l'avoir appliqué. Il n'en eſt pas de même de la régénération des chairs, qui ne commence qu'après que la ſuppuration eſt établie, & par conſéquent longtems après l'amputation.

Si

* De l'Artere oſſifiée, & de l'Artere cachée dans un canal oſſeux.

Si l'hémorragie s'arrête par un caillot, & s'il faut que les chairs se régénerent pour faire la réunion du vaisseau, le Chirurgien ne doit rien appliquer sur le moignon, qui ne favorise ces deux opérations de la Nature; car, si ce qu'il applique, est capable d'empêcher ou de retarder la coagulation du sang & la suppuration, le caillot ne se formera pas, & la régénération des chairs se fera avec trop de difficulté & de lenteur.

Suivant ces principes, on conçoit bien d'abord que ce qui détruit les chairs, comme font les escarotiques, les détruit sans nécessité, & en pure perte; & que si on réussit quelquefois par l'application de ces médicamens, ce n'est point parce qu'ils font escare, mais parce qu'ils coagulent le sang dans le vaisseau. De ce que je dis, on conclura que tout médicament qui ne fera que coaguler, sans bruler, doit être préféré aux escarotiques; & que s'il y en a qui puisse en même tems coaguler le sang, & rétrécir la bouche du vaisseau, sans bruler, celui-là sera préféré à celui qui ne fera que coaguler le sang, parce qu'il aura non-seulement l'avantage de former un caillot, mais aussi celui d'empêcher que le caillot ne sorte.

Ainsi les simples coagulans seront préférés aux escarotiques, & les stiptiques seront préférés aux deux autres. Ce que je dis est dans la supposition que l'on n'ait point d'autres moyens à employer que ces trois médicamens. Car je ne pense pas que les stiptiques, malgré leur double vertu, soient préférables ni à la ligature, ni sur-tout à la compres-

preſſion, telle que je l'ai pratiquée au Sr. Seneuze, & à M. le Marquis de Rotelin; car la diſpoſition dans laquelle ſe trouvent les chairs, les arteres & le ſang immédiatement après l'amputation, eſt la plus favorable qu'on puiſſe deſirer, ſoit pour la ſuppuration qui précède la régénération des chairs, ſoit pour l'union des bords des vaiſſeaux l'un à l'autre, de la façon que je l'ai expliqué dans mon premier Mémoire *, ſoit même pour la formation du caillot auquel je me fierai davantage, lorſque le ſang aura été coagulé par lui-même, que lorſque ſa coagulation aura été procurée par quelque médicament que ce ſoit. C'eſt ce que j'ai expérimenté, & ce que je prouverai par les obſervations ſuivantes.

Tout le monde convient que toutes les parties du ſang ne ſont pas ſuſceptibles de coagulation; il eſt cependant vrai que quand on tire du ſang dans une palette, il ſe coagule d'abord tout entier; mais lorſqu'on le laiſſe repoſer, on voit que la ſéroſité ſe ſépare du caillot, de la même maniere que le petit-lait ſe ſépare du lait caillé: la ſéroſité du ſang n'eſt donc point ſuſceptible de coagulation.

Les deux autres parties qui ſont la lymphatique & la globuleuſe, pour l'ordinaire, font enſemble un caillot qui nage dans la ſéroſité; & on pourroit croire que ces parties du Sang ſont toutes deux ſuſceptibles de coagulation, ſi nous n'avions pas obſervé pluſieurs fois au

* En 1731.

au fond des palettes, & ſur-tout à l'ouverture des cadavres, que la partie globuleuſe & la ſéroſité conſervent quelquefois leur fluidité, pendant que la partie lymphatique eſt ſeule coagulée.

Il eſt ordinaire qu'à l'ouverture des cadavres, on trouve le ſang coagulé dans le cœur & dans tous les vaiſſeaux, tant veines, qu'arteres; mais cette coagulation n'eſt pas toujours la même. Quelquefois la partie rouge & la lymphe exactement mêlées, forment un caillot rouge & aſſez ferme; d'autres fois ces deux ſubſtances, quoique coagulées, ſont preſque exactement diſtinctes, & forment un caillot de deux couleurs; mais attendu que la lymphe eſt plus légere, la moitié ſupérieure de ce caillot eſt blanche, & l'inférieure eſt d'un rouge-brun, ſuppoſant que le cadavre ſe ſoit refroidi dans la ſituation horizontale, comme cela arrive ordinairement.

Si l'on examine le baſſin dans lequel on vient de ſaigner du pied, on trouvera toutes les parties du ſang noyées dans l'eau chaude, & ſi l'on veut voir à l'inſtant quelle eſt la partie du ſang ſuſceptible de coagulation, on n'a qu'à jetter un pot d'eau froide dans le baſſin, & ſur le champ, on verra la partie blanche ſe ſéparer de la partie rouge, & s'élever ſur la ſurface de l'eau où elle forme des caillots très durs, pendant que la partie rouge demeure univerſellement & exactement mêlée avec l'eau, & ſans former aucuns caillots.

De ces expériences connues de tout le mon-

monde, on peut conclure que la partie blanche eſt non-ſeulement plus diſpoſée à la coagulation que la partie rouge, mais qu'elle eſt la ſeule qui ſe coagule, & que la partie rouge ne feroit point partie du caillot, ſans la partie blanche qui la retient. Les differens degrés de conſiſtence qu'on trouve dans les caillots en ſont une ſeconde preuve. En effet, le caillot de toute la maſſe exactement mêlée a quelque conſiſtence; mais lorſque la partie rouge & la partie blanche ſe ſont coagulées, pour ainſi dire, ſéparément, le caillot blanc eſt très dur, parce qu'il ne contient point de partie globuleuſe, & le rouge eſt d'autant plus mou qu'il contient peu de lymphe; de maniere que quand la partie globuleuſe & la ſéroſité reſtent fluides, & que la lymphe ſe coagule, le caillot eſt encore plus dur & plus blanc: ainſi les differens degrés de blancheur & de ſolidité des caillots dépendent du plus ou du moins de parties globuleuſes que la lymphe retient, en ſe coagulant. Le caillot de la ſeule lymphe eſt donc plus ferme, & par conſéquent plus durable que celui de la partie rouge & de la partie blanche mêlées enſemble; & il eſt donc plus avantageux que le caillot qui arrête le ſang, ſoit fait de la partie blanche ſeule, que s'il eſt fait de l'une & de l'autre mêlées enſemble.

La pratique de la Chirurgie eſt conforme à toutes ces expériences. Il eſt de certaines maladies dans leſquelles le ſang eſt plus diſpoſé à former un ſolide caillot, que dans d'autres, comme ſont toutes les maladies où la lymphe eſt épaiſſie; par exemple, ſi l'on fait

fait quelque opération à ceux qui ſont attaqués d'écrouelles, maladie où la lymphe eſt épaiſſie, on arrête le ſang avec facilité; & ce qu'il y a de particulier, mais que je n'entreprends pas d'expliquer aujourd'hui, c'eſt que lorſqu'on leur coupe quelque membre, ils en guériſſent preſque tous, & plus promptement que d'autres. J'ai obſervé la même choſe dans les opérations que j'ai faites à certains vérolés, & même à ceux qui étoient attaqués du ſcorbut au premier degré, lorsque le ſang n'eſt pas encore diſſout. Tous ces faits n'étonnent point, quand on ſait que les uns & les autres de ces malades ont la lymphe fort épaiſſe, & qu'elle ſe coagule avec facilité.

Il eſt plus difficile d'arrêter l'hémorragie à ceux à qui on coupe les membres dans le jour même qu'ils ont été bleſſés, qu'à ceux à qui on ne les coupe que quelques jours après; parce que dans ceux-ci, la lymphe eſt plus diſpoſée à la coagulation, que dans les autres, dont le ſang n'a point ſouffert d'altération.

Lorſqu'un membre gangréné eſt coupé dans la partie morte, il n'y a point d'hémorragie, parce que le ſang eſt caillé dans une grande étendue du vaiſſeau; & le caillot y eſt blanc & dur, par conſéquent lymphatique, comme on le prouve par les obſervations ſuivantes.

M. Martial Chirurgien-Major de l'Hôpital de Tournai, en 1694, coupa les deux jambes à une pauvre femme (elles étoient gangrénées), & il les lui coupa toutes deux dans

dans la partie morte; il n'y eut point d'hémorragie à l'amputation de la premiere jambe, & il n'y en auroit point eu à celle de la ſeconde, ſi, après avoir coupé, il n'avoit tiré un petit corps rond, dur & blanc, qu'il prenoit pour un bout de nerf ou de tendon, & qui ſe trouva être un caillot de 3 pouces de longueur. La colomne du ſang l'avoit pouſſé, & il ſortoit du vaiſſeau, de la longueur de 7 à 8 lignes. Alors l'artere d'où il fut tiré n'étant plus bouchée, le ſang jaillit, mais fut arrêté par les moyens ordinaires.

Nous avons pluſieurs exemples de membres amputés pour cauſe de gangrene *, à qui il n'y a point eu d'hémorragie, quoiqu'on ait amputé dans le vif, & même aſſez avant; parce que le cailloit ne ſe borne pas à la partie morte, il s'étend quelquefois fort avant dans la partie vivante, juſqu'où la diſpoſition inflammatoire s'étend. Car on remarquera que dans tous les cas dont on vient de parler, s'il n'y a pas toujours inflammation apparente, le ſang y eſt au moins très diſpoſé, & l'expérience nous montre tous les jours que l'hémorragie qui arrive aux opérations qu'on fait dans des cas d'inflammations eſt plus facile à arrêter, que celle qui arrive aux opérations qu'on fait à des perſonnes qui d'ailleurs ſont en ſanté.

De toutes ces obſervations, il réſulte que la lymphe eſt la ſeule partie du ſang ſuſceptible

* *Madame Huby. La Dame Trudaine, Religieuſe de Ste. Elizabeth.*

tible de coagulation, & que le caillot eſt plus ſolide, & par conſéquent plus convenable pour boucher le vaiſſeau, lorſqu'il eſt formé de la ſeule lymphe.

Il s'agit de prouver préſentement, que lorsque le ſang ſe coagule par lui-même, le caillot eſt plus convenable pour arrêter le ſang, ou, ce qui eſt la même choſe, que le caillot eſt plus lymphatique, quand le ſang ſe caille par lui-même, que lorſqu'on s'eſt ſervi de quelque médicament que ce ſoit.

Pendant que le ſang arrêté dans le vaiſſeau, conſerve ſa fluidité, la lymphe & la partie globuleuſe du ſang ſe ſéparent, comme il a été dit, parce que leurs differens degrés de peſanteur, obligent l'une de deſcendre, & l'autre de s'élever; & comme ni l'une, ni l'autre, ne circulent plus, elles perdent de leur fluidité peu à peu, & ſe coagulent chacune de leur côté.

Comme cette ſéparation ne ſe fait que pendant que le ſang eſt encore fluide, il eſt avantageux que cette fluidité ſubſiſte, au moins juſqu'à ce que la plus grande partie de la lymphe ait abandonné la partie globuleuſe. Car, s'il étoit poſſible que la fluidité ſe conſervât juſqu'à ce que toute la lymphe fût élevée au-deſſus de la partie globuleuſe; alors il n'y auroit qu'un caillot blanc, & de pure lymphe. La partie globuleuſe & la ſéroſité reſteroient fluides, puiſqu'elles ne ſont ſuſceptibles de coagulation, qu'autant qu'il reſte quelque portion de lymphe mêlée avec elles. Cela étant, il ne faut rien appliquer ſur le vaiſſeau qui ſoit capable de faire perdre trop tôt au

ſang

ſang ſa fluidité. Les ſtiptiques, les eſcarotiques, & autres médicamens coagulans ne conviennent donc point, parce qu'agiſſant trop bruſquement, ils ne donnent point à la lymphe le tems de ſe ſéparer de la partie rouge. Elles ſe coagulent enſemble, ce qui forme un caillot mou, ſans conſiſtence, peu adhérant, & qui ſouvent ne bouche pas exactement le vaiſſeau, juſqu'à ce qu'il ſoit réuni ou bouché par les chairs.

Ainſi pour arrêter les hémorragies, il ne faut autre choſe qu'un appareil compreſſif qui empêche le ſang de ſortir du vaiſſeau; alors le ſang arrêté ſe coagulera peu à peu, la lymphe ſe ſéparera, & le caillot ſera tel qu'il doit être, capable d'empêcher que le ſang ne ſorte, même dès le premier jour; ce qu'il ne faut pourtant point éprouver. Il eſt plus prudent d'attendre que l'appareil, humecté par le ſuintement de la playe, n'ait aucune adhérence avec le moignon. On ne court point riſque de détruire, ou les réunions commencées, ou les adhérences du caillot. Quand le premier appareil eſt levé, il faut appliquer le ſecond très promptement, afin que caillot toujours ſoutenu par la compreſſion, conſerve ſes adhérences, & réſiſte à l'impulſion du ſang, juſqu'à ce que les chairs accrues ſoient ſuffiſamment affermies. Il étoit du moins abſolument néceſſaire que cela fût ainſi dans les deux cas rapportés au commencement de ce Mémoire, où l'on avoit à retenir le caillot dans deux arteres dont les parois ne pouvoient s'approcher, parce que l'une étoit offifiée, & l'autre renfermée dans

un

un canal osseux. Dans de pareilles occasions, on doit faire une compression très forte, puisque le diametre du vaisseau est resté le même, lorsqu'au contraire, quand le vaisseau est pliant, une médiocre compression suffit.

Mais dans tous les cas, il est d'une nécessité absolue de procurer un très grand repos au malade & à la partie coupée; & pour cela, il faut placer le moignon si commodément, qu'on ne soit point obligé de le changer de place que le plus tard qu'on peut; parce qu'en le changeant de situation, l'on troubleroit la formation du caillot. Mais en le plaçant, on observera toujours que le bout du vaisseau coupé soit, autant qu'il est possible, tourné vers l'horizon, non-seulement parce que le sang ayant sa pesanteur à vaincre, agira moins contre le caillot, mais encore parce que le caillot en sera plus dur, plus solide & placé plus favorablement. Il en sera plus solide, puisque quand le sang se caille par lui-même, la partie blanche qui le forme, est pure, & presque entierement séparée de la partie rouge; & il sera placé favorablement, puisque la partie blanche qui est plus légere que la rouge, s'élevera près de l'extrémité du vaisseau, qui est le lieu le plus avantageux que puisse occuper le caillot.

NOU-

NOUVELLES EXPERIENCES SUR LE BORAX,

Avec un moyen facile de faire le Sel Sédatif, & d'avoir un Sel de Glauber, par la même opération.

Par M. GEOFFROY. *

LE Borax eſt un Sel, dont la compoſition ou naturelle ou artificielle, eſt peu connue; l'Hiſtoire naturelle, tant ancienne, que moderne, nous fournit ſur ce Sel étranger, peu d'éclairciſſemens; & de ce qu'elle en rapporte, nous ne pouvons conclurre que ce ſoit la véritable Chryſocolle des Anciens, quoique les Eſpagnols qui travaillent les Mines du Chily, les Venitiens, & d'autres Modernes, lui donnent encore ce nom qu'ils ont pris dans l'ancienne Hiſtoire naturelle.

Pline, en parlant de la Chryſocolle de ſon tems, la diviſe en deux eſpeces. La naturelle qui ſe tiroit des Mines de Cuivre. L'artificielle qu'on faiſoit en agitant & en triturant de l'urine de jeunes enfans, dans des mortiers de bronze.

Paul Herman, dans ſa Matiere médicale (*de l'édition de Strasbourg, de* 1726, *p.* 651.) dit qu'on fait le Borax aux Indes Orientales,

* 19 Mai 1732.

les, d'une terre nitreuſe; qu'après l'avoir calcinée, & miſe en poudre, on la fait bouillir, & qu'on en fait une forte leſſive; qu'on l'expoſe enſuite à l'air pour la faire cryſtalliſer; que ce Sel ne ſe perfectionne pas davantage dans le Païs, & que c'eſt dans les lieux où on le tranſporte, qu'on le purifie.

A ces deux deſcriptions, & principalement à celle de Pline, on ne reconnoit pas le Borax d'à préſent; car, par les eſſais que j'ai faits ſur la ſolution de ce ſel dans l'eau ſans addition, je n'y ai pu trouver aucun atôme de Cuivre; quoiqu'il dût y en avoir conſiderablement, ſi c'étoit la Chryſocolle de Pline.

Je ne trouve pas non plus qu'il puiſſe être fait d'une terre nitreuſe (priſe dans le ſens, & ſelon les propriétés de notre Nitre d'à préſent), parce qu'il cryſtalliſeroit autrement, & fuſeroit ſur le Charbon; que ſi M. Herman entend par le Nitre des Indes, le Nitre d'Agra, & de quelques autres endroits des Indes Orientales, qui eſt un *Natrum*, & par conſéquent, un fort alkali, le Borax ſeroit un Sel alkali beaucoup plus ſenſible, & auroit un goût beaucoup plus âcre, à moins qu'en fabriquant ce ſel, on n'ajoute au *Natrum* quelque matiere qui adouciſſe cette âcreté, & en faſſe un ſel ſalé imparfait où l'alkali domine encore.

Feu mon Frere a dit, dans les leçons qu'il dictoit au College Royal ſur la Matiere médicale, & d'après des Mémoires qu'il avoit eus d'un Voyageur Allemand, nommé M. *Naeglin*,

Naeglin, bon Naturaliſte, qui avoit fait beaucoup de recherches ſur ce Sel, tant aux Indes, qu'à Veniſe où on le purifioit autrefois, „ que le Borax ſe tiroit de divers endroits „ des Indes Orientales, mais en plus grande „ quantité des Etats du Mogol, & de la „ Perſe; qu'en differentes contrées de ces „ deux Etats, il couloit lentement de plu„ ſieurs Mines, & principalement de celles „ de Cuivre, une eau ſaline, trouble & ver„ dâtre qu'on recueilloit avec ſoin; qu'après „ l'avoir évaporée juſqu'à une certaine con„ ſiſtence, on la verſoit dans des foſſes creu„ ſées en terre, & enduites d'une pâte, com„ poſée du limon dépoſé des mêmes ſources „ minérales, & de la graiſſe des Animaux; „ qu'on recouvroit ces foſſes d'une épaiſſeur „ convenable, de la même pâte; qu'au bout „ de quelques mois, on les ouvroit, qu'on „ trouvoit l'eau évaporée en partie, & le „ Sel de Borax cryſtalliſé; qu'on en retiroit „ ces cryſtaux encore mêlés ou recouverts „ de ce limon gras, & qu'on nous l'appor„ toit des Indes en cet état.

Nos Commerçans tirent auſſi du Borax, de la Chine, où il coute peu; ce qui feroit ſoupçonner que ce ſeroit un Sel naturel dans le Païs, ou du moins d'une fabrique très aiſée.

On raffine à préſent ces differens Borax en Hollande, mais ce n'eſt pas un ſecret propre aux Hollandois, puiſqu'il y a un particulier, dans le Fauxbourg S^t. Antoine, qui en a raffiné & qui en a livré aux Marchands, d'auſſi beau & d'auſſi pur que celui de Hol-

lande. En cet état de purification parfaite, il eſt tranſparent comme le Cryſtal de Roche.

Brut, tel qu'on l'apporte des Indes, ſes cryſtaux ſont ordinairement gros comme des avelines, d'une couleur verdâtre, ſale & obſcure, comme la pierre de Lâre de la Chine, ou comme le Jade verd-pâle. Ils ſont tous chargés d'impuretés, de terreſtréités, & enduits d'une matiere graſſe, qui eſt peut-être celle de la pâte dont je viens de parler, ou quelque autre graiſſe dont on les a recouverts, pour les empêcher de ſe calciner, & de ſe réduire en farine, pendant leur tranſport dans ces Païs chauds. Car on ſait que le Borax ſe calcine aiſément à l'air, auſſi-tôt qu'après l'avoir lavé dans l'eau froide, on l'a dégagé de ſon envelope onctueuſe, laquelle blanchit l'eau, & s'y diſſout comme le Savon.

Les cryſtaux de ce Sel ont la figure d'un priſme oblique à ſix faces, dont la baſe a ſix côtés, tels que les côtés oppoſés ſont paralleles & égaux. Le grand diametre ou la longueur de cette baſe eſt à peu près double, & quelquefois plus que double de ſa largeur. Une ſingularité de ces cryſtaux, eſt que ſi l'on conſidere les deux plans oppoſés qui peuvent réciproquement ſervir de baſe, on apperçoit un petit côté de ce plan ou arrête de ce ſolide, émouſſé dans toute ſa longueur, & quelquefois auſſi l'angle aigu qui l'avoiſine, & les deux arrêtes ainſi émouſſées, une dans chaque plan, ſont tellement ſituées qu'elles ſont diamétralement oppoſées. Quoique cela ne ſoit pas exactement vrai dans tous ces cryſtaux,

taux, on voit cependant qu'ils affectent assez généralement cette figure. Le plus grand diametre de la base des plus gros que j'aye pu trouver a environ 10 à 12 lignes, & le petit diametre ou celui qui marque l'épaisseur a 5 ou 6 lignes. La longueur n'est pas toujours proportionnée à la grandeur de la base; car tel, dont le grand diametre de la base n'a que 8 lignes, en a 13 à 14 de hauteur, & tel autre, dont le grand diametre de la base a 12 lignes, n'a que 10 lignes de hauteur *.

Il y a des cryſtaux qui ne ſont pas, à beaucoup près, ſi gros, il y en a même d'auſſi petits que des grains de millet.

Comme il y a grande apparence que ce Sel s'eſt formé dans une liqueur trouble ou bourbeuſe, on y trouve, en le diſſolvant, beaucoup de terre groſſiere, ou de ſable, & ſa couleur verdâtre diſparoit, ſi on le cryſtalliſe de nouveau.

Voilà à peu près tout ce que je puis dire de l'extérieur du Borax. Quant à ſon intérieur, qui a été l'objet des recherches de la plupart des Chymiſtes de l'Europe, je n'en pourrois rien dire que par conjectures. Becher ſemble avoir connu la compoſition de ce Sel, ſi ce n'eſt point au hazard qu'il a dit dans ſa *Phyſica ſubterranea* (édit. de Leipſ. p. 542.) & dans ſon *Alphabetum minerale*, *p.* 115. „ Que l'acide univerſel diſſolvant une „ pierre ou terre fuſible, forme le Borax, „ comme il forme l'Alun, lorſqu'il rencontre „ une terre propre à faire la chaux.

* *Voy. les figures de ces Cryſtaux dans la Table.*

Sur cette idée, j'ai tenté quelques expériences dont je ferai part ſi elles réuſſiſſent.

Peut-être auſſi quelque jour, le Borax ſe découvrira-t-il à nos yeux, dans des matieres où l'on ne ſoupçonne pas qu'il puiſſe être; comme on a trouvé le Sel de Glauber, & le Tartre vitriolé dans des Eaux minérales, dans des Plantes, & dans d'autres mixtes naturels.

M. Homberg a cru que le Borax étoit un Sel urineux minéral. M. Lémery le pere l'a qualifié de Sel moyen, qui ne fermentoit ni avec les acides, ni avec les alkalis; & en dernier lieu, M. Lemery l'a défini un Sel alkali, parce qu'il précipite la terre métallique des Vitriols, & la terre de l'Alun, preſque auſſi bien que le peut faire le Sel de Tartre. Il a fait voir auſſi que le Borax ſe ſublimoit, non-ſeulement avec l'acide vitriolique, mais avec les autres acides minéraux, & avec le vitriol blanc. Ainſi il ne s'agit ici que de quelques moyens particuliers qui facilitent l'opération du Sel ſédatif de M. Homberg, de differentes obſervations que j'ai faites en ſublimant ce Sel, & de quelques phénomenes que j'ai remarqués dans les procedés repetés de cette opération.

Le Borax purifié ſe calcine à l'air, comme l'Alun; il ſe diſſout moins facilement que lui dans l'eau froide, mais beaucoup plus vîte dans l'eau chaude.

Lorſqu'on verſe de l'eau bouillante ſur des cryſtaux entiers de Borax, mis dans un vaiſſeau capable de ſupporter la chaleur de l'eau,

ces

ces cryſtaux s'écartent en petillant, ſelon la longueur de leurs priſmes, & les parties qui s'en détachent ſe précipitant à meſure que les cryſtaux ſe diviſent, elles ſe collent au fond du vaiſſeau aſſez fortement pour qu'on ait de la peine à les en détacher: d'où l'on peut conjecturer qu'il y a toujours une viſcoſité naturelle dans le Borax.

La ſolution de ce Sel n'agit pas ſur les métaux parfaits. Tenue dans la bouche, elle y dévelope un goût urineux, comme le fait le Sel de la Soude; mais d'une maniere moins ſenſible que ce dernier. Lorſque cette ſolution eſt faite à grande eau, il s'en précipite une terre blanche extrêmement fine.

Le Borax pouſſé au grand feu, ſe bourſouffle, blanchit, ſe calcine comme l'Alun; puis il prend la forme de verre. En cet état, il perd près de la moitié de ſon poids, c'eſt-à-dire, près de huit onces par livre. M. Lemery n'a trouvé cependant que ſept onces de diminution; mais cette difference vient, ſans doute, du plus ou du moins d'humidité que les differens Borax retiennent dans leurs cryſtalliſations.

Cette eſpece particuliere de verre de Borax eſt dure, compacte, tranſparente comme du verre ordinaire. Ce n'eſt cependant qu'un Sel privé de ſon flegme, qu'il reprend aiſément à l'humidité de l'air, puiſqu'il s'y ternit, qu'il y perd ſa tranſparence, & qu'au bout de quelque tems il eſt à l'extérieur comme un autre Borax qui n'auroit pas été fondu à grand feu.

Les liqueurs acides attaquent ce verre, &

agiſſent ſur lui comme ſur les verres de mauvaiſe fabrique dont j'ai parlé dans un de mes Mémoires. Feu M. Lemery ayant remarqué que ce verre de Borax ſe diſſolvoit totalement dans l'eau chaude, & qu'il ſe recryſtalliſoit enſuite, j'ajoute à cette remarque qu'il ne petille pas dans l'eau bouillante, comme il le fait avant que d'être vitrifié, & qu'il y dépoſe une terre fine en plus grande quantité que ne le fait le Borax non-vitrifié.

De tous les ſels, nous ne connoiſſons juſqu'à préſent que le Borax qui ſans addition prenne cette forme de verre au grand feu; d'où l'on peut conjecturer, d'après Becher, qu'il auroit pour baſe cette terre fuſible dont il parle; mais en même tems que les parties intégrantes de cette terre étant trop ténues, ne préſenteroient pas à l'impreſſion de l'air & à l'action des liqueurs acides des ſurfaces aſſez ſolides pour leur réſiſter.

On remarque auſſi que le Borax, qui par quelques-uns eſt employé comme fondant dans la compoſition des cryſtaux factices, leur communique à la longue le défaut qu'a ſon verre de ſe ternir à l'air, & que c'eſt à tort qu'on l'y employe: par la même raiſon c'eſt mal-à-propos que quelques Artiſtes le font entrer dans le verre d'Antimoine; car quoiqu'il le rende plus tranſparent d'abord, il le ternit enſuite, & ſe calcine.

Le Borax ne fermentant ni avec les acides, ni avec les alkalis, auroit pu être regardé comme un ſel ſalé ou moyen. Mais ayant été examiné avec plus de ſoin, on a vu qu'il étoit un alkali, non ſeulement, comme on l'a

l'a déja dit, parce qu'il précipite la terre métallique des Vitriols, la terre de l'Alun & la terre de l'eau de Chaux, mais auſſi parce que ſa ſolution verdit le ſuc des fleurs de Violette; qu'il dévelope, comme le ſel de Tartre, l'urineux du ſel ammoniac; qu'il précipite en couleur citronnée la diſſolution du Mercure par l'eſprit de Nitre, quoique ſans fermentation ſenſible.

Si on étend cette derniere diſſolution, ainſi précipitée, dans de l'eau commune, la liqueur s'éclaircit davantage, & le précipité prend une couleur griſe ardoiſée; ce qui prouve un alkali dans le Borax, puiſque dans cette expérience il agit encore comme le ſel de Tartre; de plus, comme lui, il fait avec la ſolution du ſublimé corroſif un précipité rouge orangé.

Le Borax précipite aſſez vîte le Fer & le Cuivre diſſouts, mais très lentement l'Or & l'Argent; il ne régaliſe point l'eſprit de Nitre, mais il n'empêche point ſa régaliſation par le Sel ammoniac. L'Or diſſout dans une eau Régale où l'on a mis le Borax, ſe ſoutient aſſez bien dans ſon diſſolvant. Cependant il y pâlit, apparemment par la même raiſon que ce ſel fait pâlir l'Or dans la fonte. Le Borax qui ſe trouve de trop dans cette liqueur ſe précipite en feuillets: l'Or ſe précipite auſſi, mais ce n'eſt qu'après pluſieurs jours.

A l'égard de l'Argent, il ne met auſſi aucun obſtacle à ſa diſſolution dans l'Eſprit de Nitre, & je ne me ſuis point apperçu enco-

re qu'il le précipitât, à moins qu'il ne le faſſe à la longue.

Quant aux matieres terreuſes, il ne les précipite gueres plus promptement que les métaux imparfaits qui ont été diſſouts par les acides. Il faut un poids égal de Borax & d'Alun pour précipiter la terre de ce dernier; c'eſt-à-dire, que la ſolution de quatre onces de l'un, & de quatre onces de l'autre ayant été filtrée, il s'eſt précipité une terre mucilagineuſe, fine, blanche, qui ſechée, peſoit 7 gros 50 grains, ce qui ne ſe ſeroit pas fait avec un moindre poids de Borax. Après quelque tems d'évaporation à l'air, il s'eſt encore trouvé un peu de terre plus jaune au fond du vaiſſeau.

En cherchant la juſte proportion de poids du Borax avec celui des Vitriols, pour faire exactement la précipitation de leur terre métallique, j'ai trouvé qu'il a fallu trois parties de Borax ſur deux de Vitriol bleu, c'eſt-à-dire, une once & demie de l'un, & une once de l'autre, pour faire la précipitation de la terre cuivreuſe. Ce précipité eſt devenu de couleur bleue-verdâtre, & chaque gros de ce Vitriol a fourni 33 grains de ſa terre métallique, ſemblable à la cendre bleue des Peintres.

La même doſe a été néceſſaire pour faire la précipitation du Vitriol blanc, lequel m'a donné une terre légere & blanchâtre, qui ſechée comme la précédente, s'eſt trouvée de même poids que celle du Vitriol bleu.

Comme la précipitation complette de la terre ferrugineuſe du Vitriol vert eſt plus difficile à faire, du moins avec préciſion, j'en

ai

ai pris une plus grande dose, & il m'a fallu trois livres de Borax sur une livre de Vitriol, pour précipiter cette terre au point que la solution des deux Sels demeurât limpide. Cette terre précipitée, de couleur jaune-orangée au-dessous de sa pellicule, ayant été parfaitement sechée à l'air, s'est trouvée peser six onces un gros & quelques grains.

Par ces doses amenées petit à petit au point de précision que je cherchois, j'ai été sûr d'avoir précipité toutes les parties métalliques ou terreuses de ces sels, en sorte que leur solution n'avoit plus de saveur métallique, & que l'acide vitriolique uni au Borax n'avoit plus qu'un goût salé.

J'ai parlé ci-dessus de la précipitation de la terre de l'eau de chaux par le Borax: j'avois pris deux livres cinq onces six gros de cette eau, & une once de Borax dissoute dans neuf à dix onces d'eau: les deux liqueurs étant confondues ensemble, il s'en est précipité trente-six grains d'une premiere terre très blanche.

La liqueur du mêlange étant décantée de dessus cette premiere terre précipitée, & ayant été mise à évaporer, il s'est précipité encore une seconde terre légere, feuilletée & argentine, quoiqu'un peu jaunâtre; & dans cette terre, le Borax s'est recrystallisé en crystaux mieux formés qu'ils n'ont coutume de l'être, lorsqu'il se crystallise sans aucune addition, par des évaporations lentes. Il paroit par cette observation que pour la crystallisation plus parfaite de certains Sels,

il eſt néceſſaire qu'il y ait dans leur ſolution, une terre qui leur ſoit ſurabondante.

Tous les mêlanges du Borax avec l'acide vitriolique, & avec les acides du Nitre & du Sel marin, nous donnent le Sel ſédatif, en ſuivant le procedé indiqué énigmatiquement par Becher, trouvé par M. Homberg, & étendu à tous les acides minéraux par M. Lémery. Ce Sel fait par la ſublimation, ſelon ces procedés, eſt un aſſemblage de fleurs ſalines que j'aurai lieu dans la ſuite, de comparer aux fleurs de Benjoin. Elles ſont ſi fines & ſi légeres qu'elles nagent ſur l'eau, & qu'elles ne s'y diſſolvent que quand l'eau eſt chaude.

Le Sel ſédatif eſt un Sel ſalé parfait, qui n'altere point la couleur du ſuc des Violettes, qui n'agit point ſenſiblement ſur la ſolution du Sublimé corroſſif, ni ſur la diſſolulution du Mercure par l'Eſprit de Nitre, & ce n'eſt qu'au bout d'un long tems qu'il s'y fait un précipité jaune-citron, ſemblable à celui que fait le Borax. Il y a pourtant quelque difference entre eux; car le précipité que le Sel ſédatif a donné, n'a point changé de couleur dans les lotions avec beaucoup d'eau, comme a fait le précipité fourni par le Borax. Ainſi il eſt parfaitement ſemblable, quant à cette expérience, à de pareils précipités faits par le Sel de Glauber & le Tartre vitriolé; car ces deux derniers ſels précipitent l'un comme l'autre, le Mercure diſſout par l'Eſprit de Nitre.

Le Sel ſédatif eſt précédé par differentes liqueurs pendant qu'il eſt ſur le feu pour ſe ſu-

ſublimer. La premiere n'eſt qu'un flegme un peu gras qui a l'odeur du ſavon, mais qui n'opere rien dans les eſſais. C'le qui vient enſuite avec les premieres fleurs, trouble en blanc, quoiqu'à la longue, la diſſolution du Mercure. Il ſe dépoſe un précipité très léger, de peu de volume, d'un blanc un peu jaunâtre, ſemblable au précipité fait par l'Eſprit de Vitriol foible, mais qui jaunit, comme je viens de le dire, au-lieu que ce dernier ne jaunit point.

Le Sel ſédatif, diſſout dans l'eau chaude, ſe recryſtalliſe, lorſqu'elle eſt froide, en nouveaux flocons de feuillets brillans qui ne diffèrent des fleurs de la ſublimation, qu'en ce qu'ils ſont plus épais & plus peſans; & c'eſt cette derniere obſervation qui m'a indiqué le moyen facile d'avoir le Sel ſédatif par cryſtalliſation. Mais avant que d'en décrire le procédé plus au long, je continuerai le détail de toutes les autres obſervations qui ont rapport à la ſublimation de ce ſel.

Pour faire cette ſublimation avec plus d'exactitude, il faut ſe ſervir d'une cornue de verre à cou large, mettre dedans quatre onces de Borax en poudre fine, verſer deſſus une demi-once d'eau commune ſeulement, parce que j'ai obſervé qu'il eſt inutile de diſſoudre le Borax dans l'eau, comme on fait ordinairement, & qu'il ſuffit que la maſſe ſaline ſoit humectée comme une pâte molle; on y ajoute enſuite une once deux gros d'huile de Vitriol concentrée, & l'on place la cornue à un feu de reverbere modéré d'abord, & qu'on augmente enſuite par degrés

juſqu'à faire rougir la cornue. De cette maniere, le Borax étant étendu dans beaucoup moins d'eau, & reſſerré dans un plus petit eſpace que dans les cucurbites, ſuivant le procédé ordinaire; l'acide vitriolique l'attaque plus vîte, & le pénétre plus aiſément.

Il paſſe d'abord dans le récipient environ une once d'humidité aqueuſe, puis le ſel volatil monte avec les dernieres humidités qui s'élevent encore de la maſſe ſaline; ce qui fait qu'une portion de ce ſel ſe réſout avec ce ſecond flegme, & paſſe avec lui dans le récipient; mais la plupart de ſes fleurs ſalines s'attachent à la premiere partie du cou de la cornue qui ſort de l'échancrure du fourneau: elles s'y accumulent en ſe pouſſant inſenſiblement les unes les autres, enſorte qu'elles bouchent légerement cette portion du cou occupée. Alors celles qui montent, lorſque le cou eſt bouché, n'ayant plus d'air extérieur qui les rafraichiſſe en les condenſant, & ſe trouvant placées d'ailleurs dans la partie poſtérieure du cou de la cornue qui eſt la plus expoſée au feu, elles s'y attachent & s'y vitrifient en quelque maniere, de ſorte qu'elles y forment un cercle d'un ſel fondu & mat: dans cet arrangement les fleurs du Sel ſédatif ſemblent partir de ce cercle, & l'avoir pour baſe. Elles y ſont en lames extrêmement minces, brillantes, très légeres, & s'en détachent aiſément avec une plume.

Lorſqu'on les a retirées & miſes à part, ſi l'on veut continuer l'opération avec le même

me mêlange, il n'y a qu'à remettre sur la masse saline restante environ deux onces d'eau, ce qui suffit pour r'humecter ce sel resté dans la cornue, qu'il faut replacer dans le fourneau pour recommencer la précédente opération. Je n'y employe que de l'eau commune, parce que je conserve à part la liqueur recueillie dans le récipient, qui contient beaucoup de Sel sédatif passé avec elle, pour l'en retirer ensuite par évaporation & cristallisation.

Mais sans replacer la cornue au feu, on peut tirer de la masse saline calcinée qui est restée au fond, tout le Sel sédatif qu'elle contient encore, en le faisant dissoudre dans une suffisante quantité d'eau qu'il faut filtrer, pour séparer une terre brune qui se précipite à chaque fois que l'on dissout la masse lorsqu'elle a été calcinée : on l'évapore ensuite, & on la fait cristalliser, ainsi que je le dirai plus au long ci-après.

J'ai dit que le Vitriol vert abandonnoit la terre ferrugineuse plus difficilement que les autres Vitriols n'abandonnoient leur terre métallique, & qu'il m'a fallu employer trois livres de Borax sur une livre de couperose verte pour en précipiter totalement la terre, & pour avoir les solutions limpides ; j'ajoute à cette observation que sans cette précipitation préliminaire, on parvient difficilement à faire la sublimation du Sel sédatif par le mêlange de ces deux sels, parce qu'il n'y a que la partie acide du Vitriol qui serve dans l'opération ; & comme j'avois remarqué qu'il falloit un peu plus d'une once

ce d'huile de Vitriol concentrée ſur quatre onces de Borax pour la ſublimation du Sel ſédatif, il me falloit un même rapport d'acide en employant le Vitriol vert lui-même; or ce rapport d'acide ne ſe trouve exactement que dans l'opération elle-même: car ayant mis quatre onces de Vitriol vert avec deux onces de Borax, & ayant mêlé les ſolutions de ces deux ſels dans une cucurbite, la premiere ſublimation n'a fourni qu'une petite quantité de fole farine. J'ai refondu la maſſe, & l'ai miſe à ſublimer, ce que j'ai répété encore deux fois ſans pouvoir faire monter le Sel ſédatif, quoiqu'à chaque ſolution de la maſſe dans l'eau il ſe précipitât beaucoup de terre ferrugineuſe que j'ai ſéparée par le filtre; mais à la quatrieme ſolution & ſublimation, cette terre métallique étant ſuffiſamment précipitée, il s'eſt élevé aſſez conſiderablement de Sel ſédatif en lames brillantes & bien formées: donc il a fallu que cette terre fût ſéparée par précipitation de la partie acide du Vitriol, pour que cet acide pût agir ſur le Borax comme l'huile de Vitriol y agit d'abord.

Je ferai obſerver auſſi que la maſſe ſaline dont il eſt queſtion préſentement, fournit moins de Sel ſédatif à la ſept ou huitieme ſublimation; mais que l'ayant expoſée à l'air humide pendant ſept ou huit jours, & remiſe enſuite au feu, elle m'a donné du Sel ſédatif en plus grande quantité que dans les précédentes ſublimations.

Cette terre métallique précipitée eſt un ſafran de Mars très fin qui retient encore du Sel

ſédatif, & je crois qu'on pourroit le regarder comme le ſouphre narcotique du Mars, ſuivant l'idée des Auteurs qui en ont écrit; du moins il s'enflâme aiſément, & il donne auſſi à la flâme une couleur verte qu'on ne doit attribuer qu'au Borax, comme je le dirai à la fin de ce Mémoire.

De tous les Vitriols, il n'y en a point qui fourniſſe plus de Sel ſédatif dans l'opération de la ſublimation, que le Vitriol bleu; il eſt vrai que le Sel ſédatif ne monte pas à la premiere & à la ſeconde ſublimation; mais comme deux ſolutions ſur le feu ſuffiſent pour dégager ſa terre cuivreuſe de l'acide vitriolique, l'union de cet acide avec le Borax ſe fait plus vîte que dans l'opération avec le Vitriol vert.

Après le Vitriol bleu & le Vitriol vert, c'eſt l'Alun qui fournit le plus de Sel ſédatif; mais les fleurs de ce ſel ſont plus fines, plus ſerrées & plus peſantes.

Enfin le Vitriol blanc en fournit moins que tous les précédens.

Je ſuis aſſuré de ces rapports, parce que j'ai travaillé tous les mêlanges de ces ſels vitrioliques avec le Borax dans des cucurbites de même grandeur, & placées toutes à un même feu & dans le même tems. J'obſerverai en paſſant que le Vitriol blanc & l'Alun caſſent les cucurbites à chaque ſublimation: quoique le Vitriol bleu les caſſe auſſi quelquefois, il dédommage par la quantité de Sel ſédatif qu'il fournit, beaucoup plus beau que les autres.

Je reviens à la précipitation de la terre martiale du Vitriol vert par le Borax, conſiderée

ſidérée en elle-même, & ſans avoir égard au rapport qu'elle peut avoir avec l'opération du Sel ſédatif. Ayant fait ma diſſolution, comme je l'ai déja dit, de trois livres de Borax & d'une livre de Vitriol, pour faire la précipitation auſſi complette qu'il étoit poſſible, de la terre métallique, j'ai filtré la liqueur, & l'ai miſe à évaporer. Amenée au point de cryſtalliſation, elle eſt devenue un peu rouſſe, mais elle n'a rien précipité. Il s'eſt cryſtalliſé environ une livre & demie de Borax ſurabondant. La liqueur ayant été décantée de deſſus ces cryſtaux, & remiſe à évaporer dans des cucurbites garnies de leurs chapiteaux, il ne s'eſt rien ſublimé. J'ai rediſſout la maſſe ſaline deſſéchée, dans de l'eau chaude; & dans la liqueur refroidie il s'eſt formé des cryſtaux de ſel de Glauber. Cette ſingularité m'a fait chercher ce qu'étoit devenue la matiere propre à faire le Sel ſédatif, qui auroit dû du moins ſe cryſtalliſer, puiſque je n'avois rien perdu de mes mêlanges que la terre métallique reſtée ſur les filtres; & c'eſt effectivement dans cette terre que je l'ai retrouvée.

J'ai pris toute cette terre, je l'ai imbibée d'un peu d'eau, après l'avoir fait entrer dans une cornue, que j'ai poſée au feu de réverbere, & j'en ai retiré, en répétant l'opération & en imbibant à chaque fois, une quantité aſſez conſiderable de Sel ſédatif ſemblable à celui des précédentes opérations. Ce qui confirme ce que j'ai déja dit par conjecture, que cette terre ferrugineuſe précipitée par

par le Borax pourroit être le vrai ſouphre narcotique du Mars.

Après avoir ſéparé le Sel de Glauber de la liqueur filtrée dont je viens de parler, celle qui reſte miſe à évaporer devient graſſe, & ne ſe cryſtalliſe plus. Si on en continue l'évaporation, elle ſe deſſeche en une matiere ſaline, grenue & ſableuſe, qui ne donne aucune forme de cryſtaux, à la réſerve de quelques-uns, très petits, qu'on y retrouve encore, & qui ſont des cryſtaux véritables de Borax, enduits d'une eau-mere de Vitriol.

Cette liqueur qui ne cryſtalliſe pas, miſe à ſublimer dans des cucurbites, ne donne pas de Sel ſédatif. Mais ſi on jette deſſus de l'huile de Vitriol, il ſe fait un *coagulum* blanc ſans fermentation; ce *coagulum* étendu dans l'eau chaude s'y diſſout, & en refroidiſſant, il s'y forme ſur le champ, des lames de Sel ſédatif.

Si au-lieu de trois livres de Borax ſur une livre de Vitriol, on met le même poids de Borax ſur deux livres de ce dernier ſel, on aura d'abord tout le Sel de Glauber que le mêlange peut fournir, ſans qu'il s'en ſépare aucuns cryſtaux de Borax, & à la fin de la cryſtalliſation, on trouvera cette eau-mere dont je viens de parler; mais il faut, pour bien faire réuſſir cette cryſtalliſation, mettre le mêlange pendant quelque tems ſur un feu aſſez vif, afin de faire précipiter ſuffiſamment la terre du Vitriol.

Ce Sel de Glauber n'eſt pas different du Sel de Glauber ordinaire, quant à ſa forme exté-

extérieure; mais l'ayant mis fondre dans un creuſet, j'y ai trouvé quelque difference. Il ne s'y fond pas ſi facilement, & il m'a paru qu'il y reſtoit encore quelque peu de Borax, qui ſe vitrifiant pendant que l'autre ſel eſt en fonte, ſe diſtingue aiſément au milieu de la maſſe blanche fondue du Sel de Glauber, où il paroit en gouttelettes brillantes.

Quoi qu'il en ſoit, ce Sel de Glauber eſt une découverte, & je ne ſai que M. Heinkel qui en ait parlé avant moi; c'eſt dans ſon Livre intitulé *Flora ſaturniſans*, imprimé à Leipſick en 1722. Il y dit que ſon ami M. Meuder, Médecin & Chimiſte à Dreſde, avoit fait par le Borax & l'huile de Vitriol, un Sel de Glauber pareil à celui qu'on fait à l'ordinaire par le Sel commun & l'huile de Vitriol, & ſemblable au Sel d'Epſom: mais il ne dit point qu'on en ait fait auſſi aiſément par les ſolutions du Borax & du Vitriol. M. Groſſe, de cette Académie, a trouvé auſſi le même ſel par le procédé de M. Meuder, dont il n'avoit pas encore eu la communication.

C'eſt par l'union de la même huile de Vitriol & du Borax (qui m'a donné auſſi un Sel de Glauber dont je parlerai ci-après) que j'ai eu le Sel ſédatif par cryſtalliſation. En voici le procédé, qui peut être utile au public, & principalement dans les Hôpitaux, où l'on conſomme aſſez conſiderablement de ce ſel, qui eſt difficile à faire en quantité ſuffiſante par la ſublimation.

Je fais diſſoudre quatre onces de Borax raffiné dans une ſuffiſante quantité d'eau chaude;

de ; enſuite j'y verſe une once deux gros d'huile de Vitriol bien concentrée qui y tombe avec bruit ; après avoir laiſſé évaporer quelque tems ce mêlange, le Sel ſédatif ſe fait appercevoir en petites lames fines & brillantes qui ſurnagent la liqueur. Alors j'arrête l'évaporation, & petit à petit ces lames augmentent en épaiſſeur & en largeur : elles ſe joignent les unes aux autres en petits flocons, ou forment entre elles d'autres arrangemens. Pour peu qu'on remue le vaiſſeau, on trouble l'ordre de la cryſtalliſation : ainſi il ne faut pas y toucher qu'elle ne paroiſſe achevée. Pour-lors les flocons cryſtallins devenant des maſſes trop peſantes, tombent d'eux-mêmes au fond du vaiſſeau. En cet état, il faut décanter doucement la liqueur ſaline qui ſurnage ces petits cryſtaux ; & comme ils ne ſont pas aiſément diſſolubles, il faut les laver en verſant lentement de l'eau fraiche ſur les bords de la terrine à deux ou trois repriſes pour emporter le reſte de cette liqueur ſaline, enſuite les égoutter, & les mettre à l'étuve ou au ſoleil. Ce ſel en forme de neige, folié & léger, eſt alors doux au toucher, frais à la bouche, légerement amer, faiſant un peu de bruit ſous les dents, & laiſſant une petite impreſſion d'acidité ſur la langue. Il ſe conſerve ſans s'humecter ni ſe calciner, s'il eſt traité avec les précautions que je viens de décrire, c'eſt-à-dire, ſi on l'a exactement ſéparé de ſa liqueur ſaline.

Il ne differe du Sel ſédatif ſublimé qu'en ce que malgré ſa légereté apparente, il eſt

un

un peu plus pesant que lui. Je présume que la cause de cette pesanteur vient de ce que dans la crystallisation, plusieurs de ces lames se collant les unes aux autres, elles retiennent entre elles quelque portion d'humidité, ou si l'on veut, que formant des crystaux moins divisés, ils présentent numériquement moins de surfaces à l'air qui éleve les corps légers. Au contraire, l'autre Sel sédatif, poussé par la violence du feu, s'éleve au chapiteau des cucurbites, sous une forme plus ténue, & dont les parties sont beaucoup plus divisées.

Pour rendre mon opinion plus probable, je prends pour exemple les fleurs de Benjoin. Elevées par la sublimation, elles sont très légeres. Si je les fais dissoudre dans une proportion d'eau convenable, à mesure que la liqueur se refroidira, elles se crystalliseront en petites lames plus épaisses qu'elles n'étoient auparavant, & sous cette derniere forme, elles seront plus pesantes: cependant ce sont les mêmes fleurs de Benjoin, qui n'ont souffert d'autre altération que d'être fondues & crystallisées.

Pour n'avoir aucun doute sur l'exacte parité entre mon Sel sédatif crystallisé, & le Sel sédatif sublimé à l'ordinaire, j'ai fait sur lui les épreuves suivantes. Je l'ai exposé aux plus vives ardeurs du Soleil, il ne s'y calcine point. S'il y restoit du Borax, encore sous sa forme essentielle, ou quelque autre sel de la nature du Sel de Glauber, il ne manqueroit pas de se calciner, & c'est-là même un moyen sûr de connoître s'il est suffisamment purifié.

S'il

S'il se calcine au Soleil, je le rectifie, en séparant la partie des cristaux non-calcinés, & rejettant l'autre. Je refonds la premiere dans de nouvelle eau bouillante, dont il faut une pinte pour quatre onces de ce sel. Aussitôt que l'eau est refroidie, je vois reparoitre les lames légeres, brillantes, cristallines & voltigeantes dans la liqueur. Vingt-quatre heures après je décante la liqueur, je lave le sel avec de l'eau fraîche, & je l'ai très beau & très pur.

De plus, ce sel cristallisé, de même que celui qui est sublimé, n'altere point la couleur du suc des Violettes, & ils soutiennent tous les deux les mêmes épreuves avec les solutions de Mercure; l'un & l'autre se dissolvent dans l'Esprit de vin, & produisent la flâme verte dont je vais parler bien-tôt.

Ce n'est pas tout: je les ai comparés encore par la sublimation. J'ai pris deux cucurbites basses, dans l'une desquelles j'ai mis un gros de mon Sel sédatif cristallisé, & dans l'autre pareil poids de Sel sédatif sublimé. Après les avoir fait fondre dans une égale quantité d'eau, je les ai posés tous les deux au feu de sable. L'un & l'autre se sont sublimés. J'ai repris les deux masses salines restantes, je les ai fondues de nouveau dans de l'eau pour les sublimer, & pour examiner avec attention laquelle des deux monteroit le plus vîte. Celle du Sel sédatif, fait d'abord par sublimation, s'est élevée avec un peu plus de légereté que l'autre. Cependant il a fallu en répéter six fois la sublimation, pour le faire monter autant qu'il étoit possible, car

il

il eſt encore reſté un réſidu de ſix grains qui n'a pu ſe ſublimer. La maſſe de l'autre Sel ſédatif cryſtalliſé a eu beſoin de huit ſublimations, & elle a laiſſé un réſidu fixe, pareil à l'autre, & qui peſoit douze grains. Il eſt à remarquer que quoique le ſel, fait d'abord par ſublimation, dût être plus pur que l'autre, cependant il a toujours dépoſé à chaque fois qu'on l'a ſublimé, & qu'on a redisſous la maſſe, une terre griſe qui a fait le réſidu des ſix grains.

Le Sel ſédatif, fait par ſublimation, & celui qui eſt ſimplement cryſtalliſé, étant jettés ſur une pêle rougie au feu, ſe diſſipent plus de moitié en fumée: l'autre partie plus fixe, ſe vitrifie, ſans qu'il m'ait paru aucune difference entre eux dans cette épreuve.

Il réſulte de tout ce que je viens de rapporter, que s'il y a quelque difference entre ces deux ſels, elle n'eſt que dans leur poids: mais cette difference eſt ſi petite, qu'elle ne doit faire naitre aucun ſcrupule dans l'uſage de celui qui eſt cryſtalliſé, parce que ſi c'eſt un léger inconvénient, on peut y remédier, en augmentant d'un grain le poids de chaque doſe. Le Sel ſédatif cryſtalliſé a toujours cet avantage pour l'Artiſte, ſur le ſublimé, d'être d'une opération plus facile, puiſque par une ſeule cryſtalliſation on peut faire l'ouvrage de quatre vaiſſeaux à ſublimer, c'eſt-à-dire, qu'on peut travailler tout à la fois deux livres de Borax avec dix onces d'huile de Vitriol concentrée. Ainſi on obtient ce ſel avec plus de facilité, & ſans riſquer de caſſer des vais-

vaiſſeaux. J'en ai fait faire des épreuves dans les cas où l'on employe le Sel ſédatif ordinaire ou ſublimé, & l'on ne s'eſt point apperçu qu'il y eût la moindre difference dans leurs effets.

Afin que ceux qui dans la ſuite voudront imiter mon procédé, puiſſent réuſſir ſans me faire de reproches, je dois les avertir qu'il peut y avoir quelque difference dans la cryſtalliſation du Sel ſédatif, ſi leur huile de Vitriol n'eſt pas ſuffiſamment concentrée, & qu'en ce cas les lames de ce ſel approcheront de la figure d'un ſel en cryſtaux grenés. L'huile de Vitriol que j'ai employée, miſe dans une petite phiole qui tient juſte une demi-once d'eau de Seine filtrée, comparée dans la même phiole, & à la même hauteur que l'eau, peſe une once dix-huit grains.

Quant au Sel de Glauber qui réſulte auſſi du mêlange du Borax avec l'huile de Vitriol, il ſe trouve dans la liqueur ſaline qu'on décante de deſſus le Sel ſédatif cryſtalliſé. Il n'y a qu'à la faire évaporer lentement; ce ſel qu'elle contient, s'y cryſtalliſe en belles colonnes quarrées, dont les extrémités ſont à facettes, comme celles qu'on obtient par le procédé ordinaire du Sel de Glauber. Il en a les propriétés, ſoutient les mêmes épreuves, & produit les mêmes effets.

Ainſi voilà un Sel de Glauber trouvé dans le Borax, où l'on n'avoit pas encore imaginé qu'il pouvoit ſe former à l'aide de l'acide vitriolique.

On le fait auſſi avec le Sel alkali de la Soude bien purifié & bien cryſtallisé. Il n'y a

qu'à y joindre l'huile de Vitriol. Quatre onces de cryſtaux de Sel de Soude bien purifiés, étant fondus dans l'eau, abſorbent une once trois gros & quelques grains de cet acide concentré; mais il faut le verſer à diverſes repriſes dans la ſolution, parce que le Sel de Soude étant beaucoup plus alkali que le Borax, il s'y fait une violente fermentation, & le dévelopement de l'odeur ſaline, ou plutôt de l'eſprit de Sel, y eſt très ſenſible.

Dans la liqueur ſuffiſamment évaporée, il ſe forme des cryſtaux de Sel de Glauber parfaitement ſemblables à ceux que j'ai retirés de la ſolution du Borax uni à l'acide vitriolique; d'où je pouvois conclure que le Sel de la Soude a beaucoup d'analogie avec le Borax, puiſqu'ils ont tous les deux une terre ſemblable à la terre du Sel marin, ſans laquelle on a cru juſqu'à préſent que le Sel de Glauber ne pouvoit ſe former, mais qu'il manque au Sel de la Soude pour être parfaitement ſemblable au Borax, la terre vitrifiable qui eſt dans ce dernier. Cependant il y a encore entre eux cette difference: le Sel de Soude par ſon alkali plus ſenſible & mieux caractériſé, abſorbe l'acide de la crême de Tartre, ce que le Borax ne fait pas, parce qu'il eſt plus gras & plus onctueux que lui, & qu'outre cela il contient apparemment un ſel ſalé qui ne nous eſt pas encore connu, mais avec lequel conſervant le caractere d'alkali, il eſt cependant beaucoup moins ſoluble que le Sel de Soude, & encore moins que les autres ſels alkalis qui n'ont

pas

pas ce sel salé dans leur composition.

Du Sel de Soude saoulé de l'acide de la crême de Tartre, il résulte un Tartre soluble, ou Sel moyen, que j'ai nommé *Sel Polychreste soluble*, qui est connu par le dernier Mémoire de M. Boulduc, & précédemment sous le nom de *Sel de Seignette*. Ce sel se cristallise assez aisément, lorsqu'on est venu au point d'une juste évaporation. Car si on l'évapore au-delà de ce point, la liqueur devient gommeuse, elle se fige, en refroidissant, comme une colle-forte: la masse qui reste, devient très dure. En cet état, cette masse peut être comparée au Borax uni aux acides minéraux, lorsqu'on le desseche lentement, ou au Borax uni avec la crême de Tartre suivant le procédé de M. le Fèvre. Cependant cette masse gommeuse de Sel de Soude étant refondue, peut être crystallisée en la faisant évaporer avec circonspection.

De toutes mes expériences faites sur le Borax, on doit conclure qu'on en peut séparer par les acides minéraux deux sortes de Sels; l'un qui se sublime, l'autre qui est fixe: que le fixe étant une espece de Sel de Glauber, le Borax contient par conséquent une terre semblable à la terre du Sel marin, & que dans le Sel volatil est la terre vitrifiable du Borax, puisque le Sel sédatif, même le sublimé, peut encore se vitrifier en partie.

C'est cette derniere partie du Borax qu'il faut connoitre parfaitement, avant qu'on puisse trouver le moyen d'imiter ce sel par

l'Art. Nous avons dans le Sel de Soude la terre ou la matiere du sel fixe, il faudroit tenter d'y trouver ou d'y ajouter la terre vitrifiable, ou la matiere du sel volatil du Borax. C'est aujourd'hui l'objet des recherches de plusieurs Chimistes. J'ai fait sur cela bien des tentatives qui ne m'ont pas encore réussi; mais peut-être qu'en multipliant les épreuves, je serai plus heureux.

J'ai dit ci-devant que le Sel sédatif, soit crystallisé, soit qu'il soit sublimé, se dissolvoit dans l'Esprit de vin, & que le feu étant mis à cet esprit, il s'en élevoit une flamme verte. Comme c'est un phénomene nouveau & assez curieux, j'en vais détailler toutes les expériences.

Le Sel sédatif se dissout dans l'Esprit de vin, mais il faut pour cela le chauffer un peu: lorsqu'il est refroidi, le sel qui y est de trop se précipite, cependant l'Esprit de vin en retient assez pour donner en brulant une flamme d'un beau verd, dans quelque vaisseau qu'on le brule, de métal ou non.

Ce n'est pas l'Esprit de vin qui donne cette couleur, puisque brulé seul, sa flamme est plus blanche que violette, quand il est bien rectifié, & plus violette que blanche quand il l'est mal.

Ce n'est pas l'addition du Borax seul qui produit cet effet, puisqu'ayant répété l'expérience avec l'Esprit de vin chargé de Borax pulvérisé & digeré avec lui, je n'ai vu qu'une flamme ordinaire.

Ce ne sont pas non plus les acides minéraux,

raux, par eux-mêmes, qui mêlés & unis à l'Eſprit de vin, donnent cette couleur à la flamme.

J'en ai brulé qui avoit été longtems en digeſtion tant avec l'huile de Vitriol qu'avec l'eſprit de Nitre & l'eſprit de Sel, & je n'ai rien apperçu de remarquable dans la flamme.

Mais c'eſt le Borax uni avec un acide quelconque, qui donne cette couleur verte. Les précipités provenant du mêlange du Borax avec l'Alun & avec les Vitriols vert, bleu & blanc, les papiers ſur leſquels leurs ſolutions ont été filtrées, tous donnent une flamme verte.

En un mot, toutes les fois que j'ai ajouté le Borax à un acide tel que l'acide du Vitriol, celui du Nitre, celui du Sel marin, l'eſprit de Tartre, l'eſprit de Pain, de Vinaigre, de Gayac, le Verjus, le jus de Citron, &c. j'ai eu une flamme toujours plus ou moins verte.

Que je mette digérer du Verdet dans l'Eſprit de vin, je n'aurai rien de ſingulier dans la flamme; pour peu que j'y ajoute de Sel ſédatif ou du Borax, cette flamme ſera verte.

Il arrive préciſément la même choſe avec la teinture de Mars: brulée ſeule avec l'Eſprit de vin, ſa flamme eſt violette & blanche; ſi j'y joins le Borax, elle eſt blanche & verdâtre.

Ainſi de ces expériences, & de pluſieurs autres inutiles à rapporter, je conclus, comme j'ai déja fait, que c'eſt au Borax uni avec un acide, de quelque nature qu'il puiſſe être,

qu'on doit attribuer ce phénomene ſingulier de la flamme verte.

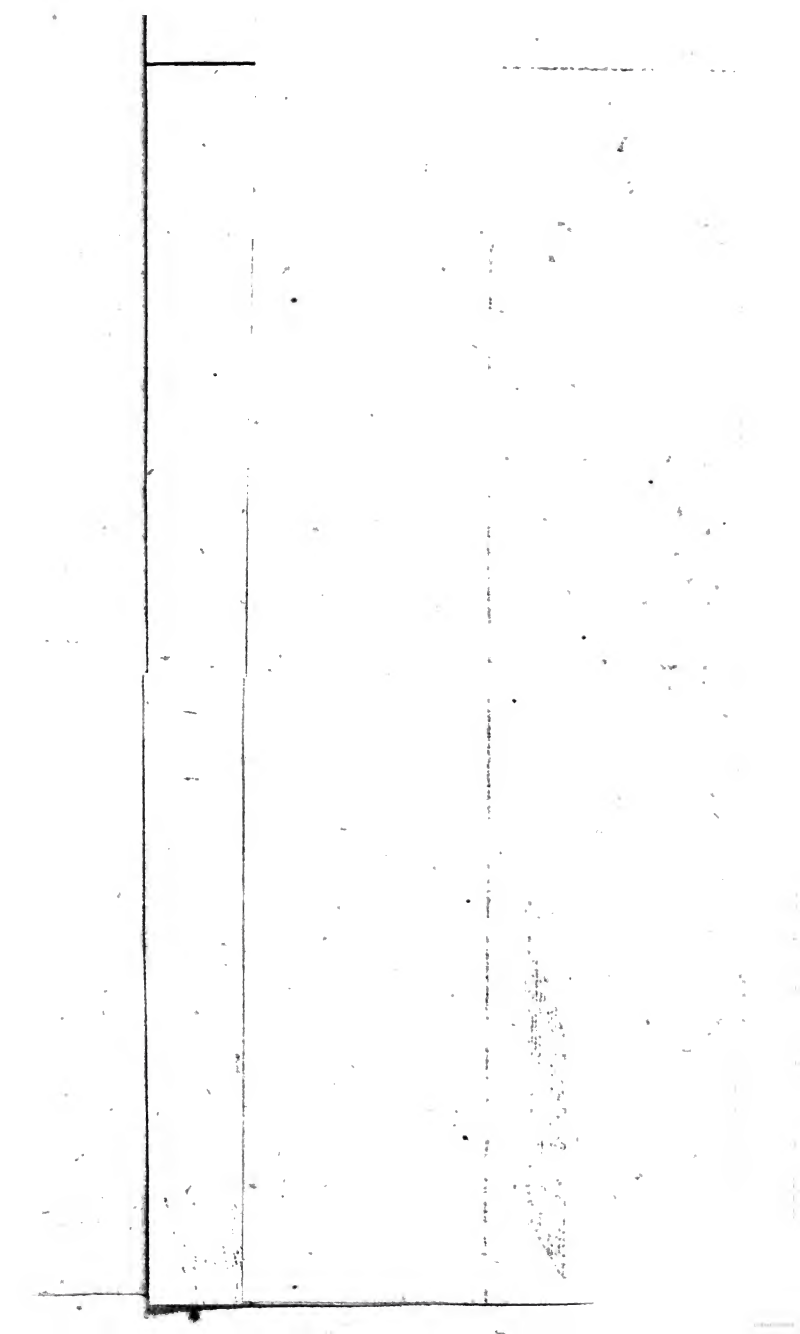
Mais qu'y a-t-il dans ce ſel qui puiſſe produire cette couleur? qu'eſt-ce que l'acide y dévelope? Ce doit être un ſouphre métallique ſubtil, mais extrêmement concentré. Cependant quoique cette conjecture ſoit aſſez bien fondée, je ne puis l'appuyer d'aucune démonſtration ſuffiſamment ſenſible.

Explication des Figures des Cryſtaux de Borax.

Les figures marquées *A*, repréſentent les cryſtaux de Borax brut, tel qu'il nous vient des Indes, & de leur grandeur naturelle. Ils ſont vus de differens côtés, ou en differentes poſitions, tant ſur leurs baſes, que ſur les côtés de leurs priſmes, afin qu'on apperçoive mieux l'obliquité de leurs priſmes, & la variété des échancrures qui ſe trouvent à l'extrémité des priſmes. Variétés dont il eſt parlé à la page 552 du Mémoire.

Les figures marquées *B*, ſont les mêmes cryſtaux, deſſinés plus grands qu'ils ne ſont naturellement, afin de faire mieux appercevoir les differences & les variétés de leur cryſtalliſation déja repréſentées dans les figures *A*.

SUR



SUR LA SECONDE INEGALITÉ DES SATELLITES DE JUPITER.

Par M. GRANDJEAN. *

LEs avantages que la Géographie a tirés de l'obſervation des Satellites de Jupiter, ont aſſez juſtifié les Aſtronomes des ſoins & du tems qu'ils ont employé à la correction de leurs Tables.

Les phaſes de ces Satellites que l'on obſerve le plus fréquemment, ſont leurs éclipſes dans l'ombre de Jupiter; & l'exactitude du calcul de ces éclipſes dépend principalement de trois élémens.

Le premier eſt le mouvement des Satellites autour de Jupiter.

Le ſecond, le mouvement de Jupiter autour du Soleil.

Le troiſieme enfin, & le plus conſiderable de tous, eſt compoſé de toutes les inégalités optiques ou apparentes, que la ſituation de la Terre à l'égard de Jupiter & les differentes propriétés de la lumiere peuvent produire; ſans parler de pluſieurs autres cauſes qui peut-être exiſtent, & ne nous ſont encore inconnues que par la grande diſtance de ces Aſtres à nous.

L'ombre de Jupiter décrit dans les orbes de ſes Satellites des arcs égaux à ceux que Jupiter lui-même décrit autour du Soleil.

* 17 Décemb. 1732.

Ainſi le tems entre deux immerſions eſt égal à une révolution périodique du Satellite plus au tems qu'il lui a fallu pour rejoindre l'ombre de Jupiter, qui pendant ſa révolution s'en étoit écartée d'une certaine quantité; ſi Jupiter & par conſéquent ſon ombre alloient toujours d'un pas égal, en ne conſiderant que cette cauſe, l'intervalle entre deux éclipſes ſeroit toujours égal à l'intervalle entre deux autres éclipſes: mais comme Jupiter va inégalement ſur ſon orbe, ſon ombre va auſſi inégalement dans les orbes des Satellites, & les Equations qui ſont néceſſaires pour avoir ſon vrai mouvement, étant ajoutées ou ſoustraites de ſon mouvement moyen, donneront le chemin de l'ombre dans les orbes de ſes Satellites; & ſi les Satellites n'avoient ni excentricité ni autre inégalité réelle, & que d'ailleurs leurs éclipſes ne fuſſent ſujettes à aucunes inégalités optiques, les Equations de Jupiter ſuffiroient pour avoir le tems de leurs éclipſes avec exactitude, & cette inégalité produite par celle de Jupiter même eſt ce que les Aſtronomes appellent *premiere inégalité des Satellites.*

Peu de tems après la premiere édition des Tables des Satellites de feu M. Caſſini, on s'apperçût d'une inégalité dans les éclipſes des Satellites qui les faiſoit retarder de 14 minutes d'heures dans la conjonction, & paroiſſoit dépendre des retours de la Terre à Jupiter; il n'y avoit pas lieu d'attribuer cette inégalité aux Satellites mêmes, c'eſt pourquoi M. Caſſini & M. Romer l'expliquerent par le mouvement ſucceſſif de la lumiere; ainſi Ju-

piter

piter étant plus éloigné de la Terre dans la conjonction que dans l'oppoſition, d'environ 66, 000, 000, de lieues, diametre de l'orbe annuel, ſi la lumiere a un mouvement ſucceſſif, il n'eſt pas étonnant qu'elle mette un tems ſenſible à parcourir cet eſpace, & par ce moyen on eſt parvenu à repréſenter aſſez juſte les obſervations du premier Satellite, ſur lequel ces deux Aſtronomes avoient fondé leur hypotheſe.

A l'égard des autres Satellites, il s'en faut bien qu'elle réponde aux apparences obſervées, & c'eſt ce qui avoit engagé M. Caſſini à l'abandonner entierement, comme il paroît par ce qu'il en dit à la fin des Hypotheſes de ces Satellites, imprimées d'abord en 1693, & depuis dans le Recueil des anciens Mémoires de l'Académie.

Malgré une autorité d'un ſi grand poids, cette ſuppoſition paroît ſi naturelle, que pluſieurs Phyſiciens l'ont adoptée, & l'ont ſoutenue avec chaleur; mais pour ne pas m'écarter de mon ſujet, je ne rapporterai ici que les preuves Aſtronomiques qui ont été données pour ou contre ſur cette matiere.

M. Halley donna en 1694, dans les Tranſactions Philoſophiques *, un Ecrit dans lequel il prétend prouver, par quelques obſervations qu'il rapporte, que c'eſt à tort que l'on a voulu rejetter l'hypotheſe de M. Romer, & que l'on peut très bien repréſenter par ſon moyen la plus grande partie des obſervations des Satellites; à quoi il ajoute que ſi l'on refuſe de

* N°. 214.

de l'adopter, il faut de néceſſité ſuppoſer aux Satellites mêmes une inégalité qui dépende du retour de la Terre à Jupiter, ce qui (ce ſont ſes propres mots) lui ſembleroit bien hardi.

Feu M. Maraldi donna en 1707 à l'Académie un Mémoire * ſur ce même ſujet, dans lequel il examine cette hypotheſe par pluſieurs obſervations, dont voici le réſultat.

Les ſecondes inégalités des quatre Satellites ne ſont point les mêmes, mais celles des Satellites les plus élevées ſont ordinairement les plus grandes, quoique cependant elles ne paroiſſent garder aucune règle conſtante, & que même il s'en rencontre avec des ſignes differens: ce qui eſt abſolument contraire au ſyſtême de M. Romer.

On n'obſerve point que le premier Satellite ſubiſſe une inégalité qui ait pour terme les retours de Jupiter à ſon aphélie, ce qui cependant devroit arriver, Jupiter étant plus près de nous dans le périhélie que dans l'aphélie d'environ $\frac{1}{4}$ du diametre de l'orbe annuel.

Depuis ce Mémoire on ne trouve ſur cette matiere que deux Ecrits imprimés parmi les Mémoires de l'Académie, tous deux du même M. Maraldi; l'un en 1712, dans lequel il rapporte une obſervation particuliere du 4me Satellite qui parut en partie éclipſé, d'où il tire la même inclinaiſon de ſon orbe qu'avoit déterminé M. Caſſini dans ſes Tables. L'autre en 1729 † tend à déterminer les

* *Mém. Acad.* 1707. *p.* 32.
† *Mém. Acad.* 1729. *p.* 553.

les Latitudes des Satellites, & dans ce Mémoire M. Maraldi fait remarquer une variation dans les demi-demeures dans l'ombre, prouvée par quantité d'obſervations qu'il explique par une variation dans l'inclinaiſon du Satellite.

M. Maraldi, ſon neveu, donna au commencement de cette année à l'Académie un Mémoire dans lequel il fait obſerver, 1°. Une inégalité dans le 4me Satellite, qu'il ſuppoſe venir de l'excentricité de cet Aſtre à Jupiter. 2°. La cauſe de l'augmentation de $\frac{1}{10}$ que M. Caſſini avoit été obligé de faire à la premiere Equation pour avoir le tems de ſes éclipſes avec exactitude, & qui, ſelon lui, n'eſt que l'excentricité de ce même Satellite. 3°. Une variation dans la demi-demeure dans l'ombre, qu'il explique, comme M. ſon oncle, par une variation dans l'inclinaiſon de l'orbite.

Il paroît donc, par tout ce que nous venons de rapporter,

1°. Que le 1er Satellite ſubit dans ſes éclipſes une inégalité proportionelle au changement de diſtance de la Terre à Jupiter: ce qui eſt conforme à l'hypotheſe.

2°. Que ce même Satellite ne paroît ſubir aucune inégalité proportionelle au changement de diſtance de Jupiter au Soleil, ce qui cependant devroit arriver ſuivant l'hypotheſe, Jupiter étant (toutes choſes d'ailleurs égales) plus près de la Terre dans ſon périhélie que dans ſon aphélie de $\frac{1}{4}$ du diametre de l'orbe annuel, ou de $\frac{1}{20}$ de l'orbe de Jupiter.

3°. Que la 2de inégalité des Satellites n'eſt

point la même dans les quatre Satellites, mais conſtamment plus grande dans ceux qui ſont plus élevés, & cela ſans garder aucune règle: ce qui eſt contraire à l'hypotheſe.

4°. Qu'une partie de ces inégalités ſe peut attribuer à une inégalité réelle, cauſée par l'excentricité de ces Aſtres.

5°. Qu'enfin les demeures dans l'ombre ſont ſujettes à des variations irrégulieres.

Ces raiſons ſemblent faire voir que l'hypotheſe du mouvement ſucceſſif de la lumiere ne convient qu'au 1er Satellite: comme on ne peut cependant l'admettre à ſon égard ſans l'admettre auſſi pour les autres, les réflexions que j'ai faites ſur cette matiere m'ont toujours fait ſoupçonner qu'il y avoit outre le mouvement ſucceſſif de la lumiere, quelque autre cauſe qui affectoit ces phénomenes, & cette cauſe ne peut être qu'optique, car quelque inégalité réelle qu'on veuille ſuppoſer aux Satellites, on ne pourra jamais expliquer tous les phénomenes obſervés.

Je vis d'abord qu'il falloit que cette inégalité agît avec des ſignes contraires ſur les immerſions & les émerſions, puiſqu'elle fait varier la demeure du Satellite dans l'ombre; qu'elle devoit en ſecond lieu agir differemment ſur les Satellites en raiſon du tems de leurs révolutions, puiſque les plus élevés ſont ſujets aux plus grandes inégalités; qu'enfin elle devoit détruire dans le premier l'effet de la ſeconde inégalité dépendant du changement de diſtance de Jupiter au Soleil. Voici, ſi je ne me trompe, d'où l'on peut déduire ces itrégularités apparentes.

Lors-

Lorſque l'on obſerve l'immerſion d'un Satellite, on le perd de vue quelque tems avant qu'il ſoit entierement plongé dans l'ombre, & dès que ſa partie qui reſte éclairée, n'envoye plus aſſez de rayons pour faire ſur nos yeux une impreſſion ſenſible.

Au contraire, lorſqu'on obſerve une émerſion, on ne commence à appercevoir le Satellite qu'au moment que ſa partie éclairée envoye aſſez de rayons pour être ſenſible à nos yeux, & non pas au moment qu'il ſort de l'ombre, lequel précède l'autre conſiderablement.

Si cette partie qu'on peut nommer *la moindre partie viſible*, étoit toujours de même grandeur, elle ne troubleroit en rien le calcul, puiſque ce ne ſeroit qu'une quantité conſtante à ajouter au tems de l'émerſion, & à ſouſtraire du tems de l'immerſion.

Mais cette moindre partie viſible doit varier ſuivant la plus grande ou la moindre intenſité de la lumiere des Satellites, puiſqu'une partie de moitié moins grande, mais de moitié plus éclairée, feroit ſur nos yeux la même impreſſion.

Il eſt encore évident que ſi l'on ſuppoſe cette moindre partie éclairée variable, par exemple, de $\frac{1}{2}$ du diametre du Satellite, plus le Satellite ſera éloigné, plus la variation dans les éclipſes ſera ſenſible, puiſque, par exemple, le 4me Satellite qui met 16 jours 18^{h} à tourner autour de Jupiter, employera ſurement beaucoup plus de tems à parcourir $\frac{1}{2}$ de ſon diametre, que le premier qui n'employe à faire ſon tour qu'un jour 18^{h} & demie.

Enfin cette variation doit s'appliquer aux immerſions & aux émerſions avec des ſignes contraires, puiſque plus la moindre partie viſible ſera grande, moins il faudra qu'il ſoit plongé dans l'ombre pour diſparoitre, & plus il faudra qu'il en ſoit ſorti pour reparoitre.

Il ſuit auſſi que l'Equation de cette inégalité s'appliquera toujours aux immerſions avec des ſignes contraires de l'Equation de M. Romer; car à meſure que la Terre s'éloignera de Jupiter, la lumiere du Satellite paroitra s'affoiblir, & la moindre partie viſible augmentant, les immerſions avanceront & anticiperont le calcul, pendant que le mouvement ſucceſſif de la lumiere les feroit retarder. D'où il ſuit que pour les immerſions l'Equation abſolue ſera la difference entre celle de M. Romer & la nôtre. Au contraire dans les émerſions notre Equation s'appliquant avec des ſignes contraires à ceux des immerſions, elle ſe trouvera affectée des mêmes ſignes que l'Equation de M. Romer, & dans ce cas l'Equation abſolue ſera la ſomme de celle de M. Romer & de la nôtre. Voyons maintenant quelles doivent être les règles de variation de l'intenſité de la lumiere des Satellites à notre égard.

Cette intenſité doit varier en deux manieres.

1°. En raiſon renverſée des quarrés de la diſtance de Jupiter au Soleil.

2°. En raiſon renverſée des quarrés de la diſtance de Jupiter à la Terre.

Dès que Jupiter s'éloigne de ſon aphélie, il

il s'approche continuellement du Soleil, & par conſéquent la moindre partie viſible des Satellites diminuant, les immerſions doivent tarder, puiſqu'il faut que le Satellite ſoit moins plongé dans l'ombre pour diſparoitre; par une raiſon contraire les émerſions doivent avancer, & par conſéquent de l'aphélie au périhélie les demi-demeures dans l'ombre doivent diminuer. Le contraire arrivera du périhélie à l'aphélie; mais à meſure que Jupiter s'approche du Soleil, il s'approche auſſi de l'orbe de la Terre, & la lumiere du Satellite augmente auſſi en raiſon inverſe des quarrés de cette diſtance.

Mais comme les Satellites ont des vîteſſes differentes, ſi l'on ſuppoſe que leurs moindres parties viſibles varient également, par exemple, de $\frac{1}{6}$ de chacun, les Satellites mettront à parcourir ces differences égales des tems differens, & qui ſeront entre eux comme les tems des révolutions périodiques des Satellites.

Il eſt donc évident qu'à proportion que Jupiter s'éloigne de ſon aphélie, les immerſions doivent tarder, les émerſions avancer, & les demi-demeures dans l'ombre diminuer en raiſon compoſée des quarrés de la diſtance de Jupiter au Soleil, des quarrés de la diſtance de Jupiter à la Terre, & du tems de la révolution périodique des Satellites.

Mais comme la vîteſſe du 1er Satellite eſt très grande, le tems qu'il met à parcourir la difference entre ſa plus graude & ſa plus petite partie viſible eſt très petite: on trouvera par le calcul que par rapport à l'excentricité

de

de Jupiter, elle ne varie que d'environ 2' $\frac{1}{2}$, quantité preſque égale, mais avec des ſignes contraires à la variation du mouvement ſucceſſif de la lumiere par rapport à cette même excentricité.

D'un autre côté, depuis l'oppoſition juſqu'à la conjonction la Terre s'éloigne de Jupiter ; donc l'intenſité de la lumiere des Satellites diminue à nos yeux, & par conſéquent la moindre partie viſible augmente ; donc les immerſions doivent avancer, les émerſions tarder, & la demeure dans l'ombre augmenter en raiſon des quarrés de la diſtance de la Terre à Jupiter, ou, ſi l'on veut, parce que l'Equation de M. Romer lui eſt proportionelle, en raiſon des quarrés de cette Equation.

Mais par la même raiſon que nous avons alléguée ci-deſſus, les Satellites les plus élevés ſouffriront une altération plus grande, & qui ſera proportionelle au tems de leur révolution périodique.

Donc l'Equation qui réſulte du mouvement annuel de la Terre ſera toujours en raiſon compoſée des quarrés de la diſtance de Jupiter à la Terre, & du tems périodique des Satellites.

Le rapport de ces inégalités connu, on s'attendroit peut-être à en déterminer aiſément la valeur. Mais comme on n'a pas fait attention à cette cauſe d'inégalité, les obſervations dont on s'eſt ſervi dans la conſtruction des Tables, en ſont affectées, & par conſéquent avant que de pouvoir rien déterminer par obſervation, il faudroit corriger

ſur

ſur ce principe, les Tables déja faites, tant des époques, que de la 1re & 2de Equation, ce qui exige que l'on connoiſſe parfaitement les obſervations ſur leſquelles elles ſont fondées, & qui n'ont pas été données au public. D'ailleurs cette recherche eſt extrêmement délicate, & exige des ſuites très longues d'obſervations très exactes. Ainſi je me contenterai de faire quelques réflexions ſur les obſervations des Satellites qui peuvent, ou ont pu ſervir à la conſtruction de leurs Tables.

Les phaſes écliptiques que l'on a, ſans doute, choiſies par préférence, pour déterminer les mouvemens des Satellites, y doivent être les moins propres de toutes, puiſque, comme nous avons vu dans le cours de ce Mémoire, elles ſont ſujettes à un grand nombre d'inégalités optiques, deſquelles il n'eſt pas facile de les dégager; & celles qui y ſeroient les plus propres, ſont les conjonctions inférieures dans leſquelles l'ombre des Satellites paſſe ſur le diſque de la Planete, puiſque cette ombre a un mouvement auſſi rapide que le Satellite, & n'eſt ſujette à aucune des inégalités optiques dont nous avons parlé.

Cette obſervation même peut ſervir également à déterminer le mouvement moyen des Satellites; &, ſi on la dégage de la premiere inégalité, à donner la valeur de l'Equation qui provient de l'excentricité du Satellite, ce qui détermineroit leur point apojove.

Sans doute on a fait dans la Table, la ſeconde

conde inégalité trop grande; lui ayant attribué l'effet produit par la variation de la lumiere.

Il ſe peut faire même que dans la premiere Equation, on ait introduit quelque partie de cette inégalité.

Au reſte, je ne prétends pas que cette illuſion d'Optique ſoit la ſeule qui ait lieu dans cette matiere; peut-être en découvrira-t-on d'autres par la ſuite. Mais au moins connoiſſant celle-ci, nous en connoitrons une des plus certaines, & même une des plus conſiderables, ſi l'on peut s'en rapporter au petit nombre d'obſervations propres à la déterminer, qui ont été publiées. Mais avant que de prétendre porter les Tables des Satellites à leur perfection, il faudroit pouvoir s'aſſurer de la ſituation & du retour de leurs taches; car le moment de leurs éclipſes dépend, comme nous avons vu, de la force & de la vivacité de leur lumiere, & les taches peuvent quelquefois la diminuer juſqu'au point de faire preſque diſparoitre le Satellite, indépendamment de l'ombre de Jupiter; l'obſervation de M. Bianchini, rapportée en 1712, en eſt une preuve. Enfin il eſt de fait, que la differente opacité de notre air peut accélérer ou retarder le moment de l'Immerſion & de l'Emerſion, & tous ceux qui ont obſervé les Satellites ont pu remarquer cette apparence.

On m'objectera peut-être, que la variation des Eclipſes dépendant, ſelon moi, de l'éloignement des Satellites, on y pourroit remédier, en ſe ſervant de plus longues Lunettes;

tes; & parce que la proportion ſuivant laquelle les Lunettes font varier les Eclipſes, eſt connue, ou ſuppoſée telle, on en tireroit la valeur de l'Equation que je propoſe, beaucoup plus petite que je ne la dois ſuppoſer, pour m'accorder aux obſervations.

Mais, une légere attention aux principes les plus connus de la Dioptrique, & à ceux que j'ai établis dans ce Mémoire, ſuffira pour applanir entierement cette difficulté.

Car ce n'eſt pas ſeulement la diminution de l'angle ſous lequel on voit le diametre des Satellites, qui fait avancer ou retarder leurs éclipſes, mais encore la diminution de leur lumiere: or les Lunettes augmentent bien le diametre apparent du Satellite plus les unes que les Autres, mais elles augmentent toutes la lumiere également. Donc quelle que ſoit la grandeur des Lunettes dont on ſe ſert, on ne compenſera jamais l'inégalité produite par la variation de l'intenſité de la lumiere, mais ſeulement celle qui vient de la diminution du diametre du Satellite en raiſon de ſa diſtance, qui eſt beaucoup plus petite.

SUR

SUR QUELQUES ACCIDENS REMARQUABLES DANS LES ORGANES DE LA CIRCULATION DU SANG.

Par M. MORAND.

LEs Vaiſſeaux ſanguins peuvent ſe dilater peu à peu, ou ſe rompre tout à coup. La dilatation des gros Vaiſſeaux doit néceſſairement produire un dérangement dans la circulation du ſang; leur rupture doit l'interrompre, & cauſer la mort ſubite. Il n'eſt pas difficile de concevoir comment des tuyaux, dont pluſieurs ſont aſſez minces dans l'état naturel, devenus plus minces par quelque vice particulier, cèdent en quelque endroit à l'impulſion du ſang, ſi ſa vîteſſe eſt augmentée par quelque cauſe que ce ſoit; & l'on pourroit être étonné de ce que cela n'arrive pas plus ſouvent. En effet, ſi on ſuppoſe le diametre naturel d'une artere diminué en un endroit quelconque, ſoit par la compreſſion de quelque corps qui rapproche les parois du vaiſſeau de ſon axe, ſoit par obſtruction dans la cavité du vaiſſeau, il ſuit que l'artere eſt diſpoſée à s'élargir dans quelque point entre le cœur & l'endroit du retréciſſement; & c'eſt une choſe que Lanciſi explique clairement dans ſon Traité *De motu*

motu cordis & aneuriſmatibus, en prouvant que dans le cas ſuppoſé, le ſang fait deux ſortes d'efforts contre les parois du vaiſſeau, parce qu'au mouvement direct du ſang ſelon l'axe du vaiſſeau, il faut ajouter le mouvement réfléchi des parties du ſang qui rencontre l'obſtacle par lequel le diametre de l'artere eſt diminué.

Ce qui arrive aux arteres peut arriver au cœur : les anevriſmes du cœur ſont l'objet de la ſeconde partie de ce même Traité de Lanciſi, & on en conclud aiſément que dans beaucoup de maladies, le cœur ſe dilate au-delà de ſa diaſtole réguliere, & que ſes anevriſmes doivent être plus communs qu'on ne penſe. Lanciſi en produit pluſieurs exemples qui paroiſſent ſinguliers; cependant il ne manque aux obſervations de ceux qui avant lui avoient remarqué des dilatations extraordinaires du cœur, que d'avoir été rapportées au cas de l'anevriſme plus commun dans les arteres.

Du Laurent parle dans ſes Queſtions d'Anatomie, d'un Ambaſſadeur de Toſcane en France, qui mourut ſubitement, & *dont on trouva*, dit-il, *le cœur accru à une telle grandeur qu'il rempliſſoit quaſi toute la poitrine.*

Thomas Bartholin, faiſant le détail de l'ouverture d'un Phthiſique, rapporte que le cœur étoit ſi grand, *ut ſæpè in bobus non majus ſit aut ponderoſius.*

On trouve deux exemples de pareille choſe dans les Oeuvres poſthumes de Malpighi: *cordis ventriculos ita ampliatos conſpexi, ut alterum cor continere potuiſſent*; & trois autres dans

dans le *Sepulcretum Boneti*. Cette maladie ne peut donc etre regardee comme nouvellement connue; cela n'ôte rien au mérite de la Théorie générale, qui fait un des principaux objets du Traité de Lancisi; & on doit convenir que ſes Recherches ſur les anevriſmes, qui ſont une ſuite de celles qu'il avoit faites ſur les cauſes de la mort ſubite, ne ſont pas vaines, puiſqu'il en déduit des ſignes par leſquels on peut les prévoir, & preſque les prédire.

A l'égard de la rupture du cœur, Lancisi paroit n'en avoir point vu; il eſt probable qu'il en auroit fait mention: ainſi les exemples que j'en produirai ici, en ſont d'autant plus remarquables. Quand on connoit la ſtructure du cœur, l'entrelacement de ſes fibres, la force de ſes colomnes charnues, l'uſage des valvules, & des cordes tendineuſes attachées aux colomnes charnues, on ne peut s'empêcher d'être étonné de voir qu'il arrive rupture à cet organe.

L'année 1730 en a fourni deux exemples, l'un en la perſonne de Madame la Ducheſſe de Brunſwick, l'autre en celle d'un Homme de condition, dont j'ai fait l'ouverture. Le premier fait fut répandu d'abord dans les Nouvelles publiques, il avoit été obſervé par M. Lemery qui étoit Médecin de la Princeſſe, & qui a bien voulu me permettre d'en faire uſage. M. Grandmont, Chirurgien, qui a fait l'ouverture, m'a rapporté que dans Madame de Brunſwick, le ventricule droit du cœur étoit percé d'un trou ou déchirure qui le traverſoit dans toute ſon épaiſſeur; les deux

deux ouvertures & tout le trajet de l'une à l'autre contenoient des filets de ſang coagulé, qui étoient les veſtiges de celui qui avoit paſſé du ventricule dans le péricarde; il n'y avoit point de ſang dans le ventricule droit, & le gauche en étoit plein; celui qui du ventricule percé étoit tombé dans le péricarde, étoit coagulé, & on en tira plus de ſix onces, non compriſe la ſéroſité du ſang qui étoit ſéparée du caillot.

Mais quoique ce fait ſoit ſingulier, ce n'eſt encore que le ventricule droit, c'eſt le moins épais, & ſes fibres ſont moins ſerrées; le gauche eſt beaucoup plus épais, & beaucoup plus fort.

C'eſt le ventricule gauche qui étoit ouvert dans l'Homme de condition, dont je fis l'ouverture. Je ne trouvai rien de ſingulier, ni à la tête, ni au ventre, & l'état ſain des poumons paroiſſoit ne rien laiſſer à reconnoître ſur la cauſe de ſa mort, lorſque n'ayant plus que le cœur à examiner, j'ouvris le péricarde; il ſe préſenta d'abord une maſſe rouge, faite d'un caillot de ſang très ferme, moulé par ſa ſurface interne à la convexité du cœur, & par l'externe à la cavité du péricarde; je le diviſai en deux pour l'ôter; il ne fut point peſé, mais ſa maſſe pouvoit répondre à la quantité de deux palettes de ſang. Ayant bien détaché tout ce qui environnoit le cœur, je le conſiderai quelque tems ſans le remuer, & je ne vis rien à toute la ſurface du ventricule antérieur, qu'on nomme communément le droit; je pris le cœur par ſa pointe, & l'ayant, pour ainſi dire,

dire, retourné, je vis à la ſurface & au milieu du ventricule gauche, ou poſtérieur, une tache noirâtre, étroite, longue d'environ huit lignes; j'y portai une ſonde qui entra ſans peine dans le ventricule gauche, & qui parcouroit auſſi ſans violence toute l'étendue de la déchirure; j'ouvris alors le ventricule, & je n'y trouvai de ſang que le filet coagulé qui ſervoit à remplir la déchirure, & dont un petit bout flotoit dans la cavité du ventricule; je le retirai par dedans, & la tache noire que j'avois vue en dehors diſparut, ce qui démontroit ſans équivoque, la trace de la rupture: les autres parties étant parfaitement ſaines, la cauſe de la mort ſubite reſtoit bien prouvée.

Pour expliquer comment, dans les deux cas que j'ai rapportés, les ventricules du cœur ont pu s'ouvrir ſans cauſe extérieure, il faut remarquer que dans le premier, il y avoit une éroſion aux fibres charnues du ventricule droit, qui ſembloient avoir été ulcerées & creuſées peu à peu juſqu'au trou qui ouvroit le ventricule; & que dans le ſecond, la chair du cœur étoit devenue molle au point qu'en quelque endroit qu'on préſentât le bout d'une ſonde, ſans l'appuyer, elle entroit & traverſoit le cœur par le ſimple poids de l'inſtrument qui n'eſt pas conſiderable.

Donc la rupture de cet organe ſera raiſonnablement attribuée à l'amolliſſement de ſes fibres, ou à un ulcere qui en aura uſé l'épaiſſeur. On trouve pluſieurs exemples de l'ulcere, dans le Recueil de Bonetus, mais un ſeul de la moleſſe.

Les

Les exemples de la rupture du cœur qui en réſulte quelquefois, ſont rares. M. Morgagni en cite un dans ſes *Adverſaria*, & trouve le fait ſingulier. On obſervera cependant que c'étoit à la pointe que le cœur étoit percé, & c'eſt l'endroit le plus mince. Bohnius en cite un autre du ventricule gauche près de l'embouchure de l'aorte; & Bonetus, de la cloiſon ou *Septum medium*.

Ces ſortes de ruptures ſont moins rares dans les gros vaiſſeaux, ſur-tout dans les veines, qui outre cela peuvent encore ſe desunir à l'endroit de leur jonction avec le cœur.

Quoique la jonction des vaiſſeaux ſanguins avec le cœur paroiſſe aſſez ferme, on voit cependant dans un cœur cuit, avec quelle facilité ils ſe détachent du cœur à ſa baſe. Bellini a vu dans des gens morts ſubitement, la veine pulmonaire détachée de l'oreillette gauche; ce qui s'explique, en diſant que cette oreillette étant engorgée par un polype, ou comprimée par dehors, le ſang qui revient du poumon, trouve de la réſiſtance, ce qui occaſionne un amas de ſang dans le ſac pulmonaire, & en conſéquence, une dilatation extraordinaire de la veine, qui augmente à tel point qu'elle ſe décolle d'avec l'oreillette. La même choſe, dit Bellini, peut arriver à la veine-cave, dans ſa jonction avec l'oreillette droite, mais il ne dit point l'avoir vu.

Indépendamment de l'anevriſme & de la rupture du cœur, il y a une quantité prodigieuſe d'obſervations écrites ſur d'autres cauſes,

ſes, capables d'altérer ou d'interrompre ſon mouvement. Mais en voici une qui eſt moins connue, & qui eſt relative à la palpitation.

C'eſt un battement continuel des veines jugulaires, pareil au battement des arteres, que j'ai obſervé en 1731, dans une femme d'environ 50 ans. Cette femme étoit ſujette à des défaillances, qui d'abord l'incommodoient peu, mais qui par les ſuites, devinrent ſi fréquentes qu'elle appella du ſecours: je m'informai des circonſtances de ſon mal, je lui trouvai de la palpitation, & je lui remarquai deux vaiſſeaux gros comme le pouce, un de chaque côté du cou, qui battoient comme des arteres, & qui avoient quelquefois des mouvemens redoublés les uns ſur les autres. La ſituation ſuperficielle de ces vaiſſeaux, & leur peu d'épaiſſeur, annonçoient aſſez les veines jugulaires externes; mais il n'y avoit plus à en douter, quand on mettoit le pouce deſſus, car la partie du vaiſſeau au-deſſus du pouce reſtoit très gonflée & ſans mouvement, celle qui étoit au-deſſous, perdoit la moitié du volume qu'elle avoit avant que d'être comprimée, & ſon mouvement étoit bien moins vif. Ces battemens n'étoient pas plus réguliers que ceux de l'artere du pouls, qui étoit preſque toujours en palpitation.

En 1704, M. Homberg fit part à l'Académie, d'une obſervation preſque pareille. Une Dame étoit ſujette à des palpitations de cœur qui accompagnoient ſon aſthme; dans les accès, on ſentoit aux veines du cou, & de plus à celles du bras, un battement très ſen-

ſenſible, dont la fréquence étoit peu differente de celle des arteres, & quand l'accès étoit fini, le battement des veines diſparoiſſoit. Lanciſi donne deux exemples, dans ſon Traité *De motu cordis*, de ce battement des veines, qu'il appelle dans un endroit, *undulatio*, dans un autre, *fluctuatio jugularium*. Nos trois obſervations rapprochées, ont une particularité qui ne doit pas être omiſe ici. C'eſt qu'elles ſont expliquées differemment, & qu'elles établiſſent chacune une cauſe differente du même effet.

Dans la femme qui fait le ſujet de mon obſervation, je jugeai qu'il y avoit un polype dans l'oreillette droite du cœur; dans cette ſuppoſition, j'expliquois aiſément ce battement des jugulaires qui étoit peut-être auſſi dans les ſouclavieres; en effet, le ſang apporté par les jugulaires & les ſouclavieres dans l'oreillette droite du cœur, la trouvant preſque pleine d'une concrétion polypeuſe, devoit reſter en partie dans ces veines, & le polype jettant des branches dans les mêmes veines, devoit diriger le refoulement du ſang qui ſe faiſoit de l'oreillette dans ces veines, dans le tems de la ſyſtole de l'oreillette; car les battemens de ces veines, & la ſyſtole de cette oreillette devoient être iſochrones. Cette femme étant morte, le jugement que j'en avois porté ſe trouva vrai de tout point, par l'ouverture que je fis du cadavre.

Dans l'obſervation de M. Homberg, les polypes étoient dans les troncs des deux groſſes arteres, il n'y en avoit point dans les veines; le ſang entroit donc aiſément dans

les ventricules, mais il trouvoit de la peine à en ſortir: celui qui entroit dans le ventricule droit y reſtoit en partie, & le dilatoit, ce qui cauſoit enſuite des contractions convulſives & des palpitations; ces palpitations violentes & redoublées pouſſoient le ſang contre les valvules, il les forçoit & communiquoit ſes ſecouſſes à la colomne du ſang apporté par la veine-cave.

Lanciſi explique ſon obſervation par la dilatation de l'oreillette droite du cœur, & de la racine de la veine-cave, de façon que les valvules ne peuvent plus ſe joindre exactement pour en fermer l'entrée: alors dans la ſyſtole du ventricule droit, le ſang eſt refoulé du ventricule dans la veine-cave & dans les jugulaires enſuite, & le conflict du ſang qui arrive aux jugulaires, dans le tems que celui-ci en eſt rechaſſé, fait dans cet endroit une eſpece de flux & de reflux ſingulier. Cette ondulation des jugulaires eſt, ſelon Lanciſi, un ſymptome néceſſaire de la dilatation de la racine de la veine-cave, de l'oreillette & du ventricule droit.

Les exemples que je viens de rapporter, font voir que le battement de quelques veines s'explique naturellement de pluſieurs indiſpoſitions du cœur; & je croirois preſque, que c'eſt faute d'obſerver, ſi on ne l'a pas remarqué plus ſouvent, auſſi-bien que les anevriſmes du cœur.

SOLU-

SOLUTION D'UN PROBLEME DE GEOMETRIE.

Par M. CLAIRAUT.

PROBLEME.

TRouver la Courbe * AFM *qui ait cette propriété, qu'en la faisant tourner autour du point* A, *& en marquant dans chacune de ses positions les points* M *&* m *qui soient les plus éloignés de la droite* AC, *on forme une courbe* AmM *dont les segmens* AOMmA *soient en raison donnée avec les segmens* AFMO *de la courbe* AFM.

M. Cramer, Professeur de Mathématiques à Geneve, est l'Auteur de ce Problême, dont il m'avoit mandé avoir la Solution. Voici celle que j'en ai trouvée.

Plusieurs personnes de l'Académie en ont donné de differentes, on les trouvera ci-après.

† SOLUTION. Au lieu de faire tourner la courbe *AFM*, je la suppose fixe, & à chaque point *M* je mène une tangente *PM*, sur laquelle j'abbaisse la perpendiculaire *AP*, & je dis que la courbe *AmM* est celle dont les coordonnées sont *AP* & *PM*; alors nommant *AM*, *y*, *rm*, *dy*, *Mr*, *dx*, *AP*, *u*, *PM*,

* Fig. 1. † Fig. 2.

PM, t, on aura $yy = uu + tt$, $tdx = udy$, & il ne faudra plus que trouver la valeur du ſegment d'une courbe dont l'abſciſſe eſt AP, u, & l'ordonnée PM, t. Pour cela, ſoit AGM cette courbe, la valeur de l'eſpace *$AGMP$ ſera $\int t\,du$, en faiſant ſur l'axe AQ, perpendiculaire à AP, la courbe AHM égale à la courbe AGM, l'eſpace $APMH$ ſera égal à $\int u\,dt$, & par conſéquent $AGMH$, double du ſegment $AGOM$ de la courbe AGM, ſera $\int t\,du - \int u\,dt$.

On aura donc, par les conditions du Problême, $t\,du - u\,dt = my\,dx$. En prenant dans $u\,dy = t\,dx$, la valeur de dx, la ſubſtituant dans $t\,du - u\,dt = my\,dx$, on aura $tt\,du - ut\,dt = myu\,dy$, d'où on chaſſera tt & $t\,dt$ par le moyen de l'Equation $tt + uu = yy$, & l'on aura $y\,du = (m+1)\,u\,dy$, qui donne $\frac{du}{u} = (m+1)\,\frac{dy}{y}$, ou en intégrant $lA + lu = (m+1)\,ly$, ou $Au = y^{m+1}$.

Par le moyen de cette Equation, on aura facilement celle de la courbe AFM, & celle de la courbe AmM; car mettant pour u ſa valeur $\frac{y\,dx}{ds}$ que donnent les triangles ſemblables † APM, Mmr, on aura $\frac{Ay\,dx}{ds} = y^{m+1}$, ou $dx = \frac{y^m\,dy}{\nu(AA - y^{2m})}$ qui exprime une courbe Géométrique, lorſque m eſt un nombre rationel.

Pour

* Fig. 3. † Fig. 2.

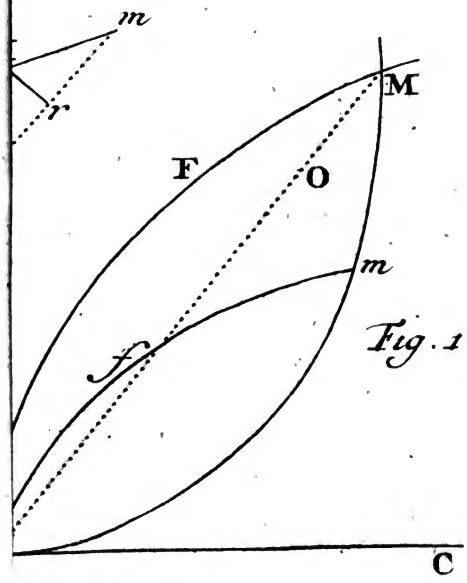
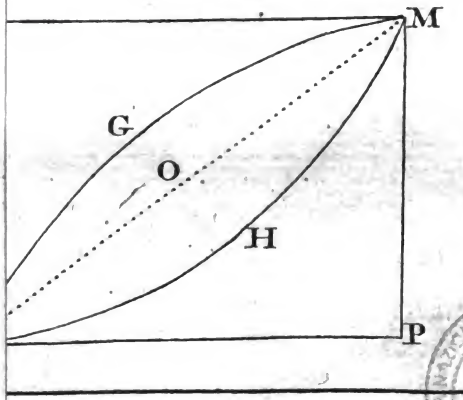


Fig. 1.



Digitized by Google

Pour avoir la courbe AmM, il faut mettre dans $Au = y^{m+1}$ à la place de y sa valeur $\sqrt{(uu+tt)}$, & l'on aura $Au = (uu+tt)^{\frac{m+1}{2}}$.

SOLUTION DU MÊME PROBLEME.

Par M. NICOLE. *

PROBLEME.

SOIT une Courbe † $ADMhl$, dont le petit côté Mh est parallele à la droite AB donnée de position.

Si l'on fait tourner cette courbe circulairement sur le point A, de maniere que le point h décrive le petit arc de cercle hm, & le point M, le petit arc de cercle MS, de telle grandeur que le petit côté hl de la courbe qui suivoit immédiatement Mh dans la premiere situation, soit en mL de la seconde, & se trouve à son tour parallele à la même droite AB, & ainsi de suite à l'infini.

Cela posé, si l'on fait passer par l'infinité de points M & m, déterminés de cette façon, la courbe $AEMm$, & que l'on mène la droite AM, on demande la nature de la courbe $ADMh$, dont l'espace $ADMA$, dans toutes les situations où elle se trouve, soit à

* 6 Decemb. 1732. † Fig. 1.

à l'espace $AEMA$ de la seconde courbe dans la raison donnée de p à q.

SOLUTION I.

Soit nommé les ordonnées AM, Ah, Al, y, le petit arc $MG = hT = dx$, les côtés Mh, hl, de la courbe $= ds$, Gh, ou Tl, sera dy.

Pour satisfaire à la premiere condition, je remarque que le petit côté hl peut devenir parallele à AB de deux manieres; l'une, en transportant le petit côté hl en hi, de maniere que l'angle lhi soit l'angle de contingence; & l'autre, en transportant la courbe AMh en ASm. Il faut donc que l'angle lhi de contingence soit égal à l'angle $hAm = GAO$, ainsi on aura cette proportion $lh . li :: AG . GO$, mais li est l'arc qui mesure l'angle de contingence, & est exprimé par $\frac{ds^2dx - ydxddy}{yds}$, lorsque dx est constant.

On aura donc $ds . \frac{ds^2dx - ydxddy}{yds} :: y . \frac{ds^2dx - ydxddy}{ds^2} = GO$. Donc $MO = GO - GM = \frac{ds^2dx - ydxddy}{ds^2} - dx = \frac{-ydxddy}{ds^2}$.

Par la seconde condition il faut que le triangle AMG, élément de l'espace ADM, soit au triangle AMO, élément de l'espace AEM, comme p à q. On aura donc $dx . - \frac{ydxddy}{ds^2}$

::

:: $p . q$, qui donne $q\,dx = \frac{-ypdxddy}{ds^2}$ ou $q\,ds^2 + pydddy = 0$; mais $ds^2 = dx^2 + dy^2$, donc $ddy = \frac{dsddy}{dy}$ en mettant pour ddy cette valeur, il vient $qdyds^2 + pyds\,ddy = 0$, ou $\frac{p}{q} - yds\,ddy + dyds^2 = 0$. Pour intégrer cette quantité, il faut la muliplier par $ds^{\frac{p}{q}-2}$ & elle deviendra $\frac{p}{q} ds^{\frac{p}{q}-1} ddy \times y + ds^{\frac{p}{q}} \times dy = 0$; dont l'intégrale eſt $yds^{\frac{p}{q}}$, qui doit être égal à une quantité conſtante. Soit cette quantité $adx^{\frac{p}{q}}$, on aura donc $y\,ds^{\frac{p}{q}} = adx^{\frac{p}{q}}$, ou $dsy^{\frac{q}{p}} = dx \times a^{\frac{q}{p}}$, ou $y^{\frac{2q}{p}} \times \overline{dx^2 + dy^2} = a^{\frac{2q}{p}} \times dx^2$, qui donne $\frac{y^{\frac{q}{p}}\,dy}{\sqrt{a^{\frac{2q}{p}} - y^{\frac{2q}{p}}}} = dx$ pour l'Equation de la courbe cherchée ADM.

Si l'on nomme le petit arc Mo, dz, on

aura $dz = \frac{q y^{\frac{q}{p}} dy}{\sqrt{a^{\frac{2q}{p}} - y^{\frac{2q}{p}}}}$, pour l'Equation de la courbe AEM.

Si l'on ſuppoſe $p = q$, la premiere Equation deviendra $\frac{y dy}{\sqrt{aa - yy}} = dx$, dont l'intégrale eſt $-\sqrt{aa - yy} = x$, qui donne $y = \sqrt{aa - xx}$, qui eſt à un cercle, dont le diametre eſt a; la ſeconde Equation donne auſſi $y = \sqrt{aa - zz}$, qui eſt au même cercle. Donc dans ce cas, ces deux courbes ſont le même cercle.

SOLUTION II.

* Si l'on tire toutes les lignes, telles qu'on les voit dans la Figure. AQ & QM ſont les coordonnées perpendiculaires de la courbe $AEMm$; MNF eſt ſa tangente en mM, & AF eſt perpendiculaire ſur cette tangente. AP & PM ſont les coordonnées perpendiculaires de la courbe AMh. Cela poſé, il eſt clair que le triangle $AMhA$ eſt l'élément de l'eſpace $ADMA$, & que le triangle $AMmA$ eſt l'élément de l'eſpace $AEMA$. Mais comme Mh, en quelque endroit que ſe trouve le point M, eſt toujours parallele à AB, le triangle AMh ſera $\frac{1}{2} MQ \times Mh$, & le triangle AMm ſera $\frac{1}{2} AF \times Mm$. Il faut donc que $MQ \times Mh . AF \times Mm :: p . q$.

Et

* Fig. 2.

Et ſi l'on ſuppoſe les lignes $AQ=z$, $QM=u$, $AP=x$, $PM=y$, $Qq=Mt$ ſera $=dz$, $mt=du$, $Pp=MK=dx$, $hK=dy$, & $Mh=ds$, on aura ces analogies $du \,.\, dz :: u \,.\, \frac{udz}{du}=QN$; donc $AN=\frac{zdu-udz}{du}$, & $\sqrt{du^2+dz^2}\,.\,du :: \frac{zdz-udz}{du} \,.\, \frac{zdu-udz}{\sqrt{dz^2+du^2}}=AF$. Les triangles ſemblables Aqm, mth donneront auſſi $z \,.\, u :: du \,.\, \frac{udu}{z}=th$. Donc $Mh=dz+\frac{udu}{z}=\frac{zdz+udu}{z}$.

Si donc on ſubſtitue pour $MQ \times Mh \,.\, AF \times Mm :: p \,.\, q$ leurs valeurs analytiques, on aura $\frac{uzdz+uudu}{z} \,.\, zdu-udz :: p \,.\, q$. D'où l'on tire $quzdz+quudu=pzzdu-puzdz$, ou $\overline{p+q} \times uzdz=pzzdu-quudu$, ou $\overline{p+q} \times zdz \times u-pzz \times du=-quudu$.

Pour intégrer cette quantité, il faut la multiplier par $\frac{z^{p+q-2}}{u^{p+1}}$, & l'on aura $\overline{p+q} \times z^{p+q-1}\,dz \times u^{-p}-pu^{-p-1}\,du \times z^{p+q}=-qu^{-p+1}\,du \times z^{p+q-2}$, l'intégrale du premier membre eſt $\frac{z^{p+q}}{u^p}$, l'intégrale du ſecond membre ſe peut trouver dans la ſuppoſition de $p+q=2$, car alors il devient

$-qu^{-p+1}du$, dont l'intégrale eſt $\frac{-q}{2-p} \times u^{2-p} + a^{2-p}$.

On aura donc dans cette ſuppoſition $\frac{z^p+q}{u^p} = a^{2-p} - \frac{q}{2-p} \times u^{2-p}$ ou $zz = a^q \times u^p - uu$, pour l'Equation de la courbe $AEMm$ qui ſera toujours Géométrique, & qui ſatisfera à tous les cas poſſibles.

Car quoique $p+q$ ſoit $=2$, le rapport de $p \cdot q$ peut être tel qu'on voudra.

Si $p=1$, q ſera $=1$, & l'Equation deviendra $zz=au-uu$ qui eſt au cercle.

Si $p=\frac{4}{3}$, $q=\frac{2}{3}$, on aura $zz=a^{\frac{2}{3}} \times u^{\frac{4}{3}} - uu$, ou $\overline{zz+uu}^{3} = aau^4$.

Si $p=\frac{3}{2}$, & $q=\frac{1}{2}$, on aura $zz=a^{\frac{1}{2}} \times u^{\frac{3}{2}} - uu$, ou $\overline{zz+uu}^{2} = au^3$.

Si $p \cdot q :: 3 \cdot 2$, on aura $p=\frac{3}{2}q$, & $\frac{5}{2}q=2$, ou $q=\frac{4}{5}$, $p=\frac{6}{5}$, & $zz=a^{\frac{4}{5}} \times u^{\frac{6}{5}} - uu$, ou $\overline{zz+uu}^{5} = a^4u^6$.

Si $p \cdot q :: \sqrt{7} \cdot \sqrt{3}$. Donc $p=\frac{q\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$, & $q+\frac{q\sqrt{7}}{\sqrt{3}}=2$. Donc $q=\frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$, & $p=\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{21}+3}$. Donc $zz=a^{\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{7}}} \times u^{\frac{2\sqrt{7}}{3+\sqrt{21}}} - uu$, qui don-

donne $zz = a^{\frac{2\nu_3}{3+\nu_{21}}} \times u^{\frac{2\nu_7}{3+\nu_{21}}} - uu$, ou $zz + uu = a^{\frac{2\nu_3}{3+\nu_{21}}} \times u^{\frac{2\nu_7}{3+\nu_{21}}}$.

Pour trouver maintenant l'Equation de la courbe $AMhi$, on fera toutes ces analogies

$MK\,(dx)\,.\,Mh\,(ds) :: AP\,(x)\,.\,\frac{x\,ds}{dx} = AR.$

$MK\,(dx)\,.\,Kh\,(dy) :: AP\,(x)\,.\,\frac{x\,dy}{dx} = PR$; donc $MR = \frac{y\,dx - x\,dy}{dx}$.

$Mh\,(ds)\,.\,MK\,(dx) :: MR\left(\frac{y\,dx - x\,dy}{dx}\right).\,\frac{y\,dx - x\,dy}{ds} = MQ = u.$

$AP\,(x)\,.\,PR\left(\frac{x\,dy}{dx}\right) :: MQ\left(\frac{y\,dx - x\,dy}{ds}\right).\,\frac{y\,dx\,dy - x\,dy^2}{ds\,dx} = QR.$

Donc $AR + RQ = z = \frac{x\,ds}{dx} + \frac{y\,dx\,dy - x\,dy^2}{ds\,dx} = \frac{x\,dx + y\,dy}{ds} = z.$

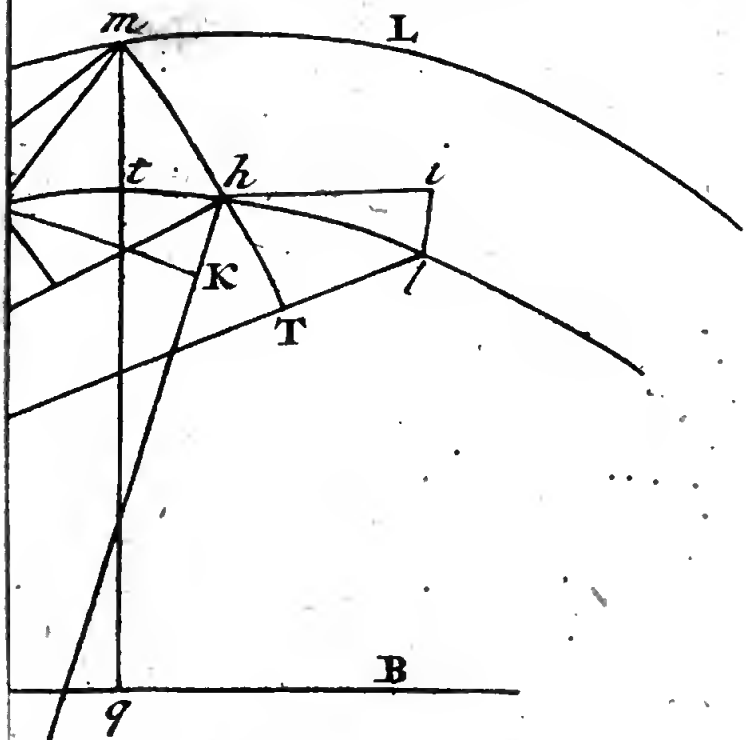
Si donc on substitue dans l'Equation $zz = a^q u^p - uu$, ou $zz + uu = a^q u^p$, pour z & u, les valeurs que l'on vient de trouver, on aura

$$\frac{xx\,dx^2 + 2xy\,dx\,dy + yy\,dy^2 + yy\,dx^2 - 2xy\,dx\,dy + xx\,dy^2}{dx^2 + dy^2} = a^q \times \frac{\overline{y\,dx - x\,dy}^p}{ds^p} = xx + yy,$$

Si pour simplifier cette Equation, on fait $\sqrt{xx+yy} = r = AM$, & que le petit arc MG soit $dt = \sqrt{Mh^2 - Gh^2}$, on aura $dt = \sqrt{dx^2 + dy^2 - \frac{xxdx^2 - 2xydxdy + yydy^2}{xx+yy}}$ $= \frac{ydx - xdy}{\sqrt{xx+yy}}$, & $ds = \sqrt{dr^2 + dt^2}$.

Ainsi en substituant dans l'Equation $xx+yy = a^q \times \frac{ydx - xdy}{ds}^p$, les valeurs que l'on vient de trouver, on aura $rr = \frac{a^q \times dt^p \times r^p}{ds^p}$, ou $rr = \frac{a^q \times dt^p \times r^p}{\sqrt{dr^2 + dt^2}^p}$, ou $\frac{rr \times \sqrt{dr^2 + dt^2}^p}{r^p} = a^q \times dt^p$, ou $r^{2-p} \times \sqrt{dr^2 + dt^2}^p = a^q \times dt^p$, mais $2 - p = q$. Donc $r^q \times \sqrt{dr^2 + dt^2}^p = a^q \times dt^p$, ou $r^{\frac{q}{p}} \times \sqrt{dr^2 + dt^2} = a^{\frac{q}{p}} \times dt$, qui donne $dt = \frac{r^{\frac{q}{p}} dr}{\sqrt{a^{\frac{2q}{p}} - r^{\frac{2q}{p}}}}$; comme on avoit trouvé par une autre voye.

SO-



BIBLIOTECA NAZIONALE

SOLUTION DE DEUX PROBLEMES DE GEOMETRIE.

Par M. DE MAUPERTUIS. *

PROBLEME. I.

† TROUVER *la Courbe qui tournant autour d'un point fixe* C, *ait ſes ſegmens* CBGNC *en raiſon conſtante aux ſegmens correſpondans* CDMNC *de la courbe* CMN *qui paſſe par tous les points où elle eſt la plus éloignée de l'axe donné* CR? *Ou réciproquement, les mêmes choſes étant ſuppoſées, trouver la courbe* CDMN?

Solution. Je commence par chercher la courbe coupante *CDMN.*

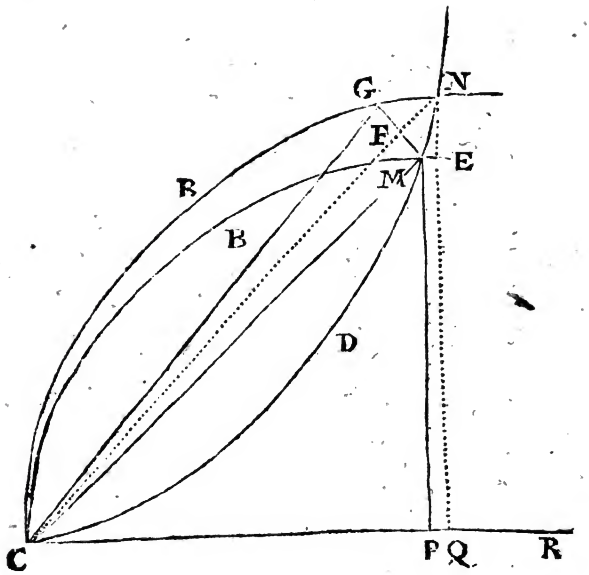
Suppoſant que la courbe tournante *CBGN* ſoit tombée dans la ſituation prochaine *CBM*, décrivant du centre *C* & du rayon *CM* le petit arc *MG*, & tirant la droite *CN*, il eſt clair que le petit triangle *CGN* eſt la differentielle du ſegment *CBGNC* de la courbe tournante, & le triangle *CMN* eſt la differentielle du ſegment *CDMNC* de la courbe coupante *CDMN.*

Soit maintenant $CM = t$ le ſinus de l'angle $MCP = h$ pour le rayon $= 1$, l'on aura $MP = ht$, $NE = h\,dt + t\,dh$, $CP = t\sqrt{(1 - hh)}$ & $PQ = dt\sqrt{(1 - hh)}$

=

* 6 Decemb. 1732.

† *Voyez la Figure ſuivante.*



$-\frac{tbdb}{\sqrt{(1-bb)}} = ME$. Donc $MN = \sqrt{(ME^2 + NE^2)} = \sqrt{(dt^2 + \frac{ttdb^2}{1-bb})}$, & $MF = \sqrt{(MN^2 - NF^2)} = \frac{tdb}{\sqrt{(1-bb)}}$.

Maintenant pour trouver GF, on a (à cause du parallelisme entre GN & CR) $CP . PM :: NF . FG$, ou $\sqrt{(1-bb)} . b :: dt . FG = \frac{bdt}{\sqrt{(1-bb)}}$.

Mais par l'autre condition du Problême $MF . FG :: n . 1$, c'est-à-dire, $\frac{tdb}{\sqrt{(1-bb)}} \cdot \frac{bdt}{\sqrt{(1-bb)}} :: n . 1$. ou $tdb = nbdt$, ou $\frac{db}{b} =$

$= n\frac{dt}{t}$, ou $b = a^{-n} t^n$; c'eſt l'Equation de la courbe coupante $CDMN$.

Pour trouver maintenant la courbe tournante $CBGN$, l'on a $MF = \frac{t\,db}{\sqrt{(1-bb)}} =$ (à cauſe de $b = a^{-n} t^n$) $\frac{na^{-n} t^n\,dt}{\sqrt{(1-a^{-2n} t^{2n})}}$ $= \frac{nt^n\,dt}{\sqrt{(a^{2n}-t^{2n})}}$. Et puiſque $MF.FG :: n.1$, l'on a $FG = \frac{t^n\,dt}{\sqrt{(a^{2n}-t^{2n})}}$.

Pour rapporter cette courbe à un cercle dont le rayon $= 1$, & l'arc $= z$; on a $1.dz :: t.FG$; donc $FG = t\,dz = \frac{t^n\,dt}{\sqrt{(a^{2n}-t^{2n})}}$, ou $n\,dz = \frac{nt^{n-1}\,dt}{\sqrt{(a^{2n}-t^{2n})}}$; C'eſt l'Equation de la courbe tournante.

D'où l'on voit que ces courbes dépendant de la comparaiſon de deux angles, elles ſont toujours Algébriques, lorſque n eſt un nombre rationel.

Conſtruct. Pour les conſtruire, on décrira un cercle du rayon a^n; & prenant dans ce cercle un angle égal à l'angle nz, on aura le ſinus de cet angle $= t^n$. *C. Q. F. T.*

Schol. Si le rapport des deux ſegmens eſt le rapport d'égalité; l'on a $n = 1$, & pour l'Equa-

l'Equation de la courbe coupante $h = a^{-1} t$, qui eſt l'Equation radiale du cercle, qui eſt alors la courbe coupante & la courbe tournante.

En général, en chaſſant h & t par les deux Equations $h = \frac{y}{\sqrt{(xx+yy)}}$ & $t = \sqrt{(xx+yy)}$, on remonte à l'Equation aux coordonnées rectangles CP, PM, de la courbe coupante, qui eſt $\frac{y}{\sqrt{(xx+yy)}} = a^{-n} (xx+yy)^{\frac{n}{2}}$, ou $a^n y = (xx+yy)^{\frac{n+1}{2}}$.

Lorſque $n = 1$, l'on a $ay - yy = xx$, Equation au cercle pour la courbe tournante, qui eſt alors la même que la coupante.

Lorſque $n = 3$, ou $n = \frac{1}{3}$, on a pour la courbe coupante une Equation du 4me degré.

Si l'on veut trouver les cas où les ſegmens dans l'une & l'autre courbe ſont quarrables, on a $MF \times CM = \frac{n t^{n+1} dt}{\sqrt{(a^{2n} - t^{2n})}}$. Je fais $\sqrt{(a^{2n} - t^{2n})} = v$, $t = (a^{2n} - vv)^{\frac{1}{2n}}$, $dt = \frac{1}{n} \times -v dv \times (a^{2n} - vv)^{\frac{1-2n}{2n}}$, & j'ai $MF \times CM = n (a^{2n} - vv)^{\frac{n+1}{2n}} \times \frac{1}{n} \times -v dv \times (a^{2n} - vv)^{\frac{1-2n}{2n}} =$

$= -v\,dv\,(a^{2n} - vv)^{\frac{2-n}{2n}}$. D'où l'on voit que lorſque $\frac{2-n}{2n}$ eſt un nombre poſitif, nos courbes ſont quarrables, c'eſt-à-dire, lorſque n eſt quelque nombre de la ſuite $\frac{2}{1}, \frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7}$, &c. On peut propoſer cet autre Problême.

PROBLEME II.

Trouver la courbe qui tournant autour d'un point fixe C, *ait ſes arcs en raiſon conſtante aux arcs correſpondans de la courbe qui paſſe par tous les points où elle eſt la plus éloignée d'un axe donné ? Ou réciproquement, les mêmes choſes étant ſuppoſées, trouver la courbe coupante ?*

Solut. Ayant trouvé la valeur de $MN = \sqrt{(dt^2 + \frac{tt\,db^2}{1-bb})}$, l'on a (à cauſe des $\Delta FNG, PCM$) $dt.NG :: t\sqrt{(1-bb)}.t$; d'où $NG = \frac{dt}{\sqrt{(1-bb)}}$. Faiſant donc $MN.NG :: n.1$, on a $nn\,dt^2 = dt^2 - bb\,dt^2 + tt\,db^2$, ou $\frac{dt}{t} = \frac{db}{\sqrt{(nn-1+bb)}}$, ou $lt = l(bb + b\sqrt{(nn-1+bb}$, ou $t = bb + b\sqrt{(nn-1+bb)}$, ou $tt - 2bbt = (nn-1)bb$. C'eſt l'Equation de la courbe coupante, qui eſt, comme on voit, toujours Algébrique.

Cherchons maintenant la courbe tournante. On a $MN = \sqrt{(dt^2 + \frac{tt\,db^2}{1-bb})}$; & par la condition du Problême MN [$\sqrt{(dt^2}$ +

$+\frac{ttdb^2}{1-bb})]$. $NG :: n . 1$. Donc $NG = \frac{1}{n} \sqrt{(dt^2 + \frac{ttdb^2}{1-bb})}$. Donc $NG^2 = \frac{1}{nn}(dt^2 + \frac{ttdb^2}{1-bb}) = FG^2 + dt^2$, ou $FG = \sqrt{[\frac{1}{nn}(dt^2 - nndt^2 + \frac{ttdb^2}{1-bb})]}$; & prenant la valeur de b & db dans l'Equation de la courbe coupante $b = \frac{tt-(nn-1)bb}{2bt}$, & la ſubſtituant dans cette valeur de FG (écrivant m pour $nn-1$), on trouve

$$FG = \frac{dt(tt-mbb)}{\sqrt{[(2mbb+4bb)tt-t^4-mmb^4]}}.$$

Pour rapporter cette courbe à un cercle dont le rayon $= 1$ & l'arc $= z$, on a $FG = tdz$, d'où l'on tire $dz = \frac{(1-\frac{mbb}{t})dt}{\sqrt{[(2mbb+4bb)tt-t^4-mmb^4]}}$.

Scholie. Mais ſi l'on reprend la courbe coupante, & qu'on examine ſon Equation $tt-2bbt = (nn-1)bb$, ou $xx+yy-2by = (nn-1)bb$, on trouvera une choſe ſinguliere; c'eſt que quelle que ſoit la courbe tournante, la coupante eſt toujours un cercle. Ce qui eſt tout ce que je trouve de remarquable dans ces courbes.

A J.

AUTRE SOLUTION DU PROBLEME DE M. CRAMER,

Par M. CAMUS.

PROBLEME.

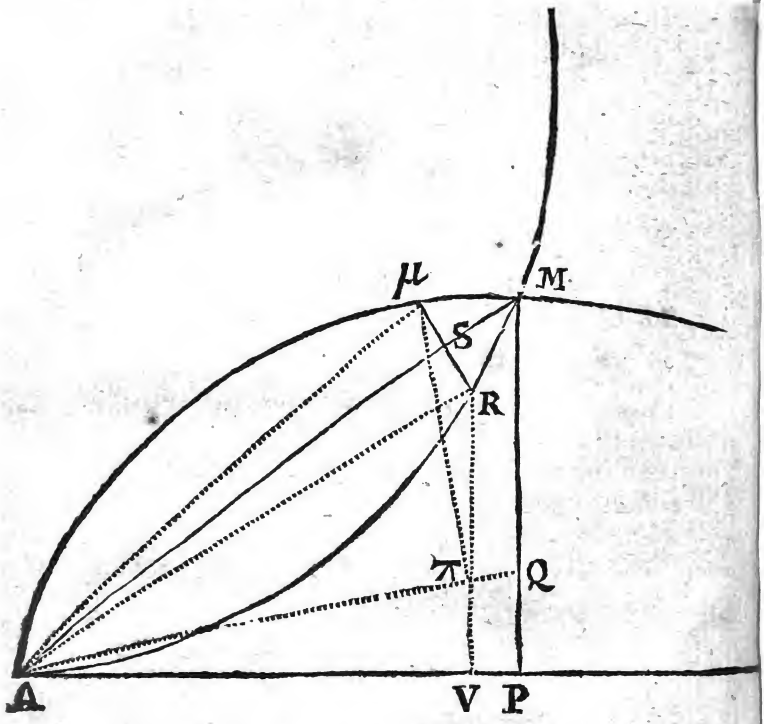
* UNE *Droite* AP *étant donnée de position*; & *une Courbe* AμM *tournant dans son plan autour d'un point* A, & *décrivant une Courbe* ARM *par ses points les plus écartés de la droite* AP. *Enfin connoissant que le rapport du folium* ARMμA *compris entre les deux courbes, au segment* AMμA *est* $\frac{p}{1}$, *trouver ces deux courbes?*

SOLUTION.

Soit M le point actuellement décrivant la courbe ARM; ayant pris dans la courbe tournante, un point μ infiniment proche du point M, soient tirées les droites $\mu\pi$, MP perpendiculairement à cette courbe, & soit tirée AQ perpendiculairement sur $\mu\pi$, cette droite sera parallele à μM, & l'on aura $\mu\pi = MQ$.

Le point μ en décrivant à son tour, arrivera en R, après avoir décrit μR perpendiculaire

* *Voyez la Figure suivante.*



culaire sur AM, & pour-lors $\mu\pi$ sera sur RV, & $A\pi$ sur AV, d'où il suit que l'angle μAR = l'angle QAP.

Soit maintenant $AP = x$; $VP = dx$. MP, ou $VR = y$.

Et la difference de MP à $VR = dy$.

Comme $MQ = \mu\pi = RV$; on aura $PQ = dy$.

Mais l'angle μAR, & l'angle PAQ étant égaux, on aura

$$AP : PQ :: AM : \mu R$$

$$x : dy :: \sqrt{xx+yy} : \mu R = \frac{dy\sqrt{xx+yy}}{x}.$$

$$\frac{}{AM}$$

$AM = \sqrt{xx+yy}$ devenant AR ou AS, il ſuit que ſa difference $SM = \frac{x\,dx+y\,dy}{\sqrt{xx+yy}}$.

Et à cauſe des triangles ſemblables $MS\mu$, APM, on a $AP : PM :: SM : S\mu$

C'eſt-à-dire, $x : y :: \frac{x\,dx+y\,dy}{\sqrt{xx+yy}} : \frac{xy\,dx+yy\,dy}{x\sqrt{xx+yy}}$

$= S\mu$.

Mais le folium $ARM\mu A$, & le ſegment $ASM\mu A$, étant dans le rapport de p à 1, le quadrilatere $M\mu ARM$, & le triangle $M\mu A$, qui ſont leurs differences, ſont auſſi dans le rapport de p à 1, & ces differences ayant AM pour longueur commune, ſont entre elles comme μR à $S\mu$. On aura donc $\mu R : S\mu :: p : 1$,

C'eſt-à-dire $\frac{dy\sqrt{xx+yy}}{x} : \frac{xy\,dx+yy\,dy}{x\sqrt{xx+yy}} :: p : 1$.

D'où l'on tire $\frac{pxy\,dx+pyy\,dy}{\sqrt{xx+yy}} = dy\sqrt{xx+yy}$,

ou $pxy\,dx+pyy\,dy = xx\,dy+yy\,dy$,

ou $pxy\,dx - xx\,dy + p-1 \,.\, yy\,dy = 0$.

Multipliant par $y^{\frac{-p-2}{p}}$, on aura

$$pxy^{\frac{-2}{p}}\,dx - xxy^{\frac{-p-2}{p}}\,dy + \overline{p-1}\,.\,y^{\frac{p-2}{p}}\,.\,dy = 0.$$

Et en intégrant, on aura

$$\tfrac{1}{2}pxxy^{\frac{-2}{p}} + \tfrac{1}{2}py^{\frac{2p-2}{p}} = a^{\frac{2p-2}{p}}.$$

Multipliant par $y^{\frac{2}{p}}$, on aura

$\frac{3}{2}pxx$

$$\tfrac{1}{2}p\,x\,x + \tfrac{1}{2}p\,y^2 = a^{\frac{2p-2}{p}}\, y^{\frac{2}{p}}.$$

$$\text{ou} \quad x\,x = \tfrac{2}{p}\, a^{\frac{2p-2}{p}}\, y^{\frac{2}{p}} - y^2.$$

C'eſt l'Equation de la courbe *A R M. Ce qu'il falloit* 1°. *trouver.*

Pour trouver l'Equation de la courbe tournante $A\mu M$. Soit $AM = z$, $\mu S = du$.

Puiſque par les conditions du Problême, le folium $M\mu AR$ eſt au ſegment μAM comme p eſt à 1.

L'angle μAR, ou ſon égal QAP ſera auſſi à l'angle μAS comme p eſt à 1. On aura donc

$$\frac{dy}{x} : \frac{du}{z} :: p : 1, \text{ ou } \frac{du}{z} = \frac{dy}{px},$$

il faut maintenant avoir en z & dz les valeurs de dy & de x.

L'Equation de la courbe ſécante eſt

$$x^2 = \tfrac{2}{p}\, a^{\frac{2p-2}{p}}\, y^{\frac{2}{p}} - yy$$

Mais $\overline{AM}^2$, ou $z\,z = x\,x + y\,y$.

$$\text{Donc } z = \left(\tfrac{2}{p}\right)^{\frac{1}{2}} . a^{\frac{p-1}{p}} . y^{\frac{1}{p}}.$$

$$\text{Ainſi } z^p = \left(\tfrac{2}{p}\right)^{\frac{p}{2}} . a^{p-1} . y.$$

$$\text{Donc } y = \frac{z^p}{\left(\tfrac{2}{p}\right)^{\frac{p}{2}} a^{p-1}}.$$

D'où

D'où l'on tire 1°. $dy = \frac{p z^{p-1} \cdot dz}{\left(\frac{2}{p}\right)^{\frac{p}{2}} \cdot a^{p-1}}$.

2°. $y^2 = \frac{z^{2p}}{\left(\frac{2}{p}\right)^{p} \cdot a^{2p-2}}$.

3°. $y^{\frac{2}{p}} = \frac{z^{2}}{\left(\frac{2}{p}\right)^{\frac{2}{p}} \cdot a^{\frac{2p-2}{p}}}$.

Mettant ces valeurs de y^2 & $y^{\frac{2}{p}}$ dans l'Equation de la courbe sécante AKM, on aura

$$xx = zz - \frac{z^{2p}}{\left(\frac{2}{p}\right)^{p} \cdot a^{2p-2}}.$$

$$\& \quad x = zz - \frac{z^{2p}}{\left(\frac{2}{p}\right)^{p} \cdot a^{2p-2}}.$$

Enfin substituant les valeurs de dy & de x dans l'Equation $\frac{du}{x} = \frac{dy}{px}$, on aura

$$\frac{du}{x} = \frac{z^{p-1} \cdot dz}{\left(\frac{2}{p}\right)^{\frac{p}{2}} \cdot a^{p-1} \times \left(zz - \frac{z^{2p}}{\left(\frac{2}{p}\right)^{p} \cdot a^{2p-2}}\right)^{\frac{1}{2}}}.$$

Intégrant & faiſant paſſer $\left(\frac{2}{p}\right)^{\frac{p}{2}} a^{p-1}$ ſous le ſigne radical $\surd$; & diviſant le numerateur & le dénominateur par z, on aura

$$\int\left(\frac{du}{z}\right) = S\,\frac{z^{p-2}\,dz}{\surd\left(\left(\frac{2}{p}\right)^{p}\cdot a^{2p-2} - z^{2p-2}\right)}.$$

Cette Equation n'eſt point intégrable, mais il eſt évident que $\int\left(\frac{du}{z}\right)$ eſt l'angle dont μAS eſt la differentielle, & que la valeur de cet angle dépend de la quadrature d'une courbe dont z eſt la coupée, & dont $\frac{z^{p-2}}{\surd\left(\left(\frac{2}{p}\right)^{p}\cdot a^{2p-2} - z^{2p-2}\right)}$ eſt l'ordonnée. *C. Q. F.* 2°. *trouver.*

COROLLAIRE.

Si $p = 2$, les deux courbes ſeront deux cercles égaux. 1°. Car l'Equation de la courbe ſécante ARM deviendra

$$xx = ay - yy,$$

qui eſt une Equation au cercle dont a eſt le diametre.

2°. L'Equation de la courbe tournante ſera $\frac{du}{u} = \frac{dz}{\surd(aa - zz)}$ ou $du = \frac{z\,dz}{\surd(aa - zz)}$, on aura

ra donc $\mu M = (\sqrt{dn^2 + dz^2})$ $= \sqrt{\frac{z^2 dz^2 - aa dz^2 - z^2 dz^2}{aa - zz}} = \frac{a dz}{\sqrt{aa - zz}}$, qui eſt une Equation au cercle dont a eſt le diametre, & z la corde.

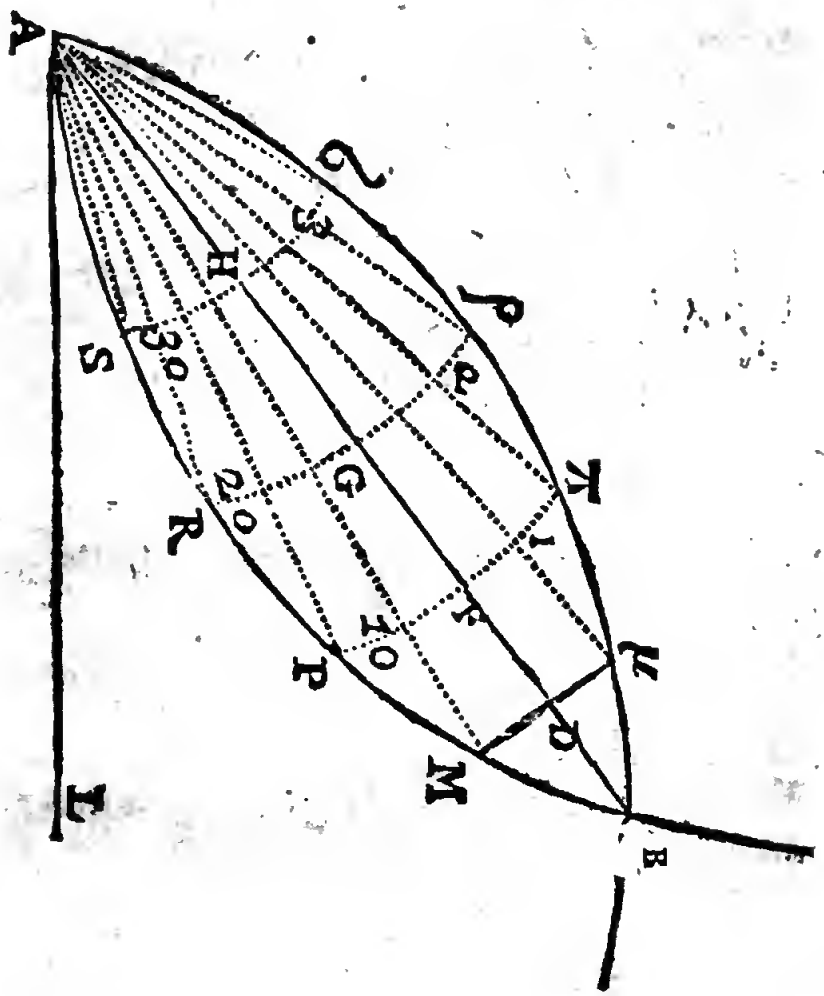
Donc les deux courbes ſont deux cercles égaux.

REMARQUE.

On remarque aiſément, par les conditions du Problême, que la courbe ſécante * $ASRPMB$ étant tracée ſuivant ſon Equation $xx = \frac{2}{p} a^{\frac{2p-2}{p}} y^{\frac{2}{p}} - yy$, devient très commode pour tracer la courbe tournante $A\sigma\rho\varpi\mu B$.

Car ſi du point de rotation A, comme centre, on décrit des arcs σS, ρR, ϖP, μM, comme les points μ, ϖ, ρ, σ, ſe trouveront ſucceſſivement en M, P, R, S, & que les droites $A\mu$, $A\varpi$, $A\rho$, $A\sigma$, ſe confondront ſucceſſivement avec les droites AM, AP, AR, AS, que par les conditions $\frac{1}{p-1}$ donnera toujours le rapport des petits arcs μD, $\varpi 1$, $\rho 2$, &c. aux petits arcs MD, $P10$, $R20$, &c. les arcs finis ϖF, ρG, σH, & PF, RG, SH, ſeront auſſi dans le même rap-

* *Voyez dans la Figure.*



rapport $\frac{1}{p-1}$; d'où il ſuit que la courbe ſécante ARB étant tracée, on pourra trouver tous les points de la tournante ſans avoir beſoin de ſon Equation : car on n'aura qu'à faire les arcs MD, PF, RG, & aux arcs μD, ϖF, ρG, dans le rapport de $\frac{p-1}{1}$.

On voit encore qu'on n'aura pas beſoin de la multiſection de l'angle, lorſque p ſera un nombre entier.

Je remarque encore que l'arc $A\sigma$ s'évanouis-

nouiſſant, l'arc *AS* s'évanouira auſſi; ainſi la droite donnée *AL* doit toucher la courbe ſécante au point *A* de rotation.

DE LA MERIDIENNE DE L'OBSERVATOIRE.

Par M. CASSINI.

APRÈS avoir prolongé de part & d'autre juſqu'aux extrémités du Royaume, tant vers le Midi que vers le Septentrion, la ligne Méridienne qui paſſe par le milieu de l'Obſervatoire Royal de Paris, il paroiſſoit néceſſaire pour l'entiere perfection de cet ouvrage, que l'on traçât dans l'Obſervatoire même, une ligne méridienne qui fît partie de celle qui traverſe le Royaume, & ſervît en même tems aux obſervations aſtronomiques que l'on y fait aſſiduement depuis ſa fondation.

On ſait aſſez l'utilité que l'on peut retirer de la deſcription d'une Méridienne; c'eſt une ligne fixe & invariable que le Soleil rencontre tous les jours à ſon paſſage par le Méridien, & qui eſt par conſéquent la plus exacte meſure du tems. Cette ligne étant diviſée ſuivant les règles preſcrites, a, outre la meſure du tems, ſes differens uſages dans l'Aſtronomie pour règler l'obliquité de l'Ecliptique, les tems des Equinoxes & des Solſtices, & le cours du Soleil qui eſt la baſe &

le fondement de toute l'Aſtronomie ; car quand même on ne regarderoit pas cet Aſtre comme le principe des mouvemens de toutes les Planetes, du moins eſt-il certain que l'on ne peut, ſans ſon ſecours, déterminer avec quelque exactitude, leur mouvement, & ceux des Etoiles fixes.

Ce fut dans ce deſſein que mon Pere entreprit la célèbre Méridienne dans l'Egliſe de S^t. Pétrone, qui lui ſervit à réformer la théorie du Soleil, & à connoître la meſure des réfractions qui élevent, en apparence, les Aſtres au-deſſus de leur ſituation véritable, & qui forment un des plus grands obſtacles à la perfection de l'Aſtronomie.

Ce fut auſſi dans le deſſein de règler les mouvemens du Soleil, qui ſont le fondement du Calendrier Eccléſiaſtique, que M^rs. Bianchini & Maraldi, tous deux de cette Académie, conſtruiſirent à Rome, en 1702, dans l'Egliſe des Chartreux, autrefois les Bains de Dioclétien, une ligne Méridienne, par ordre du Pape Clément XI. qui avoit alors établi une Congrégation pour l'examen de ce Calendrier.

Depuis ce tems-là, on a conſtruit un grand nombre d'autres Méridiennes. M. de Malezieux en a fait une à Chatenai. J'en ai tracé une, en 1712, dans la Salle de l'Obſervatoire qui eſt au rés-de-chauſſée de la terraſſe, dont la hauteur eſt de 12 pieds, & la longueur au Solſtice d'Hiver, de 40.

Il y en a dans toutes les Maiſons Royales où le Roi fait ſa demeure, qui y ont été dreſſées par ſon ordre & ſous ſes yeux, &

M.

M. le Curé de St. Sulpice en a fait tracer depuis quelques années, une fort grande, dans la nouvelle & magnifique Eglise qu'il fait édifier. Mais toutes ces Méridiennes, à la réserve des trois premieres, n'ont été dressées que pour marquer exactement l'heure du midi, & règler les horloges.

Pour construire la nouvelle Méridienne de l'Observatoire, nous avons choisi la grande Salle qui est dans l'appartement supérieur, & qui y avoit été destinée dès l'établissement de cet Edifice. Cette Salle a 97 pieds 5 pouces de longueur du Midi vers le Nord, depuis le mur intérieur de la face méridionale jusqu'au mur intérieur qui est au fond de l'embrasure de la fenêtre qui est vers le Nord. Sa figure est irréguliere: elle forme d'abord un rectangle fort approchant du quarré, qui a 46 pieds de longueur dans la face méridionale sur 45 pieds de largeur. Elle se retrécit ensuite, & forme un second quarré de 21 pieds de diametre; enfin elle est terminée par une Tour quarrée, dont la largeur intérieure est de 24 pieds. Cette Tour étoit déja carrelée de pierre de liais, d'un pied de diametre, avec une bande de pierre de la même largeur du Midi vers le Nord, qui étoit assez exactement sur la Méridienne.

On avoit pratiqué au haut & dans la face méridionale du bâtiment, vers le milieu, une ouverture qui avoit communication dans la grande Salle, pour y laisser entrer les rayons du Soleil.

La hauteur de la partie inférieure de cette ouverture au-dessus du niveau de la Salle,

fut mesurée exactement de 30 pieds 6 pouces 8 lignes, & comme la hauteur apparente du bord inférieur du Soleil doit être à Paris, dans le Solstice d'Hiver où elle est la plus basse, de $17^d\ 27'\ 45''$, je trouvai que l'extrémité de l'image du Soleil que l'on feroit passer par le trou d'une plaque placée horizontalement dans cette ouverture, à la hauteur de 30 pieds 6 pouc. 8 lignes, devoit se peindre au Solstice d'Hiver, à la distance de 96 pieds 10 pouces, c'est-à-dire, quelques pouces en-deçà de l'extrémité septentrionale de cette Salle, dans laquelle on devoit par conséquent voir l'image du Soleil, pendant toute l'année, à son passage par le Méridien, depuis le Solstice d'Eté jusqu'au Solstice d'Hiver.

Ayant dressé le projet de la construction de cette Méridienne, qui fut approuvé par l'Académie, je fis placer dans l'ouverture dont je viens de parler, à la hauteur de 30 pieds 6 pouc. 8 lign. ou de 4400 lign. du pied de Paris, une Plaque de cuivre *AEFB* (*Fig.* 1.) de 2 pieds de longueur, de 18 pouces de largeur sur une ligne & demie d'épaisseur, que l'on plia par la moitié en équerre, afin qu'une partie *ACDB* de cette plaque étant placée horizontalement, l'autre partie *CEFD* fût perpendiculaire, ce qui doit former une ombre beaucoup plus grande que si on l'avoit laissée horizontale.

L'on fit sur la partie *ACDB* horizontale de cette plaque, près de l'endroit où elle est repliée, un trou *GH* exactement rond dans la partie supérieure de la plaque, taillé en biseau

biſeau vers ſa partie inférieure, pour laiſſer paſſer librement les rayons du Soleil dans le tems où ils ſont les plus obliques.

Le centre *I* de ce trou eſt au milieu de la face méridionale de la grande Salle, & en même tems ſur le plan de la ſurface intérieure du mur.

Son diametre *GH* a 4 lignes & $\frac{4}{10}$ d'ouverture, c'eſt-à-dire, la millieme partie de ſa hauteur ſur le niveau de la Salle.

Comme la hauteur du centre de ce trou ſur le niveau de la Salle, eſt la meſure du rayon du cercle dont la tangente doit marquer les diſtances du Soleil au Zénith à ſon paſſage par le Méridien; j'ai fait conſtruire, pour prendre cette hauteur avec toute l'exactitude poſſible, pluſieurs Règles de fer *IL*, *LM*, &c. de 3 pieds de longueur ſur 8 lignes de largeur & 2 d'épaiſſeur, que l'on a jointes enſemble par des tourillons de fer *L*, *M*, de maniere qu'elles peuvent ſe plier & s'ouvrir facilement. On avoit pratiqué à une des Règles qui étoit à l'extrémité, un trou quarré dans lequel on avoit ajuſté une petite barre de fer *OP* quarrée qui rempliſſoit exactement ce trou.

Ayant déployé ces lames, on fit paſſer la derniere *NL* par le trou horizontal *GH* de la plaque de cuivre, & on les tint ſuſpendues en cet état par le moyen de la barre *OP* qui traverſoit la derniere de ces Règles, & étoit ſoutenue ſur la plaque.

On dreſſa toutes ces Règles de maniere qu'elles fiſſent une ligne droite continue; & comme elles excédoient un peu la hauteur

du trou horizontal *GH* ſur le niveau de la Salle, on diminua la Règle qui étoit à l'extrémité inférieure, de maniere qu'elles meſuraſſent exactement la hauteur de ce trou.

Cette meſure ayant été priſe, on ſuſpendit à ces Règles divers poids en differens jours, après les avoir pliées & déployées un grand nombre de fois pour voir ſi cette meſure étoit conſtante, & l'on n'y a jamais remarqué la moindre difference.

M'étant ainſi aſſuré de la hauteur exacte de ce trou, j'ai fait conſtruire par le S^r. Langlois 32 Règles de léton, chacune de 3 pieds 0 pouce 8 lignes de longueur, qui eſt la dixieme partie de toute la hauteur, ſur 20 lignes de largeur & 3 lignes d'épaiſſeur.

On avoit dreſſé exactement ces Règles d'un côté ſur le champ, & on les avoit faites toutes égales préciſément l'une à l'autre, en les tenant d'abord un peu plus longues qu'il n'étoit néceſſaire, afin d'en pouvoir diminuer.

On prit dix de ces Règles de cuivre que l'on mit bout à bout ſur une ligne droite tracée ſur le plancher, on appliqua enſuite deſſus, les règles de fer *IL*, *LM*, &c. dont la longueur étoit préciſément égale à la hauteur du trou *GH* ſur le niveau de la Salle; & ayant trouvé que les dix Règles de cuivre excédoient un peu cette longueur, on les diminua chacune ſéparément d'une égale quantité en les poſant les unes ſur les autres. On les plaça enſuite bout à bout ſur les Règles de fer, & on répéta ces opérations un grand nombre de fois juſqu'à ce que l'on fût aſſuré que ces Règles, qui étoient égales entre elles, compriſent

ſent exactement la hauteur de ce trou.

On employa la même méthode pour les autres Règles que l'on prit dix à dix, afin d'être aſſuré qu'elles fuſſent toutes égales entre elles, & de la longueur requiſe.

Ces Règles étant ainſi diſpoſées, on a tracé ſur leur longueur & par le milieu de leur épaiſſeur une ligne aſſez profonde pour qu'elle ne s'effaçât pas facilement, qu'on a diviſée d'un côté en 100 parties égales, qui ſont chacune égales au demi-diametre du trou horizontal de la plaque de cuivre & à la millieme partie de ſa hauteur ſur le pavé. L'autre partie de chaque Règle a été diviſée en parties inégales qui répondent aux minutes de la hauteur du Soleil ſur l'horizon.

Cette diviſion a été faite d'abord de 10 en 10 minutes depuis 0 juſqu'à la diſtance de 24 degrés du Zénith, & enſuite de minutes en minutes juſqu'à l'extrémité de la Méridienne. On s'eſt contenté de diviſer les premieres Règles de 10 en 10 minutes juſqu'à 24 degrés, parce qu'elles ne peuvent point ſervir pour les obſervations du Soleil, qui dans le Solſtice d'Eté où il eſt le plus proche du Zénith, en eſt éloigné d'environ 25 degrés & 20 minutes. Ces minutes ainſi diviſées, comprennent vers le Solſtice d'Eté 1 ligne $\frac{1}{2}$, & au Solſtice d'Hiver 14 lignes.

Pour placer ces Règles de cuivre ſur la Méridienne, de maniere qu'elles ne puiſſent point changer de ſituation, j'ai fait conſtruire des bandes de marbre blanc de 6 pouces de largeur ſur 2 d'épaiſſeur. La longueur de chaque bande de marbre que l'on devoit po-

ſer d'un côté de la ligne, a été faite préciſément égale à la longueur de chaque Règle de cuivre. Les autres bandes de marbre ont été taillées de differentes longueurs, de maniere qu'elles meſuraſſent un ou pluſieurs degrés, ou un certain nombre de minutes. On a fait ces bandes de marbre blanc, parce que l'image du Soleil s'y diſtingue plus nettement que ſur toute autre couleur, & on leur a donné 6 pouces de largeur, afin que les deux enſemble poſées de part & d'autre de la Règle de cuivre, compriſſent l'eſpace d'un pied, & qu'on y pût appercevoir en tous les tems l'image du Soleil, dont le petit diametre au Solſtice d'Hiver eſt à peu près de cette largeur.

Ayant ainſi diſpoſé un rang de bandes de marbre, chacun de la longueur de 3 pieds 0 pouc. 8 lignes, on les a dreſſées le plus exactement qu'il a été poſſible, ſur deux de leurs côtés, dont l'un eſt perpendiculaire à l'autre, & on a apliqué à chaque bande de marbre ſur ſon épaiſſeur, une Règle de cuivre d'égale longueur, de maniere que la partie ſupérieure de la Règle où ſont les diviſions, fût exactement de niveau avec le plan ſupérieur du marbre; & on les a ſcellées en cet état avec du plomb, par le moyen de quelques écroux de cuivre qui entroient de part & d'autre dans la Règle & dans la bande de marbre.

Comme l'extrémité de cette Méridienne, du côté du Midi, devoit répondre au point ſitué perpendiculairement au-deſſous du centre du trou horizontal de la plaque de cuivre

vre par où passent les rayons du Soleil; & qu'il est important de connoitre ce terme avec précision, parce que c'est de là que doivent commencer les divisions; nous avons fait construire un petit cylindre *AB* (*Fig.* 2.) de la largeur précise de l'ouverture *GH* de la plaque, & de son épaisseur. Ce cylindre avoit dans sa partie supérieure, un rebord qui s'appliquoit sur la plaque, & il étoit percé au centre, par un petit trou *D* qui étoit par conséquent au centre de l'ouverture de la plaque. Ayant fait passer un fil par le centre de ce cylindre, on y suspendit un poids *PQ* fait exprès, avec beaucoup de précision, à l'extrémité duquel il y a une pointe pour marquer la perpendiculaire. Mais comme nous remarquames que la moindre agitation de l'air l'empêchoit de rester dans une situation fixe, nous primes un cube de cuivre *EFGHIK* de 3 pouc. de diametre, creux en dedans, & dont les côtés ont été dressés avec tout le soin possible. On a placé aux angles de ce cube, deux fils *FH*, *GL*, dont l'intersection *O* marquoit par conséquent le centre du cube.

L'ayant rempli d'eau, on y a fait entrer un poids cylindrique suspendu au fil qui passoit par le centre du trou. Par ce moyen, l'agitation de l'air n'a causé aucun mouvement sensible sur ce poids plongé dans l'eau; & on a avancé ou reculé le cube, de maniere que le fil perpendiculaire étant libre, touchât exactement l'intersection de ces fils, ce que l'on a répété plusieurs fois; on a ensuite fait des traits sur le carreau à la base du cube,

& l'ayant retiré, on a tiré, par les quatre angles, des diagonales dont l'interſection *C* a marqué le point ſitué perpendiculairement au-deſſous du trou de la plaque.

Enfin, on a attendu les tems où l'air étoit parfaitement tranquille, & y ayant ſuſpendu un plomb dans l'air libre, on a trouvé qu'il répondoit préciſément au même point.

Pour déterminer la direction de la Méridienne, nous avions dès le Solſtice d'Hiver de l'année 1729, déterminé avec M. Maraldi, par des hauteurs correſpondantes, priſes avec un quart-de-cercle avant & après midi, le tems que le Soleil devoit paſſer par le Méridien, & nous avions marqué en divers jours, ſur la bande de pierre qui eſt dans la Tour quarrée vers le Nord, dont nous avons déja parlé, le point exact où ſe trouvoit le centre du Soleil, au tems de ſon paſſage par le Méridien.

Nous fimes de pareilles obſervations vers le Solſtice d'Eté, & pluſieurs jours après, & nous trouvames toujours que la ligne qui paſſoit par le point qui étoit perpendiculairement au-deſſous du trou, & par celui où le centre du Soleil s'étoit trouvé à ſon paſſage par le Méridien vers le Solſtice d'Hiver, paſſoit en même tems par les points où le centre du Soleil s'étoit trouvé à ſon paſſage par le Méridien vers le Solſtice d'Eté ; ce qui nous aſſura de l'exactitude de la direction de la Méridienne.

Comme il eſt néceſſaire que cette ligne, qui eſt la tangente d'un cercle dont le rayon

eſt

eſt la perpendiculaire tirée du centre du trou ſur le niveau de la Salle, ſoit placée dans une ſituation horizontale, j'ai fait conſtruire (*Fig.* 3.) deux Tuyaux quarrés de fer blanc *LM*, *NO*, de la longueur chacun de 36 pieds, de 4 pouces de largeur, & d'autant de profondeur, paralleles l'un à l'autre, & qui ſe communiquent enſemble par une traverſe *MN* de même figure, & de 2 pieds de longueur, afin que ces tuyaux puiſſent embraſſer la Méridienne. On plaça ces tuyaux au long de la Méridienne *CP*, de côté & d'autre, en commençant par le point *C*, qui étoit perpendiculairement au-deſſous du trou par où paſſent les rayons du Soleil, & on les remplit d'eau, qui ſe trouva préciſément de la même hauteur dans toute leur étendue, à cauſe de la communication qu'ils avoient entre eux. Je fis enſuite conſtruire deux cylindres de fer-blanc *RS*, *TV*, de 8 pouces de longueur & de 3 pouces de diametre, creux en dedans, & qui nageoient librement ſur l'eau.

J'appliquai ſur ces cylindres, une Règle de fer *QX* dont la longueur étoit égale à l'intervalle entre les tuyaux de fer blanc, & qui étoit percée à ſon milieu par une vis *ZC* qui ſe terminoit en pointe, & pouvoit s'élever & s'abbaiſſer facilement.

Ayant ainſi diſpoſé tout ce qui étoit néceſſaire pour poſer la Méridienne, on plaça la premiere Règle de cuivre *CY* avec ſa bande de marbre ſur la direction de la Méridienne, de maniere que le terme de la diviſion qui devoit répondre au Zénith fût préciſément ſur le point *C* dans la perpendiculaire qui répondoit

doit au centre du trou, & qu'il ſe trouvât en même tems à la hauteur requiſe, ce que l'on vérifia par le moyen des Règles de fer avec leſquelles on en avoit pris la meſure.

On plaça enſuite vis-à-vis de cet endroit les deux cylindres RS, VT, avec la barre de fer QX qui eſt entre les deux dans les tuyaux de fer-blanc LM, NO, qu'on avoit remplis d'eau, de maniere qu'ils y nageaſſent librement, & je hauſſai ou abbaiſſai la vis ZC, qui étoit au milieu de cette barre, juſqu'à ce que la pointe qui étoit à ſon extrémité inférieure raſât exactement la Règle de cuivre CY à ſon extrémité C méridionale. Je portai enſuite les cylindres avec leur Règle vers l'autre extrémité Y, & j'abaiſſai ou élevai la Règle de cuivre CY avec la bande de marbre, de maniere qu'elle raſât exactement dans toute ſon étendue la pointe de la vis. On eut ſoin en même tems de conſerver la Règle de cuivre, de maniere que la ligne qui la partageoit en deux fût exactement dans la direction d'un fil tendu dreſſé ſur la Méridienne; & lorſqu'on fut aſſuré de la poſition exacte en tous les ſens, de la bande de marbre & de la Règle de cuivre qui y étoit attachée, on la ſcella avec du plâtre ſur la voûte de la Salle.

On fit la même opération pour les dix premieres bandes de marbre avec les Règles de cuivre, & après les avoir ſcellées, on appliqua deſſus les Règles de fer qui avoient ſervi à meſurer la hauteur, qui ſe trouverent préciſément de la même longueur.

On poſa enſuite contre les Règles de cuivre, de l'autre côté, c'eſt-à-dire, vers l'Occident,

cident, les bandes de marbre que l'on avoit taillées, de maniere qu'elles compriſſent chacune un certain nombre de degrés, & on les mit de niveau le plus exactement qu'il fut poſſible. La derniere de ces bandes ſe terminoit exactement à l'extrémité de la dixieme Règle, & marquoit le 45me degré, dont la tangente eſt égale au rayon. On poſa de la même maniere les Règles de cuivre ſur leſquelles étoit tracée la Méridienne avec les bandes de marbre de côté & d'autre juſqu'à ſon extrémité vers le Nord, dont la derniere, du côté de l'Occident, répond à 319000 parties, dont le rayon eſt de 100000.

L'autre bande qui eſt vis-à-vis, du côté de l'Orient, ſe trouve à la diſtance de 72^{d} 36$'$ du Zénith, dont le complément marque 17^{d} 24$'$ de hauteur ſur l'horizon.

Comme l'on s'apperçut que lorſqu'on poſoit les cylindres dans l'eau, & qu'on les changeoit de place pour prendre le niveau, ce mouvement cauſoit quelque agitation dans l'eau, ce qui obligeoit d'attendre quelque tems juſqu'à ce qu'elle fût tranquille, & retardoit l'opération; j'imaginai une autre Machine pour prendre le niveau.

Elle conſiſte en une barre de fer *A B D* en forme de T, dont le pied *K D* a environ 4 pouces de longueur ſur 2 de largeur, & 3 lignes d'épaiſſeur. On a percé aux extrémités *A* & *B* de cette barre, à égale diſtance du pied *K D*, des écrous pour y placer des vis de cuivre *A E*, *B F*, de 6 pouces de longueur, terminées par une pointe. La diſtance *A B* entre ces vis eſt égale à celle qui

qui eſt entre le point milieu des tuyaux *L M*, *N O*, de fer blanc, paralleles remplis d'eau. On a outre cela pratiqué ſur un des côtés de la barre *A B* une autre vis *G H* terminée par un plan dont la longueur eſt au moins égale à celle du pied *K D*. Pour faire uſage de cet inſtrument, on place le pied *K D* ſur la Règle de cuivre qui marque la Méridienne, de maniere que la largeur *D I* de la barre, qui eſt, comme on l'a dit, de 2 pouces, ſoit ſuivant la direction *C P* de la Méridienne, & ayant mis la barre *A B* à peu près de niveau, on l'arrête en cet état par le moyen de la vis *G H* que l'on fait poſer ſur le marbre. On éleve enſuite ou on abbaiſſe les vis *A E*, *B F*, juſqu'à ce que leurs pointes *E* & *F* touchent exactement la ſurface de l'eau, ce que l'on apperçoit avec aſſez d'évidence par le moyen du reflet qui ſe fait dans l'eau qui fait paroitre les deux pointes de la vis ſe toucher en ſens oppoſé. On poſe enſuite cette machine ſur une autre Règle que l'on veut mettre de niveau avec la précédente, en élevant ou abbaiſſant cette Règle, de maniere que l'eau touche exactement les deux pointes, & l'on eſt ſûr alors qu'elle eſt préciſément de niveau.

On s'eſt ſervi de cette maniere pour poſer de niveau une partie des bandes, en les vérifiant cependant par le premier inſtrument, qui s'eſt accordé à donner préciſément le même niveau.

Toutes les Règles de la Méridienne étant ainſi diſpoſées, nous avons vérifié ſi elle étoit préciſément dans la direction de la ligne méridienne

dienne prolongée juſqu'aux extrémités du Royaume; ce que l'on a fait en cette maniere.

On a placé un Quart-de-cercle à ſon extrémité méridionale; & on a dirigé le fil vertical de ſa Lunette à un poteau placé à Montmartre avec beaucoup de ſoin ſur la Méridienne par M. Picard, & qui a ſervi pour la meſure de la Terre, & pour la prolongation de la ligne Méridienne. On a ſuſpendu à l'autre extrémité, du côté du Nord, un fil avec un plomb que l'on a placé de maniere qu'il parût dans la Lunette préciſément dans la direction de ce poteau. On a meſuré enſuite la diſtance de ce fil à la Méridienne du côté du Nord, que l'on a trouvée préciſément égale à la diſtance entre un fil à plomb qui paſſoit par le centre du Quart-de-cercle, & la Méridienne vers ſon extrémité méridionale, ce qui eſt une preuve qu'elle étoit dans la direction requiſe.

On a marqué vers l'Orient, ſur les bandes de marbre de la Méridienne, qui répondent aux diviſions égales des Règles de cuivre, des chiffres de dix en dix, mettant o au point qui répond au Zénith, 10, à l'extrémité de la 10me. diviſion, 100, en plus gros caracteres à l'extrémité de la 1re. Règle, & continuant ainſi juſqu'à l'extrémité ſeptentrionale, qui, comme on l'a dit, eſt à 319100.

Dans les bandes de l'autre côté qui répondent aux diviſions inégales, on a marqué les degrés & les minutes de dix en dix de la hauteur, mettant 90d au point qui répond au Zé-

Zénith, 89 au degré ſuivant qui répond à 17 & $\frac{4}{100}$ des diviſions égales, & ainſi de ſuite juſqu'à 17^{d} 24$'$, complément de 72^{d} 36$'$, dont la tangente eſt de 319100.

On peut par ce moyen, obſerver en même tems la hauteur méridienne, en deux manieres qui ſervent à ſe vérifier l'une l'autre. La premiere eſt fort ſimple, & eſt à la portée de tout le monde. La ſeconde demande le calcul des tangentes, mais elle doit être en même tems plus exacte, parce qu'il eſt plus aiſé de faire avec exactitude, des diviſions qui ſont toujours égales entre elles, que celles qui ſont inégales, & vont toujours en augmentant, telles que les degrés & minutes qui ſont marquées ſur les tangentes.

Pour obſerver par la premiere méthode, on marque ſur le marbre avec un crayon, dans le tems du paſſage du Soleil par le Méridien, les deux termes de ſon image, l'un du côté du Nord, & l'autre du côté du Midi, & on écrit les degrés & minutes qui y ſont marqués. Prenant le milieu, on aura la hauteur méridienne apparente du centre du Soleil, dont on retranchera la réfraction pour avoir ſa hauteur véritable. Lorſque le terme de l'ombre ne tombe pas préciſément ſur une minute, on prendra la partie proportionnelle avec un compas, à raiſon de 60 ſecondes par minutes, ou à l'œil, ce qui ſe fait aiſément lorſqu'on y eſt un peu accoutumé.

Dans la ſeconde méthode, on ſe ſervira des mêmes termes de l'image du Soleil, &

on

on écrira le nombre de parties égales qui y ſont marquées. On retranchera la moitié d'une de ces parties, c'eſt-à-dire $\frac{1}{100}$, du plus grand nombre, & on les ajoutera au plus petit, parce que l'image du Soleil qui paſſe par le trou de la plaque ſupérieure, eſt augmentée de part & d'autre, d'une quantité égale au demi-diametre de ce trou. On fera enſuite, comme 100000 eſt au plus petit nombre que l'on vient de trouver, ainſi le ſinus total eſt à la tangente du bord ſupérieur du Soleil au Zénith, dont le complément donne la hauteur apparente du Soleil ſur l'horizon, dont on retranchera la réfraction pour avoir ſa hauteur véritable.

On déterminera de même la hauteur de ſon bord inférieur, & prenant le milieu, on aura la hauteur méridienne de ſon centre exacte. *Ce qu'il falloit trouver.*

On aura auſſi ſoin, lorſque le bord du Soleil ne tombe pas ſur une diviſion exacte, de prendre la partie proportionnelle avec un compas, ou à l'œil, à raiſon de 100 pour chaque diviſion.

Ayant déterminé par ces deux méthodes differentes, la hauteur méridienne du Soleil, dans un grand nombre d'obſervations qui y ont été faites, on l'a trouvée ſouvent la même, ou à quelques ſecondes près ; ce qui marque la parfaite correſpondance des diviſions inégales à celles qui ſont égales, que le Sr. Langlois a exécutées avec beaucoup de ſoin.

Après que la ligne Méridienne à été entierement achevée, on a fait poſer à l'endroit

des

des Solſtices, & vis-à-vis l'entrée du Soleil dans chaque Signe du Zodiaque, des marbres d'un pied 6 pouces 4 lignes de longueur, & d'un pied 0 pouces 4 lignes de largeur, pour y graver la figure de ces Signes, & les rendre plus remarquables.

On a auſſi joint à la Méridienne, de côté & d'autre, des bandes de pierre de liais, dont la longueur eſt égale à celle de chaque Règle de cuivre, c'eſt-à-dire, à 3 pieds 0 pouces 8 lignes. La premiere de ces bandes a 12 pouces 4 lignes de largeur, qui, joint à la bande de marbre qui forme la Méridienne, fait 18 pouces 4 lignes, c'eſt-à-dire, la 20me. partie de la hauteur. La ſeconde bande a 18 pouces 4 lign. de largeur, de ſorte que la bande de marbre, & les deux bandes de liais jointes enſemble, ont 3 pieds 0 pouc. 8 lign. qui eſt la longueur de chaque Règle de cuivre. On a continué enſuite de carreler le reſte de la Salle avec des pierres de liais de 18 pouces 4 lignes de longueur; & d'autant de largeur, ou du double, afin qu'elle ſe trouvât meſurée en parties, dont la longueur eſt connue par rapport à ſa hauteur; ce qui aura ſes uſages, dont nous parlerons dans la ſuite.

Comme cette ligne, dont la direction eſt toujours la même, ſert à règler les Pendules au tems du paſſage du Soleil par le Méridien, & qu'il y a des jours où le Soleil eſt couvert à midi, & eſt découvert avant ou après, on a tracé des lignes de côté & d'autre, qui marquent de 5 en 5 minutes, avant & après le paſſage du Soleil par le Méridien,

l'heure

l'heure véritable dans le tems que le centre du Soleil ſe rencontre ſur ces lignes; & on a continué de les décrire dans tous les endroits de la Salle où l'on peut appercevoir l'image du Soleil avant & après midi, ce qui n'eſt pas d'une égale durée dans tous les tems, à cauſe de la figure de la Salle qui eſt irréguliere. Car depuis le mois de Mars juſqu'au mois d'Octobre, on y apperçoit le Soleil depuis $10^h \frac{1}{2}$ du matin juſqu'à $1^h \frac{1}{2}$ après midi, mais vers le Solſtice d'Hiver, on ne l'apperçoit que pendant une demi-heure.

On pourra obſerver par le moyen de la diviſion des carreaux, la hauteur du Soleil ſur l'horizon en cette maniere. Soit *C M* la Méridienne, dont le point qui répond au Zénith vers le Midi, eſt en *C*. *S O* l'image du Soleil dont le point *S* marque le bord ſupérieur dans le tems de l'obſervation, & le point *O* ſon bord inférieur. Si le point *S* ne ſe trouve pas préciſément ſur une diviſion exacte, on prendra ſa diſtance *S P* à la plus prochaine diviſion que l'on prendra vers le Midi, ou vers le Nord, de *B* en *M* ſur la Méridienne, pour avoir la diſtance *C M* du point qui répond au Zénith à la tangente qui paſſe par le bord ſupérieur du Soleil; on prendra de même la diſtance *S D*, du point *S* au point *D* de la plus prochaine diviſion, vers l'Orient ou l'Occident, qui étant ajoutée à *D M*, donne la diſtance *S M* du bord ſupérieur du Soleil à la Méridienne, & dans le triangle rectangle *C M S* rectangle en *M*, dont les côtés *M C* & *C S* ſont connus. On aura la diſtan-

distance SC du bord ſupérieur du Soleil au point C qui répond au Zénith. C'eſt pourquoi l'on fera, comme la hauteur du trou par où paſſent les rayons du Soleil qui eſt 100000, eſt à la diſtance SC que l'on vient de trouver; ainſi le ſinus total eſt à la tangente de la diſtance du bord ſupérieur du Soleil au Zénith, dont le complément eſt ſa hauteur ſur l'horizon. On trouvera de même la hauteur du point O qui marque le bord inférieur du Soleil, & par conſéquent on aura la hauteur apparente de ſon centre. *Ce qu'il falloit trouver.*

Après avoir conſtruit la Méridienne, nous y avons fait pluſieurs obſervations au paſſage du Soleil par le Méridien, pour vérifier la poſition de deux grands Quarts-de-cercle, de 6 pieds de rayon, placés fixement contre les murs, l'un dans la Tour occidentale ſupérieure, & l'autre dans l'appartement qui eſt vis-à-vis.

Ces inſtrumens ont été principalement deſtinés pour obſerver le paſſage du Soleil & des Etoiles par le Méridien, règler les Pendules, & connoitre l'heure véritable des obſervations. Ils avoient été placés d'abord à peu près ſur le Méridien, mais ils en avoient décliné dans la ſuite, de quelques ſecondes, comme on l'avoit remarqué par le moyen des hauteurs correſpondantes du Soleil, de ſorte qu'il étoit néceſſaire de connoitre leur déclinaiſon du Méridien à toutes les hauteurs ſur l'horizon; ce que l'on a fait, en obſervant à une même Pendule, le tems du paſſage

ſage du Soleil par la Méridienne, & par le fil vertical de ces inſtrumens.

Nous y avons obſervé en même tems la hauteur méridienne du Soleil, principalement vers le Solſtice d'Hiver des années 1730 & 1731, pour déterminer le tems vrai que le Soleil a paſſé par ce Solſtice, & l'obliquité de l'Ecliptique qui eſt un des élémens des plus néceſſaires dans l'Aſtronomie, en cette maniere.

Pour déterminer le tems que le Soleil eſt arrivé au Solſtice d'Hiver de 1730, & eſt entré dans le Signe du Capricorne, nous avons choiſi les obſervations correſpondantes faites avant & après, dans leſquelles les termes de l'image du Soleil ſe ſont trouvés répondre à peu près au même point de la Méridienne.

Entre ces obſervations il s'en eſt trouvé deux, l'une du 17 & l'autre du 26 Décembre, faites à peu près à la même diſtance du point du Solſtice. Dans la premiere du 17 la tangente de la diſtance du Zénith au bord ſupérieur du Soleil fut trouvée de 3060 $\frac{7}{100}$, & dans la ſeconde de 3060 $\frac{61}{100}$, moins avancée de $\frac{54}{100}$, ou la 20me. partie d'une des diviſions égales, c'eſt-à-dire, d'environ un quart de ligne.

Cette difference eſt trop petite pour que l'on puiſſe s'aſſurer de déterminer l'image du Soleil avec une plus grande préciſion. Cependant ſi on veut en tenir compte, on trouve qu'il y répond une ſeconde en déclinaiſon que le Soleil parcourt en ce tems-là en 10 minutes de tems qu'il faut retrancher du 26

Décembre à midi, à cauſe que le Soleil étoit alors plus élevé d'une ſeconde que le 17 Décembre, & on trouvera que le Soleil étoit le 26 Décembre à $11^h\ 50'$ à la même diſtance de l'Equateur où il s'étoit trouvé le 17 Décembre à midi. Partageant l'intervalle entre ces obſervations, qui eſt de 8 jours $23^h\ 50'$ par la moitié, & l'ajoutant au 17 Décembre, on aura le paſſage du Soleil par le Solſtice le 21 Décembre à $11^h\ 55'$.

Pour une plus grande exactitude, il faut réduire le tems vrai de chaque obſervation au tems moyen, qui dans la premiere ſe rapporte au 17 Décembre 1730 à $11^h\ 56'\ 42''$, & dans la ſeconde à $11^h\ 51'\ 15''$ du matin, & on aura le tems moyen du Solſtice le 21 Décembre 1730 à $11^h\ 54'$.

On pourroit auſſi tenir compte de la difference entre le Solſtice apparent & le Solſtice vrai, qui eſt cauſée par la difference entre les Equations du Soleil avant & après le Solſtice, qui peut monter dans les obſervations du 17 & du 26 Décembre à une ſeconde & demie de degré que le Soleil parcourt en une minute, & qui étant ajoutée au tems du Solſtice apparent, donne le tems moyen du Solſtice vrai le 21 Décembre à $11^h\ 55'$, & le tems vrai à $11^h\ 56'$, peu different de celui que l'on vient de déterminer.

Comme les obſervations que nous venons de comparer enſemble ont été faites près des Solſtices où le mouvement du Soleil en déclinaiſon d'un jour à l'autre eſt peu ſenſible, nous avons examiné deux autres obſervations correſpondantes qui ont été faites

tes le 8 Décembre 1730 & le 4 Janvier 1731.

La tangente de la distance du Zénith au bord supérieur du Soleil fut trouvée le 8 Décembre 1730 de 295075, & le 4 Janvier de 295065, avec une difference seulement de 10 de ces parties, à laquelle il répond 2 secondes en déclinaison que le Soleil parcourt alors en 12 minutes.

L'ajoutant au midi du 4 Janvier, à cause que le Soleil étoit alors moins élevé que le 8 Décembre, on trouvera que le Soleil étoit le 4 Janvier à 12 minutes après midi à la même hauteur où il étoit le 8 Décembre précédent. Réduisant le tems vrai de ces observations au tems moyen, on aura la premiere le 8 Décembre à $11^h\ 52'\ 30''$, & la seconde le 4 Janvier à $0^h\ 17'\ 30''$. Prenant un milieu, on aura le tems moyen du Solstice apparent le 21 Décembre 1730 à $0^h\ 5'$.

Pour trouver le tems moyen du Solstice vrai, on prendra l'Equation du Soleil qui convient au 8 Décembre, qu'on trouvera de $42'\ 35''$, dont l'on retranchera celle qui répond au 4 Janvier, laquelle est de $11'\ 37''$ additive, & l'on aura $30'\ 58''$, dont la moitié $15'\ 29''$ étant retranchée de l'Equation du Soleil dans le Solstice, qui est de $15'\ 55''$, reste $26''$ que le Soleil parcourt en 10 minutes, & qu'il faut ajouter au Solstice apparent pour avoir le tems moyen du Solstice vrai le 21 Décembre 1730 à $0^h\ 15'$ après midi, & le tems vrai à $0^h\ 16'$, plus avancé de $20'$ que par la comparaison précédente.

Pour déterminer présentement l'obliquité de l'Ecliptique, nous employerons l'observa-

tion de la hauteur méridienne du Soleil qui a été faite par un tems fort ſerein le 22 Décembre de l'année 1731, jour du Solſtice, qui ſuivant nos obſervations eſt arrivé à 6h du matin. Je marquai au tems du paſſage du Soleil par la Méridienne, les termes de ſon image vers le Midi & vers le Nord, & je trouvai la tangente de la diſtance du Zénith au bord ſupérieur du Soleil de 307500 parties, dont le rayon eſt 100000, & à ſon bord inférieur de 317830.

Ajoutant ſuivant la règle preſcrite ci-deſſus, la moitié d'une de ces parties, ou $\frac{5}{100}$, à la tangente de la diſtance du Zénith au bord ſupérieur du Soleil, & la retranchant de la diſtance du Zénith à ſon bord inférieur, on aura la tangente de la diſtance corrigée du Zénith au bord ſupérieur du Soleil de 307550, & à ſon bord inférieur de 317780, & l'on fera comme 100000 eſt à 307550, ainſi le ſinus total eſt à la tangente de 71d 59′ 17″, dont le complément 18d 0′ 43″ meſure la hauteur apparente du bord ſupérieur du Soleil ſur l'horizon. On fera auſſi, comme 100000 eſt à 317780, ainſi le ſinus total eſt à la tangente de 72d 31′ 55″, dont le complément 17d 28′ 5″ eſt la hauteur apparente du bord inférieur du Soleil ſur l'horizon. Prenant le milieu entre ces hauteurs, on aura la hauteur apparente du centre du Soleil au-deſſus de l'horizon de 17d 44′ 24″. Retranchant de cette hauteur 3′ 3″ pour la réfraction, & y ajoutant 10 ſecondes pour la parallaxe, on aura la hauteur méridienne du centre du Soleil le 22 Décembre 1731

de

de 17d 41′ 31″ qui mesureroit la hauteur véritable du Soleil au-dessus de l'horizon, au tems du Solstice d'Hiver, s'il étoit arrivé à midi; mais comme on l'a déterminé à 6h du matin, & que pendant cet intervalle, le mouvement du Soleil en déclinaison est d'une seconde dont il s'est éloigné de l'Equateur, on la retranchera de 17d 41′ 31″, & l'on aura la hauteur du centre du Soleil sur l'horizon, telle qu'elle auroit été observée dans le moment du Solstice, de 17d 41′ 30″, qui étant retranchée de la hauteur de l'Equateur qui est à l'Observatoire de 41d 9′ 50″, donne l'obliquité de l'Ecliptique de 23d 28′ 20″, plus petite de 40 secondes que celle que l'on suppose ordinairement de 23d 29′ 0″.

Si au-lieu de la réfraction & de la parallaxe que nous avons tirées de la Connoissance des Tems, on avoit employé celles qui sont marquées dans les Tables de M. de la Hire, on auroit trouvé l'obliquité de l'Ecliptique de 23d 28′ 36″, plus grande de 16 secondes que celle que nous venons de déterminer, & plus petite de 24 secondes que celle qui a été établie jusqu'à présent.

Ainsi il résulte de cette observation, que les réfractions en Hiver, qui conviennent à la hauteur de 18d 0′ ou environ, sont plus grandes que celles qui ont été marquées dans ces Tables, ou que l'obliquité de l'Ecliptique est plus petite qu'on ne la suppose.

On remarquera ici qu'avant que de faire cette observation, l'on a rectifié de nouveau & vérifié avec un grand soin, la Méridienne, tant par rapport au niveau, qu'à l'égard

de l'élévation du trou par où paſſent les rayons du Soleil au-deſſus de cette ligne.

Comme cette obſervation donne l'obliquité de l'Ecliptique plus petite que celle que l'on ſuppoſe ordinairement, plus ou moins, ſuivant les differentes réfractions & parallaxes que l'on y employe, je l'ai comparée aux plus anciennes qui ont été faites à l'Obſervatoire, & j'ai trouvé dans les Mémoires de l'Académie de 1693, que la hauteur apparente du bord ſupérieur du Soleil fut obſervée par mon Pere, au Solſtice d'Hiver de l'année 1671, de $18^{d}\ 0'\ 14''$. Retranchant de cette hauteur, la réfraction moins la parallaxe qui, ſuivant la Connoiſſance des Tems, eſt de $2'\ 50''$, on aura la hauteur véritable du bord ſupérieur du Soleil, de $17^{d}\ 57'\ 24''$, dont il faut ôter le demi-diametre du Soleil, qui étoit alors de $16'\ 21''$, & l'on aura la hauteur méridienne du centre du Soleil, au Solſtice d'Hiver de l'année 1671, de $17^{d}\ 41'\ 3''$, plus petite de 27 ſecondes que celle que l'on a trouvée, en 1731, de $17^{d}\ 41'\ 30''$. Retranchant $17^{d}\ 41'\ 3''$ de la hauteur de l'Equateur, on trouvera qu'en 1670, l'obliquité de l'Ecliptique étoit de $23^{d}\ 28'\ 47''$, plus grande de $27''$ qu'on ne l'a trouvée 60 ans après.

Nous nous réſervons de donner dans la ſuite, le réſultat des obſervations que l'on a continué de faire à la Méridienne.

DES

Fig. 1.

DES NOEUDS ET DE L'INCLINAISON

de l'Orbe du troiſieme Satellite à l'égard de l'Orbe de Jupiter.

Par M. MARALDI. *

IL eſt ſi difficile de déterminer avec quelque préciſion, les nœuds des Planetes, ou, ce qui revient au même, les points de l'interſection de leurs orbites avec l'Ecliptique, que la plupart des Aſtronomes ne s'accordent pas enſemble dans cette détermination. Kepler & Lansberge ſont en differend avec Bouillaud & le P. Riccioli, dans le lieu des nœuds de Jupiter, de plus de 3 degrés, & ſont éloignés de Copernic de 22 degrés. M. de la Hire l'eſt de Kepler, de 1° 40' ; de ſorte que l'hypotheſe du mouvement de ces points, ſouffre encore des difficultés parmi les Aſtronomes. Les uns prétendent, qu'ils ſont immobiles à l'égard des Etoiles fixes ; les autres leur attribuent un mouvement fort lent, par lequel ils s'éloignent des mêmes Etoiles, les uns vers l'Orient, les autres vers l'Occident.

Mais ſi la détermination du lieu des nœuds des Planetes principales eſt ſi difficile, & ſi le mouvement de ces nœuds eſt ſi douteux ; celui des nœuds des Satellites de Jupiter l'eſt encore davantage. On n'y a reconnu juſqu'à préſent aucun mouvement ſenſible,

* 23 Decemb. 1732.

ſible: en cela le ſyſtême de ces Satellites devient plutôt conforme à celui des Planetes principales, qu'à celui de la Lune, Satellite de la Terre, dont les nœuds ont un mouvement ſenſible; mais il eſt contraire & à l'un & à l'autre, par rapport à l'inclinaiſon des orbes de ces Satellites à l'égard de l'orbe de Jupiter. On ne s'eſt apperçu juſqu'à préſent d'aucun changement ſenſible dans l'inclinaiſon des Planetes principales, & on ſuppoſe l'inclinaiſon de la Lune ſur l'Ecliptique conſtante dans ſes conjonctions & oppoſitions; au-lieu que l'inclinaiſon des Satellites de Jupiter eſt variable dans les mêmes phaſes. Je l'ai fait voir pour le 4me Satellite; mon Oncle l'a démontré pour le 1er & le 2^{d}; je me propoſe ici d'examiner l'inclinaiſon du 3me, mais il faut connoitre auparavant la ſituation des nœuds de ce Satellite, qui eſt un élément néceſſaire pour la détermination de l'inclinaiſon.

Il eſt certain que ſi les nœuds des Satellites de Jupiter ſont fixes, comme on les a ſuppoſé juſqu'à préſent, & ſi l'inclinaiſon de leurs orbes, & leur diſtance à l'égard du centre de Jupiter étoit conſtante, la durée des éclipſes de ces Satellites ſeroit la même, à égale diſtance de ces points; il ſeroit aiſé par conſéquent, de les trouver par la comparaiſon de deux obſervations exactes des éclipſes d'égale durée, dont l'une ait été faite avant le paſſage de Jupiter par les nœuds ou les limites des Satellites, & l'autre après ce paſſage. Car la moitié de la difference de la longitude de Jupiter entre ces deux obſervations, étant ajoutée à la longitude de cette

Pla-

Planete au tems de la premiere obſervation, ou étant ôtée de la longitude au tems de la ſeconde obſervation, donnera le lieu du nœud, ou du limite le plus proche.

C'eſt par ce moyen, & ſuivant ces ſuppoſitions, que nous avons cherché les nœuds du 3me Satellite, & nous avons employé dans cette recherche, une obſervation d'une éclipſe de ce Satellite, faite à Greenwich, par M. Flamſted, en 1687, le 12 de Mars, dont la durée a été de $2^h\ 33'\ 0''$; car il obſerva l'entrée du Satellite dans l'ombre de Jupiter, à $3^h\ 9'\ 10''$ du matin, & ſa ſortie à $5^h\ 42'\ 10''$, la longitude de Jupiter vue du Soleil, étoit de $8^f\ 11^o\ 58'$; nous avons comparé cette obſervation avec une autre faite à Paris l'année 1702, le 6 de Décembre, dont la durée a été de la même quantité de $2^h\ 33'\ 0''$, car on obſerva l'immerſion de ce Satellite dans l'ombre de Jupiter, à $4^h\ 53'\ 52''$, & l'émerſion à $7^h\ 26'\ 52''$, la longitude de Jupiter étant de $0^f\ 15^o\ 21'$, qui differe de la longitude que Jupiter avoit au tems de la premiere obſervation, de $4^f\ 3^o\ 23'$, dont la moitié étant ajoutée à $8^f\ 11^o\ 58'$ donne le lieu du nœud aſcendant à $13^o\ 29'$ du Verſeau, à $51'$ près du lieu qui a été déterminé par feu M. Caſſini. Mais par deux obſervations plus nouvelles, nous avons trouvé les nœuds de ce Satellite à $16^o\ 0'$ du Verſeau & du Lion, ce qui pourroit faire douter que les nœuds ont eu un mouvement de $2^o\ 20'$ en 30 ans, ou environ, ce qui ſeroit à raiſon de plus de 4e par année. Voici ces obſervations.

L'année 1726, le 26 Décembre, on obſer-

va à Paris une éclipſe du 3me Satellite, dont la durée a été de 2h 7' 38", car le Satellite entra dans l'ombre de Jupiter à 5h 11' 30", & il en ſortit à 7h 19' 8", la longitude de Jupiter étoit de 0f 26° 46'. La ſeconde obſervation, que j'ai comparée à celle-ci, a été faite à Montpellier l'année 1728, le 29 de Février, & la durée de l'éclipſe a été de 2h 8' 2", car l'immerſion du Satellite dans l'ombre fut obſervée à 6h 15' 32", & l'émerſion à 8h 23' 34", la longitude de Jupiter étoit de 2f 5° 29' qu'il faut diminuer de 15', parce que la durée de cette éclipſe a été de 24" plus grande que dans la premiere, & on aura 2f 5° 14', qui étant comparée à la longitude de Jupiter au tems de la premiere obſervation, donne la difference de 1f 8° 28', dont la moitié étant ajoutée à 0f 26° 46', donne le lieu des limites à 16° 0' du Taureau & du Scorpion, & les nœuds à 16° 0' du Verſeau & du Lion.

Mais de quelle préciſion ſeront ces déterminations, ſi l'inclinaiſon de l'orbe du 3me Satellite à l'égard de l'orbite de Jupiter eſt variable? C'eſt ce que nous allons examiner. Cependant on voit qu'en prenant le lieu des nœuds du 3me Satellite moyen entre ces deux déterminations, il ne s'éloignera pas beaucoup du lieu déterminé par M. Caſſini; ainſi nous pourrons ſuppoſer ſans crainte d'erreur ſenſible, dans la recherche de l'inclinaiſon du 3me Satellite, le lieu de ſes nœuds à 14° 30' du Verſeau & du Lion; d'ailleurs il ne faut pas attendre dans la détermination de l'inclinaiſon une préciſion plus grande que celle

celle des obſervations mêmes, & par conſéquent ſuppoſé que nous ne fuſſions certains du lieu des nœuds du 3me Satellite qu'à 3 degrés près, l'erreur qui en réſulteroit ne ſeroit que de 10 ſecondes de tems dans les obſervations des éclipſes de ce Satellite faites proche des limites, dont nous nous ſervirons dans la recherche de l'inclinaiſon, & ſes variations. Je ne crois pas qu'on puiſſe répondre de 10 ſecondes dans ces obſervations, car on voit tous les jours que deux Obſervateurs qui obſervent dans le même lieu ne s'accordent pas à 10 & à 15 ſecondes près, particulierement dans les obſervations du 3me & 4me Satellite.

On ſait, & nous le répéterons ici, que la durée des éclipſes des Satellites obſervées au même degré du Zodiaque en differentes périodes, doit être la même ſi les nœuds ſont fixes, ſi l'inclinaiſon & leur diſtance du centre de Jupiter eſt conſtante; ou elle doit varier proportionellement au mouvement des nœuds, s'ils ſont mobiles, & que l'inclinaiſon & la diſtance du centre de Jupiter ſoit conſtante.

Nous avons découvert dans la durée des éclipſes du 3me Satellite, des variations qui ne peuvent pas être repréſentées par le mouvement des nœuds, ou par quelque excentricité; c'eſt pourquoi nous n'avons pas héſité de les attribuer au changement de l'inclinaiſon. Il eſt certain cependant que la variation des diametres, l'augmentation & diminution de lumiere qui doit arriver aux Satellites par le different éloignement de Jupiter

au Soleil & à la Terre, peuvent varier la durée des éclipſes, & dans l'hypotheſe que les Satellites de Jupiter ayent des taches ou des parties moins propres pour réfléchir vivement la lumiere du Soleil, comme il eſt particulierement remarqué du 3me Satellite dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1707, & dans l'Hiſtoire de M. du Hamel de l'année 1694, nous ne doutons point qu'elles ne puiſſent auſſi cauſer à la durée des éclipſes des inégalités auxquelles il faudroit avoir égard dans l'examen des variations qu'on remarque à la durée des éclipſes du 3me Satellite: mais j'ai été diſpenſé d'entrer dans ce grand détail, par pluſieurs raiſons. La premiere eſt, que les variations de la durée des éclipſes du 3me Satellite ont ſuivi un certain ordre qui ne s'accorde ni à une hypotheſe ni à l'autre. La durée des éclipſes de ce Satellite a toujours diminué depuis l'année 1691 juſqu'à préſent, au-lieu que par la premiere hypotheſe elle auroit dû avoir deux périodes, une ſynodique ou annuelle, & l'autre périodique, ou de douze années; les taches au contraire l'auroient dû augmenter. On pourroit m'objecter qu'en 1691 il s'eſt peut-être trouvé ſur le diſque du 3me Satellite une tache aſſez grande qui a beaucoup augmenté la durée de cette éclipſe, & qu'enſuite il y en a ſuccedé de plus petites qui ont pu faire le même effet, que nous attribuons à la variation de l'inclinaiſon. Mais il auroit fallu que cette tache eût occupé les deux tiers au moins du diſque du Satellite, & pendant la durée de l'éclipſe elle eût fait une demi-révolution exacte,

exacte, afin que la partie éclairée ſe trouvât à la ſortie du Satellite de l'ombre à l'endroit oppoſé où elle étoit à ſon entrée, ce qui eſt difficile à ſuppoſer.

Je m'attacherai donc uniquement à l'examen des autres hypotheſes. Or à cet effet je vais rapporter les obſervations néceſſaires, au ſujet deſquelles il eſt bon de remarquer qu'elles ont été faites avec des Lunettes de 15 à 16 pieds de longueur.

L'année 1691, le 17 Décembre, on obſerva l'immerſion du 3me Satellite dans l'ombre de Jupiter à $6^h\ 5'\ 1''$, & l'émerſion de l'ombre à $8^h\ 11'\ 41''$, d'où on conclut la durée de l'éclipſe de $2^h\ 6'\ 40''$, Jupiter étant à 14° 57′ du Taureau, éloigné de 27 minutes ſeulement des limites. La durée de l'éclipſe ſuivante, c'eſt-à-dire, du 24 Décembre de la même année, a été de $2^h\ 7'\ 43''$, car on obſerva l'entrée du Satellite dans l'ombre à $10^h\ 1'\ 1''$, & ſa ſortie à $12^h\ 8'\ 44''$, Jupiter étoit à 15° 36′ du Taureau, éloigné des limites d'un degré 6 minutes.

Il ſemble que la durée des éclipſes de l'année 1703 (obſervée proche des limites) a été peu differente de celle de l'année 1691, ſi on s'en rapporte à l'obſervation du 10 Octobre, où on a obſervé la plus courte durée des éclipſes de cette année de $2^h\ 6'\ 24''$, moindre de 16″ ſeulement que celle qu'on a obſervée en 1691, le Satellite étant entré dans l'ombre à $10^h\ 10'\ 10''$, & en étant ſorti à $12^h\ 16'\ 34''$; le lieu de Jupiter étoit à 13° 27′ du Taureau, éloigné des limites de 1° 3′. Mais je crains qu'il ne ſe ſoit gliſſé quelque

erreur dans cette obſervation. Car ſuppoſé que les nœuds ſoient vers le 14 du Verſeau & du Lion, & que la plus courte durée des éclipſes de cette année ait été telle qu'on l'a trouvée par cette obſervation, comme on eſt en droit de le ſuppoſer, puiſqu'à cette diſtance des limites, la durée des éclipſes ne diminue plus ſenſiblement ; je ne ſai pas comment on pourra repréſenter deux obſervations de l'année 1704, une du 4 Janvier, & l'autre du 9 Février. Dans la premiere, Jupiter étoit à 21° 11′ du Taureau, éloigné par conſéquent des limites de 6° 41′ ; on obſerva l'immerſion du 3me Satellite dans l'ombre de Jupiter à 10h 4′ 7″, & l'émerſion à 12h 10′ 49″, & par conſéquent la durée de l'éclipſe n'a été que de 2h 6′ 42″, au-lieu que par les ſuppoſitions ci-deſſus elle auroit dû être de 2h 7′ 30″ environ. Dans l'obſervation du 9 Février, Jupiter étoit à 24° 24′ du Taureau, éloigné des limites de 9° 54′ ; le Satellite entra dans l'ombre à 6h 1′ 36″, & il ſortit à 8h 8′ 48″ ; donc la durée n'a été que de 2h 7′ 12″, au-lieu que ſuivant les mêmes principes elle auroit dû être de 2h 9′ 40″. On ne peut pas douter de l'exactitude de ces obſervations, dans leſquelles on trouve la durée des éclipſes moindre qu'elle n'auroit dû être ſuivant les principes connus ; car tous les accidens qui peuvent rendre les obſervations défectueuſes, augmentent ordinairement la durée des éclipſes. Mais quoi qu'il en ſoit de ces obſervations, il eſt certain que la diminution de la durée des éclipſes du 3me Satellite proche des limites, n'a

pas

pas été auſſi ſenſible depuis l'année 1691 juſqu'en 1703, & même juſqu'en 1715, qu'elle l'a été depuis 1715 juſqu'en 1727. Car en 1715 la moindre durée a été de $1^h\ 59'\ 18''$ le 15 Septembre qu'on obſerva à Paris l'immerſion du Satellite dans l'ombre à $2^h\ 8'\ 4''$ du matin, & l'émerſion à $4^h\ 7'\ 22''$, Jupiter étant à $15°\ 50'$ du Taureau, éloigné des limites de $1°\ 20'$. Le P. Feuillée l'avoit trouvée le 7 du même mois de $2^h\ 1'\ 41''$, ayant obſervé à Marſeille l'entrée du Satellite dans l'ombre à $10^h\ 15'\ 24''$, & ſa ſortie à $12^h\ 17'\ 5''$, Jupiter étant à $15°\ 12'$ du Taureau. Cette obſervation prouveroit que Jupiter n'étoit point encore arrivé aux limites des Satellites au tems de cette obſervation, puiſque la durée des éclipſes du Satellite eſt encore diminuée après cette obſervation, & par conſéquent les nœuds ſeroient plus avancés que nous ne le ſuppoſons, ce qui s'accorderoit à notre derniere détermination.

En 1727 on a trouvé la moindre durée des éclipſes du 3me Satellite de $1^h\ 49'\ 56''$ par une obſervation faite à Paris le 13 d'Août, où on obſerva l'immerſion du Satellite dans l'ombre à $2^h\ 3'\ 21''$ du matin, & l'émerſion à $3^h\ 53'\ 17''$; le lieu de Jupiter étoit à $17°\ 34'$ du Taureau, éloigné cependant des limites de $3°\ 4'$; donc la diminution de la durée des éclipſes du 3me Satellite proche des limites a été de $9'\ 22''$, au moins depuis l'année 1715 juſqu'à l'année 1727; au-lieu qu'elle n'avoit été que de $7'\ 22''$ depuis l'année 1691 juſqu'à l'année 1715, ce qui fait en tout $16'\ 44''$ depuis l'année 1691 juſqu'à l'année 1727. Cette

te grande diminution de la durée des éclipſes proche des limites de l'année 1727, eſt confirmée par deux obſervations, que nous ne manquerons pas de rapporter, quoiqu'un peu éloignées des limites, & que la premiere ait été faite avec une lunette de 10 pieds environ, qui doit avoir augmenté la durée de l'éclipſe. Cette obſervation a été faite par M. Manfredi à Bologne, où il obſerva le 17 de Septembre de la même année l'entrée du Satellite dans l'ombre de Jupiter à $10^h\ 48'\ 19''$, & la ſortie à $12^h\ 40'\ 30''$; d'où on conclut la durée de $1^h\ 52'\ 11''$: Jupiter étoit à 20° 49' du Taureau, éloigné des limites de 6° 19'. Enfin, la derniere obſervation a été faite à Pekin par les PP. Jéſuites le 23 d'Octobre, & on a trouvé la durée de l'éclipſe de $1^h\ 56'\ 55''$; car on obſerva l'entrée du Satellite dans l'ombre à $1^h\ 57'\ 15''$ du matin, & ſa ſortie à $3^h\ 54'\ 10''$, Jupiter étoit à 24° 2' du Taureau, éloigné des limites de 9° 32".

La variation de la durée des éclipſes du 3me Satellite proche des limites, ou plutôt la diminution continuelle de cette durée depuis 1691 juſqu'en 1727, eſt donc bien prouvée. Il ne s'agit plus que d'examiner quelle en peut être la cauſe la plus vraiſemblable, & ſi nous avons eu raiſon de l'attribuer au changement de l'inclinaiſon. Il ſuffit de jetter les yeux ſur les obſervations que nous avons rapportées, pour ſe convaincre que le mouvement des nœuds ne peut pas repréſenter les variations que nous avons remarquées à la durée des éclipſes du 3me Satellite. Car ſuppoſons que les nœuds ayent eu

un

un mouvement de 3 degrés depuis l'année 1691 jusqu'à l'année 1727, la difference de la durée des éclipses observées aux limites ne devroit pas être de 10 secondes de tems, au-lieu que nous l'avons trouvée de 16° 44″, & d'ailleurs on devroit remarquer les mêmes variations à peu près proche des nœuds que proche des limites, ce qui est contraire aux observations. Car non-seulement on n'a pas observé proche des nœuds une telle diminution à la durée des éclipses du 3me. Satellite, mais il paroit qu'elle a été assez conforme à la Table de feu M. Cassini. Je dis assez conforme, parce que la plus grande difference qu'on a trouvée entre la durée des éclipses du 3me Satellite proche des nœuds, & celle qu'on tire de la Table, n'a été que d'une minute 20 secondes, & cela par une observation de l'année 1712 du 27 Septembre, qu'on observa l'entrée du Satellite dans l'ombre à 6h 23′ 11″, & la sortie à 9h 55′ 32″, dont on conclut la durée de 3h 32′ 21″, Jupiter étant à 7° 48′ du Verseau, éloigné du nœud ascendant de 6° 42′; à cette distance, on trouve par les Tables la durée de 3h 33′ 40″: ainsi il est évident que le mouvement des nœuds ne suffit pas pour représenter la variation de la durée des éclipses du 3me Satellite. Mais ceux qui se donneront la peine de calculer les observations que nous avons rapportées ci-dessus, trouveront la même difficulté de l'expliquer par l'hypothese de l'excentricité. Car s'il reste entre les observations des conjonctions de ce Satellite & le calcul corrigé par la premiere Equation de

Jupi-

Jupiter, quelque difference ou inégalité qu'on pourroit attribuer à une excentricité de Satellite à l'égard du centre de Jupiter, cette inégalité a été presque la même au tems de toutes ces observations ; ce qui prouveroit que le Satellite s'est trouvé à égale distance du centre de Jupiter. On peut donc conclure que la cause principale de la diminution de la durée des éclipses du 3me. Satellite, a été la variation de l'inclinaison de son orbe sur celui de Jupiter.

Il seroit à souhaiter que nous eussions quelques observations des éclipses du 3me. Satellite aussi proche des nœuds que nous en avons proche des limites, elles nous feroient connoitre le demi-diametre de l'ombre de Jupiter dans l'orbe de ce Satellite, dont nous avons besoin pour calculer son inclinaison. Nous avons lieu de croire ce demi-diametre plus petit qu'il n'est dans la Table de feu M. Cassini. On en a pu voir la raison par ce que nous avons dit ci-dessus touchant la difference que nous avons trouvée en 1712 entre la durée d'une éclipse observée proche des nœuds, & celle qu'on a trouvée par cette Table. Une pareille difference trouvée en 1695, nous confirme dans la même pensée ; car le 11 d'Avril de cette année on observa l'immersion du 3me. Satellite dans l'ombre de Jupiter à $8^h\ 32'\ 42''$, & l'émersion à $12^h\ 3'\ 13''$, d'où on conclut la durée de cette éclipse de $3^h\ 30'\ 31''$, Jupiter étant à $26^o\ 21'$ du Lion, éloigné du nœud descendant de $11^o\ 51'$, mais à cette distance on trouve la durée de l'éclipse de $3^h\ 31'\ 44''$; donc la difference

est

eſt de 1′ 13″, moindre de 7 ſecondes que la difference trouvée en 1712. Il eſt vrai qu'une partie de ces differences doit être attribuée à l'inclinaiſon que nous avons trouvée differente de celle que M. Caſſini a employée dans ſes Tables, parce que ces obſervations ſont un peu éloignées des nœuds. Mais comme on ne pourroit pas encore par ce moyen repréſenter toute la difference, & que nous ne connoiſſons juſqu'à préſent aucune autre cauſe qui ait pu diminuer la durée des éclipſes du 3me. Satellite proche des nœuds, nous ſommes portés à croire que le demi-diametre de l'ombre de Jupiter dans l'orbe du 2d. Satellite déterminé par feu M. Caſſini, eſt trop grand, & qu'il faut le diminuer, ce que nous avons fait; ayant pris un milieu entre le demi-diametre qui réſulte des obſervations rapportées ci-deſſus, & celui qui a été déterminé par M. Caſſini, & nous l'avons conclu de 1h 47′, ou de 3° 44′ en parties de l'orbe du 3e. Satellite, que nous avons ſuppoſé conſtant, & avec lequel nous avons calculé l'inclinaiſon de ce Satellite pour l'année 1691 de 3° 0′ 30″, pour l'année 1715 de 3° 5′ 25″, & pour l'année 1727 de 3° 12′ 5″, d'où on voit qu'elle a toujours augmenté depuis l'année 1691.

Nous avons conſtruit pour notre uſage une Table de la durée des éclipſes du 3me. Satellite ſuivant cette derniere détermination de l'inclinaiſon de 3° 12′ 5″, que nous aurions jointe à ce Mémoire, ſi nous l'euſſions cru utile, mais à quoi ſervira-t-elle, ſi l'inclinaiſon continue d'augmenter? Comme l'inclinaiſon

naiſon eſt un principal élément pour la détermination des éclipſes, nous ne négligerons aucun moyen pour nous en inſtruire.

OBSERVATION

DE L'ECLIPSE TOTALE DE LA LUNE

Du premier Décembre de cette année 1732.

Faite à l'Obſervatoire Royal de Paris.

Par M. CASSINI.

LE Ciel qui avoit été couvert pendant preſque tout le mois de Novembre, s'étant éclairci le matin du premier Décembre, nous avons eu un tems favorable pour l'obſervation de cette Eclipſe, que nous avons faite avec une Lunette de 8 pieds, au foyer de laquelle étoit un Micrometre avec des réticules pour meſurer les doigts éclipſés de la Lune.

A	8h	11′	22″ Commencement de l'Eclipſe certain.
	12	42	Grimaldi eſt entré.
	14	2	La Lune eſt éclipſée d'un doigt.
	19	2	Deux doigts.
	20	37	Capuanus eſt dans l'ombre.
	22	12	L'ombre à Ariſtarque.
	22	47	Ariſtarque eſt dans l'ombre.
	23	58	Trois doigts.
	27	8	L'ombre à Copernic.

A

A	8h	28′ 52″	Quatre doigts.
		29 32	Copernic eſt dans l'ombre.
		30 51	L'ombre à Tycho.
		31 16	L'ombre à Héraclides.
		32 36	Tycho eſt entré.
		33 51	Cinq doigts.
		35 41	L'ombre à Hélicon.
		38 51	Six doigts.
		42 41	L'ombre à Manilius.
		44 1	Sept doigts.
		49 1	Huit doigts.
		50 31	Pline eſt dans l'ombre.
		53 11	L'ombre au Promontoire aigu.
		54 3	Neuf doigts.
		58 54	Dix doigts.
	9	0 16	L'ombre à Hermes.
		1 0	L'ombre à Proclus.
		4 4	Onze doigts.
		6 0	La Mer des Criſes eſt toute dans l'ombre.
	9	8 50	Immerſion totale de la Lune dans l'ombre.

La portion du diſque de la Lune où s'eſt faite l'immerſion totale de la Lune, paroiſſoit claire à la vue ſimple, de même que par la Lunette, & cette lumiere alloit en diminuant juſqu'à la partie du diſque oppoſée qui paroiſſoit d'un rouge-brun, de maniere qu'on voyoit le diſque entier de la Lune avec diverſes nuances de lumiere.

Cette lumiere a changé de place à meſure que la Lune s'eſt plongée dans l'ombre, & elle a reparu vers l'autre bord avant l'émerſion,

ſion, de la même maniere qu'on l'avoit vue après l'immerſion.

A	10h	48'	27" Commencement de l'émerſion.
		50	17 Grimaldi eſt ſorti de l'ombre.
		52	27 Galilée eſt ſorti.
		53	30 Un doigt.
		56	12 Ariſtarque eſt ſorti.
		58	7 Deux doigts.
	11	0	2 Copernic eſt ſorti.
		3	0 Trois doigts.
		8	15 Quatre doigts.
		9	47 Tycho eſt entierement ſorti.
		13	47 Cinq doigts.
		17	52 Six doigts.
		21	26 Manilius eſt ſorti.
		22	38 Sept doigts.
		23	46 Menelaüs ſort.
		24	26 Menelaüs eſt ſorti.
		27	29 Pline ſort, l'ombre eſt mal terminée.
		28	46 Huit doigts.
		33	26 Neuf doigts.
		37	46 Dix doigts.
		42	38 Onze doigts.
		43	39 La Mer des Criſes eſt entierement ſortie de l'ombre.
		46	25 Fin douteuſe.
		46	53 Fin certaine.

Suivant ces obſervations, la durée de l'Eclipſe a été de 3^h 35' 37", & celle de l'immerſion totale de 1^h 39' 37". La Lune a employé 57' 22" à entrer dans l'ombre, & 58' 28" à en ſortir, avec une difference de près

près d'une minute, ce qui peut provenir de ce que le commencement de l'Éclipse a été déterminé un peu trop tard, comme il paroit par les autres phases de l'Eclipse, suivant lesquelles le commencement de l'Éclipse a dû arriver à 8h 10′ & quelques secondes.

Nous observames ensuite la Lune à son passage par le Méridien avec le Quart-de-cercle de six pieds, que l'on a placé depuis peu dans le Cabinet de la Tour inférieure orientale ; & nous déterminames par le Micrometre qui est appliqué à la Lunette de ce Quart-de-cercle le diametre vertical apparent de la Lune de 0d 33′ 7″, plus grand de 37 secondes, que celui du Soleil; que l'on observa le lendemain 2 Décembre, avec le même Micrometre, de 0d 32′ 30″.

OBSERVATION

De l'Eclipse totale de Lune du 1. *Décembre* 1732, *faite à Paris.*

Et Comparaison de cette Observation à celles qui ont été faites à MADRID, *à* SEVILLE *& à* CHANDERNAGOR *au Royaume de Bengale. D'où résulte la Difference des Méridiens entre Paris & ces Villes.*

Par M. GODIN. *

NOus avons observé, M. Grandjean & moi, cette Eclipse en deux manieres: M.

* 3 & 6 Décemb. 1732.

M. Grandjean a pris pendant la durée de l'Eclipſe pluſieurs hauteurs de la Lune, dont on marquoit dans le même inſtant les Azimuths. Ces obſervations détermineront les principaux élémens du calcul de cette Eclipſe, ſuivant la méthode que j'ai donnée dans les Mémoires de l'Académie *. Pour moi j'ai appliqué à une Lunette de 7 pieds le Micrometre † inventé par M. Grandjean, qui étant bien conſtruit, eſt fort commode pour ces ſortes d'obſervations, ſur-tout à cauſe du peu de tems qu'on employe à prendre differens angles. Nous avons auſſi marqué l'un & l'autre, le progrès de l'ombre à l'égard des taches, dont nous déterminames enſuite la ſituation ſur le diſque de la Lune.

Tems vrai.

A 8h 10′ 57″ L'Eclipſe paroit commencer.
12 27 L'ombre au milieu de Grimaldi.
14 27 ——— à Galilée.
17 26 L'Eclipſe eſt de 1 doigt 27′
20 57 ——— 2 8
22 27 L'ombre à Ariſtarque.
23 27 Tout Ariſtarque dans l'ombre.
25 32 L'Eclipſe eſt de 3 1
27 57 L'Eclipſe eſt de 3 46′
28 22 Copernic entre dans l'ombre.
29 22 Milieu de Copernic.
30 13 Tout Copernic dans l'ombre.
31 12 L'ombre à Eratoſthenes.

A

* *An.* 1731. *p.* 328. *& ſuiv.*

† *On en trouve la Figure & la Deſcription dans le Recueil des Machines approuvées par l'Académie. Année* 1723, *n°.* 377, *tom. VI.*

A 8h 31' 57" Tycho entre dans l'ombre.
32 52 L'ombre à Heraclides.
33 7 Tout Tycho dans l'ombre.
35 26 L'Eclipſe eſt de 4d 59'
36 44 Helicon entre dans l'ombre.
40 51 L'Eclipſe eſt de 6 13
44 11 Le centre de Platon au bord de l'ombre.
45 10 L'Eclipſe eſt de 7 4
46 55 L'ombre à Menelaüs.
49 5 ——— à Pline.
L'Eclipſe eſt de 8 10
53 14 L'ombre au Cap aigu.
55 15 L'Eclipſe eſt de 9 15
59 39 L'ombre à Proclus.
9 1 30 ——— au bord de *Mare Criſium*.
2 44 L'Eclipſe eſt de 10 47
3 52 L'ombre à Meſſahala.
5 44 L'Eclipſe eſt de 11 15
6 9 Tout *Mare Criſium* dans l'ombre.
9 9 Immerſion totale de la Lune.

10 48 2 Emerſion de la Lune, incertaine.
48 37 Emerſion certaine.
50 12 Le milieu de Grimaldi ſort de l'ombre.
52 5 Galilée ſort.
53 17 L'Eclipſe eſt de 11 15
55 47 ——— 10 47
56 17 Ariſtarque ſort.
58 41 Kepler ſort.
11 2 16 L'Eclipſe eſt de 9 15

A 11h 5′ 46″ Helicon ſort.
6 16 Le milieu de Copernic ſort.
8 16 Tycho au bord de l'ombre.
9 51 Tycho tout entier hors de l'ombre.
L'Eclipſe eſt de 8d 10′
11 36 Le milieu de Platon ſort.
12 1 Tout Platon ſorti.
14 16 L'Eclipſe eſt de 7 4
16 55 ——— 6 13
20 41 Manilius ſort.
23 25 L'Eclipſe eſt de 4 59
23 50 Menelaüs ſort.
25 0 Dionyſius ſort.
27 55 Pline ſort.
29 25 L'Eclipſe eſt de 3 46
32 14 ——— 3 1
36 49 ——— 2 8
38 14 Proclus ſort *douteux*.
39 24 *Mare Criſium* commence à ſortir.
40 30 L'Eclipſe eſt de 1 27
43 24 *Mare Criſium* toute hors de l'ombre.
11 46 39 Emerſion totale, ou Fin de l'Eclipſe.

Par les Phaſes ſemblables on trouve ainſi le milieu de l'Eclipſe:

Par le commencement & la fin . . . 9h 58′ 48″
Par l'immerſion & l'Emerſion . . . 9 58 53
Par la Phaſe de 11d 15′ ——— 9 59 30½
10 47 ——— 9 59 14½
9 15 ——— 9 58 45½
8 10 ——— 9 59 28

Par

Par la Phaſe de	7d 4′	———	9 58 43	
	6 13	———	9 58 53	
	4 59	———	9 59 25	½
	3 46	———	9 58 41	
	3 1	———	9 58 53	
	2 8	———	9 58 53	
	1 27	———	9 58 58	

Le milieu moyen eſt	9	59	0 ½
Je l'avois calculé dans la Conn. des Tems	10	0	51
Difference entre le Calcul & l'Obſervation		1	50 ½

De ces obſervations on tire auſſi le tems que la Lune a employé à ſe plonger dans l'ombre de ..... 0h 58′ 12″

La durée de l'Immerſion totale, ou la demeure dans l'ombre de... 1 38 53

Le tems que la Lune a employé à ſortir de l'ombre 0 58 37

La durée totale de l'Eclipſe de 3 35 42

Remarques ſur cette Eclipſe.

On peut encore trouver le milieu de l'éclipſe par l'immerſion des taches, qui ſont toujours plus exactement obſervées que les émerſions, & en ſe ſervant de la phaſe de 6 doigts dans l'immerſion. Par exemple, j'ai trouvé que l'éclipſe étoit de 4 doigts 59′ à 8h 35′ 26″, & de 6 doigts 13′ à 8h 40′ 51″. J'en ai conclu, en ſuppoſant le progrès le même, qu'elle étoit préciſément de 6 doigts

à 8h 39′ 54″, & ayant observé l'ombre au bord de *Mare Crisium* à 9h 1′ 30″, la difference entre cette phase & celle de 6 doigts est de 21′ 36″; mais par l'observation correspondante de *Mare Crisium*, faite à 11h 39′ 24″, on a le passage du bord précédent de cette tache par le centre de l'ombre, ou plutôt par une droite qui est le lieu du milieu de l'éclipse, laquelle droite est menée du centre de l'ombre perpendiculaire à l'Orbite de la Lune. Ce passage se trouve à 10h 20′ 27″: si l'on en retranche 21′ 36″ qu'on a trouvées d'abord entre la phase de 6 doigts & le commencement de *Mare Crisium*, on aura le milieu de l'éclipse à 9h 58′ 51″. J'ai cherché par cette méthode, le milieu de cette éclipse, en employant l'immersion de quelques-unes des taches dont j'étois le plus assuré, & qui par elles-mêmes sont plus aisées à déterminer, & je l'ai trouvé:

Par Grimaldi	9h	58′	46″
Par Galilée	9	58	43
Par Pline	9	59	9
Par Proclus	9	59	11
Par *Mare Crisium*.	9	58	51

Le milieu entre ces cinq, est 9 58′ 56″; le même à 4″ près, que celui qui a été trouvé ci-dessus par les phases en doigts.

Dans cette éclipse, l'ombre m'a paru mieux terminée pendant l'immersion que dans l'émersion. Dans l'immersion totale elle n'étoit pas bien tranchée, peut-être parce que ce bord du disque de la Lune n'est pas si clair

&

& ſi blanc que celui qui eſt vers *Grimaldi*. Le recouvrement de lumiere qui parut d'abord être douteux, fut cependant une des phaſes les plus aiſées à obſerver. Pendant quelque tems on apperçut le bord aſſez clair pour ſoupçonner l'émerſion; mais peu après, & tout d'un coup, il devint ſi blanc qu'il n'étoit pas poſſible d'héſiter.

Lorſque la Lune étoit entierement plongée dans l'ombre, la partie du limbe, depuis ſon zénith juſqu'à 90° ou environ, vers la droite, paroiſſoit plus claire à la vue ſimple que tout le reſte du diſque, que l'on remarquoit aſſez bien. On appercevoit la même choſe par la lunette; ce qui alloit depuis *Platon*, juſques vers *Mare Criſium*, & formoit en cet endroit une eſpece de croiſſant tout-à-fait ſemblable à celui de la Lune lorſqu'on la voit près de l'horizon au travers des vapeurs, quelques jours devant, ou après la conjonction. Ce croiſſant s'allongea du côté de *Grimaldi*, & deſcendit même plus bas; en ſorte qu'il ſembla former enſuite un anneau preſque entier. Mais en même tems il diminua de largeur. J'obſervai ce progrès ſans lunette, & je fixai par-là à la vue ſimple le milieu de l'éclipſe à 9h 59', ou à 10h 1'; car j'héſitai pendant 2 minutes.

Ces apparences, qui s'accordent à la route que la Lune a tenue dans l'ombre de la Terre, m'ont fait juger qu'avant l'invention des lunettes, il étoit poſſible aux Anciens de fixer aſſez bien le milieu d'une éclipſe totale de Lune: & peut-être que cette méthode étoit beaucoup plus ſûre que par le commence-

ment où la fin; car lorſque celle-ci a commencé, ceux qui l'ont obſervée, ont pu remarquer que la Lune paroiſſoit éclipſée de plus de 2 doigts à la vue ſimple; ce que je n'ai point trouvé de même à la fin de l'Éclipſe, quoiqu'il ne me paroiſſe pas plus de raiſon pour l'une que pour l'autre phaſe.

Il paroit par toutes les obſervations, tant des phaſes en doigts que des taches, que le mouvement de la Lune a été plus accéléré dans l'immerſion que dans l'émerſion, ce qui s'accorde en général aux hypotheſes. Car la Lune étoit alors dans le 8me ſigne d'Anomalie, & alloit du Périgée à l'Apogée: le mouvement de l'ombre au contraire s'accéléroit, le Soleil approchant de ſon Périgée; d'où il ſuit que le mouvement horaire de la Lune au Soleil, étoit plus grand dans la premiere moitié de l'éclipſe que dans la ſeconde: le gros des obſervations donneroit environ 10″ de difference, dont le milieu vrai de l'éclipſe ſeroit arrivé plutôt que ce que nous avons déterminé, ſans égard à cette conſideration; mais il n'eſt pas aiſé de s'en aſſurer par les obſervations mêmes, qui doivent être pour cette recherche, plus exactes qu'on n'a droit d'eſperer dans une éclipſe de Lune, où les cauſes phyſiques peuvent encore beaucoup influer. En tout cas, il eſt bon d'y faire attention dans les obſervations à venir, & en cela l'obſervation des taches ſervira autant que celle des doigts.

Pendant que la Lune étoit éclipſée, elle éclipſa auſſi diverſes Etoiles fixes de la conſtellation du Taureau, dont je n'ai trouvé au-

aucune marquée dans les Catalogues, ni dans les Cartes des Etoiles fixes. J'en obſervai deux entre autres, dont la premiere ſortit du bord de la Lune, vis-à-vis *Meſſahala* à $9^h\ 58'$, à très peu près, une minute avant le milieu de l'éclipſe. Cette Etoile eſt entre τ & ι du Taureau, plus proche de τ que de ι, & un peu plus auſtrale que la ligne droite, qui les joint; elle eſt auſſi dans une droite tirée de l'Etoile γ, à la corne boréale marquée β. Le lieu de cette Etoile eſt à préſent en 10° & près de 27' des Gémeaux, avec une latitude d'environ 20' ſeptentrionale. Une demi-heure après, ou plus exactement à $10^h\ 30'$, j'obſervai l'immerſion d'une autre Etoile ſous le diſque de la Lune, à peu près vis-à-vis d'Ariſtarque; mais comme j'étois attentif alors à ce même bord, par où la Lune devoit ſortir de l'ombre, je me contentai de marquer l'heure de cette obſervation, ſans penſer à fixer la ſituation de cette Etoile, que je ne revis plus, lors même qu'elle devoit être ſortie. Mais par la comparaiſon du lieu de la Lune dans cet inſtant, je trouve qu'elle doit être en 11 degrés environ des Gémeaux, avec une latitude ſeptentrionale de quelques minutes, ce qui ſuffit toujours pour la reconnoître, & pour en déterminer plus préciſément la ſituation.

J'ai eu la curioſité de comparer l'obſervation de cette éclipſe avec ce qui réſulte du *Saros*, ou Période Chaldaïque des Eclipſes lunaires que Pline nous a conſervée, & que M. Halley a renouvellée & limitée à 18 ans 10 ou 11 jours $7^h\ 43'\ 45''$, & j'ai trouvé qu'à

compter du milieu de cette éclipſe, en rétrogradant pendant 2 périodes (parce qu'à n'en compter qu'une, il ſe trouve en 1714 une éclipſe de Lune qui n'a pas été viſible en Europe) il venoit le milieu d'une éclipſe de Lune au 9 Novembre 1696, à $6^h\ 31'\ 30''$ du matin, auquel tems il en eſt effectivement arrivé une qui n'a pas été viſible à Paris, mais dont le milieu y eſt arrivé, ſuivant deux obſervations faites à Tours, & à la Rochelle *, qui s'accordent entre elles à $10''$ près, à $4^h\ 55'\ 12''$, c'eſt-à-dire, $1^h\ 36'\ 18''$ plutôt que la Période Chaldaïque, limitée par M. Halley, ne demande. Ce qui donne $48'\ 9''$ pour le retardement d'une période, depuis 1714 juſqu'en 1732, en ſuppoſant les obſervations de Tours & de la Rochelle bien faites, & ſans avoir égard à l'Equation de la période que M. Halley a annoncée, mais que je ne trouve donnée nulle part.

Obſervation de cette Eclipſe, faite à Madrid.

† M. le Duc de Solferino m'a communiqué l'obſervation qu'il en a faite à Madrid, dont voici le réſultat comparé à la mienne.

Copernic entre dans l'ombre à Paris	8^h	$28'$	$22''$
à Madrid	8	3	53
Difference. . . .		24	29
Tout Copernic dans l'ombre à Paris	8	30	13
à Madrid	8	6	9
Difference. . . .		24	4

Com-

* *Regiſtr. de l'Acad. 1696. M. de la Hire, Obſ. MS.*
† 12 Décembre 1733.

Commencement de *Mare Crisium* à Paris . . .	9h	1′	30″
à Madrid. . .	8	37	15
Difference. . . .		24	15
Tout *Mare Crisium* dans l'ombre à Paris. . . .	9	6	9
à Madrid. . .	8	41	49
Difference. . . .		24	20
Immersion totale à Paris.	9	9	9
à Madrid.	8	44	53
Difference. . . .		24	16
Emersion à Paris.	10	48	37
à Madrid.	10	24	38
Difference. . . .		23	59
Aristarque sort de l'ombre à Paris.	10	56	17
à Madrid.	10	31	50
Difference. . . .		24	27
Milieu de Copernic à Paris. . . .	11	6	16
à Madrid. . . .	10	41	43
Difference. . . .		24	33
Tout *Mare Crisium* à Paris. . . .	11	43	24
à Madrid. . . .	11	18	54
Difference. . . .		24	30
Fin de l'Eclipse à Paris.	11	46	39
à Madrid.	11	22	17
Difference. . . .		24	22

Ces dix obſervations correſpondantes comparées enſemble, donnent pour difference en longitude entre Paris & Madrid, 24′ 20″ de tems: la plupart s'accordent d'elles-mêmes à donner cette quantité. C'eſt donc en parties de cercle 6° 5′, dont Madrid eſt plus occidental que Paris, au lieu des obſervations, & 6° 4′ 30″ plus occidental que l'Obſervatoire Royal.

Parmi les obſervations des Satellites de Jupiter, faites à Madrid, & dont j'ai obſervé les correſpondantes à Paris, j'en trouve deux du premier, le 15 Mai & le 7 Juin 1733: les differences qui en réſultent, ſont reſpectivement 24′ 7″, & 24′ 40″, ce qui donne pour difference moyenne 24′ 23″, à très peu près comme par l'Eclipſe de Lune.

La poſition de Madrid en longitude avoit varié juſqu'à préſent, parmi les Aſtronomes & Géographes, entre 5° ½, & 7° ½, excepté M. de la Hire qui ne differe que de 20″ d'heure, de ce qui réſulte des obſervations que j'ai rapportées. L'Auteur qui l'avoit le mieux déterminée, eſt le P. Riccioli qui la donne de 6° 10′ dans ſa Géographie réformée.

Obſervation faite à Seville.

M. le Duc de Solferino a fait obſerver la même éclipſe à Seville, où il veut auſſi faire obſerver les Satellites de Jupiter. Les obſervations de Seville ne s'accordent pas ſi bien entre elles & avec les nôtres; l'erreur va à une minute de plus ou de moins dans la difference. Mais ayant égard aux circonſtances,

&

& prenant un milieu, on peut fixer la difference en longitude entre Paris & Seville, à 34′ d'heure, ou 8° 30′, dont Seville eſt plus occidental que Paris, ou 8° 29′½ plus que l'Obſervatoire, ce qui s'accorde fort bien à ce que M. Harris en a donné par obſervation.

Obſervation faite à Chandernagor.

Entre pluſieurs obſervations Aſtronomiques faites à Chandernagor ſur le Gange, au Royaume de Bengale, leſquelles j'ai eu occaſion de voir, il y a celle de la même éclipſe de Lune, qui paroît faite avec une grande exactitude. J'y trouve vingt-ſix obſervations dont j'ai fait ici les correſpondantes: elles s'accordent toutes entre elles autant qu'il eſt poſſible. Il y en a vingt-quatre qui donnent la même difference en longitude, à moins d'une demi-minute près; je n'en rapporterai ici que quatre des principales Phaſes.

Commencement de l'Eclipſe			
à Chandernagor.	13h	55′	5″
à Paris.	8	10	57
Difference. . . .	5	44	8
Immerſion totale à Chandernagor.	14	53	15
à Paris.	9	9	9
Difference. . . .	5	44	6
Recouvrement de lumiere			
à Chandernagor.	16	33	0
à Paris.	10	48	37
Difference. . . .	5	44	23

Fin de l'Eclipſe à Chandernagor. 17h 31′ 10″
à Paris. 11 46 39
Difference. . . . 5 44 31

De ces correſpondantes & des autres que je ne rapporte pas, j'ai conclu la véritable difference de 5h 44′ 7″ dont Chandernagor eſt plus oriental que Paris, ce qui eſt préciſément le réſultat du milieu conclu de part & d'autre, ou 5h 44′ 37″ à l'égard de l'Obſervatoire. M. de la Hire donne cette difference de 5h 43′. Chandernagor ſera donc, ſelon mon calcul, à 86° 9′ 15″ à l'Orient de Paris; & la latitude étant, par les Tables de M. de la Hire, & par les mêmes obſervations que j'ai vues, de 22° 54′, on trouvera qu'il tombe preſque ſur un autre lieu du Royaume de Bengale, nommé *Ougly* dans la Carte d'Aſie de M. Deliſle, publiée en 1723, dans laquelle j'ai été ſurpris de ne point trouver cette poſition.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES FAITES PENDANT L'ANNÉE M. DCCXXXII.

Par M. MARALDI. *

ON a vu pluſieurs fois la Lumiere Boréale pendant l'année 1732, je l'ai obſervée

* 7 Janvier 1733.

ſervée le 1er jour de Mars, le 22 d'Août, le 19 & le 20 de Septembre, le 5, le 15, le 22 & le 23 d'Octobre. Celle du 22 d'Août a été la plus remarquable, elle parut à 8h ½ du ſoir, du côté du Midi, en forme d'un arc de cercle ou zone qui ſortoit à l'Orient d'un amas de nuages, & s'étendoit juſqu'à l'Occident, elle paſſoit par le cou du Cigne, par les Etoiles méridionales de la Lire, à la diſtance de 15° du Zénith, & raſoit la partie méridionale de la Couronne; elle étoit plus étroite à l'Orient où elle n'avoit qu'environ 2 degrés de largeur, & s'élargiſſoit en allant vers l'Occident, où elle en avoit 5 à 6, & paroiſſoit ſe diviſer en deux parties. Elle a pris quelquefois la forme de la queue d'une Comete, dont la tête ſeroit cachée. A 9h ¼, il ne reſtoit que quelque lueur du côté de l'Orient, & on voyoit vers le Nord, une Aurore Boréale entre les nuages. A 9h ½ cette lumiere parut de nouveau, elle étoit terminée en pointe du côté de l'Orient, 5 à 6 degrés au-deſſus d'Algenib qui étoit placé au milieu de cette lumiere, elle traverſoit du côté du Midi la Voye de lait, & paſſoit par les Etoiles de la Fleche. Elle étoit foible vers l'Occident, & à 9h ¾ elle diſparut entierement.

Je crois que la Lumiere qui parut le 5 d'Octobre, auroit été très éclatante, ſi la clarté de la Lune qui étoit ſur l'horizon, & avoit été pleine le jour auparavant, ne l'avoit effacée, car à 7h elle étoit très bien terminée par un Arc de lumiere qui s'élevoit juſqu'aux

Etoiles du quarré de la grande Ourſe, & qui jettoit quelques rayons de lumiere.

Obſervations ſur la quantité de Pluye.

	pouc.	lign.
En Janvier ...	0	6 1/6
Février ...	0	6 1/6
Mars	0	9 1/2
Avril	1	3 1/2
Mai	2	9 1/6
Juin	2	5
	8	4 1/6

	pouc.	lign.
En Juillet	0	10 1/2
Août	0	8 5/6
Septembre.	2	6 1/2
Octobre ...	2	6 1/2
Novembre.	0	8 1/2
Décembre.	0	7 1/6
	5	5

La quantité de la Pluye tombée en 1732, eſt donc de 13 pouces 9 lignes 1/6, qui eſt moindre que celle qui tombe dans une année commune déterminée à 17 pouces 1/2. La Pluye tombée dans les ſix premiers mois de l'année a été de 8 pouces 4 lignes 1/6, plus abondante que celle qui eſt tombée dans les ſix derniers, qui n'a été que de 5 pouces 5 lignes.

Obſervations ſur le Thermometre.

Le plus grand froid de l'année 1732 eſt arrivé vers la fin du mois de Janvier. Le 26 de ce mois, la liqueur de l'ancien Thermometre eſt deſcendue à 19 degrés 3/4, celle du Thermometre de M. de Reaumur a été à 6 degrés au-deſſous de la congelation artificielle de l'eau, & le 27 du même mois la liqueur du premier Thermometre étoit montée à 21 de-

degrés ½; celle du ſecond n'étoit plus qu'à 5 degrés au-deſſous de la congelation de l'eau.

On a remarqué la plus grande chaleur par les mêmes Thermometres, le 30 de Juillet & le 2 d'Août; on a obſervé dans ces deux jours, la liqueur de l'ancien Thermometre à 66 degrés le matin au lever du Soleil, & à 74 degrés trois heures après midi. La liqueur de celui de M. de Reaumur a été à 19 degrés ½ le matin, & à 24 ½ le ſoir.

Sur le Barometre.

Le Barometre a marqué la plus grande élévation du Mercure à 28 pouces 5 lignes le 3, le 4, le 5, le 6 & le 7 Décembre par les grands brouillards qu'il a fait durant une grande partie de ce mois, & il a marqué la moindre élévation à 27 pouces 6 lignes le 10, le 11 & le 12 d'Avril par un tems couvert & un vent de Sud-Oueſt: il a été pluſieurs fois à 27 pouces 7 lignes le mois de Mars.

Sur la Déclinaiſon de l'Aimant.

Le 5 de Septembre 1732, nous avons obſervé avec une Aiguille de 4 pouces la déclinaiſon de l'Aimant de 15 degrés 15 minutes au Nord-Oueſt.

* REPONSE

Aux Remarques qui ont été faites dans le Journal Hiſtorique de la République des Lettres ſur le Traité DE LA GRANDEUR ET DE LA FIGURE DE LA TERRE.

Par M. CASSINI.

DANS le Journal Hiſtorique de la République des Lettres, des mois de Janvier & Février de l'année 1733, l'on a donné l'Extrait de pluſieurs Lettres imprimées de M. le Marquis Poleni, entre leſquelles il s'en trouve une (*page* 105 & *ſuivantes*) ſur la *fameuſe Queſtion de la Figure de la Terre*, dans laquelle l'Auteur de ce Journal a joint quelques Remarques critiques ſur le Traité de la grandeur & de la figure de la Terre, qui tendent non-ſeulement à jetter quelques doutes ſur la préciſion des obſervations qui ont été employées dans cet Ouvrage, mais même à y faire remarquer de prétendues abſurdités; d'où il conclud qu'en général, on voit ſi peu d'accord entre les degrés céleſtes & les meſures terreſtres, dans la plupart des obſervations que Mrs. de l'Académie ont faites en divers lieux du Royaume, que l'on eſt forcé de convenir que l'on ne

* On a cru ne devoir pas attendre à faire paroitre cette Réponſe juſqu'à ce qu'on imprimât les Mémoires de l'année dans laquelle elle a été lue.

ne ſauroit faire aſſez de fonds ſur les calculs qu'on en déduit, pour décider cette queſtion; ſavoir, ſi les degrés du Midi ſont plus grands que ceux du Nord, ou bien ſi tous les degrés ſont égaux.

Avant que d'entrer en matiere pour répondre aux objections de l'Auteur de ce Journal, j'ai cru devoir avertir le Public, que quoique l'Académie Royale des Sciences ait bien voulu que l'Ouvrage dont il eſt queſtion, ait été mis à la ſuite de ſes Mémoires de 1718, elle n'a point adopté le ſentiment ſur la figure de la Terre qui en réſulte; elle a ſeulement approuvé le projet de cet Ouvrage qui lui a été communiqué, de même que la Méthode que l'on a pratiquée pour parvenir aux connoiſſances que l'on en a déduites; & s'il y a quelques erreurs, tant dans les calculs, que dans le réſultat des obſervations que l'on a faites, elles ne doivent être imputées qu'à ceux qui ont travaillé à ces obſervations, & ont rédigé ce Traité dans l'état où il a été donné au Public.

Cet ouvrage fut propoſé par mon Pere, & prolongé en 1684 juſqu'au-delà de Bourges vers le Midi, pendant que M. de la Hire y travailloit du côté du Nord. Je l'ai continué avec mon Pere & M. Maraldi, depuis Bourges juſqu'à Collioure en 1700 & 1701, & après l'avoir achevé entierement en 1718 avec Mrs. de la Hire le fils & Maraldi, en le prolongeant juſqu'à l'extrémité ſeptentrionale du Royaume, j'en ai donné le réſultat au Public; ainſi c'eſt à moi à en prendre la défenſe.

Il paroît d'abord dans l'Extrait du Journal de la République des Lettres, que l'on a voulu jetter quelques doutes sur la précision des observations qui ont été employées pour déterminer l'arc du Méridien, intercepté entre les paralleles de Dunkerque & de Collioure.

Après avoir remarqué dans ce Journal qu'il ne faut *qu'un tiers de minute d'erreur dans les observations faites à Collioure & à Dunkerque pour emporter toute la difference que l'on a trouvée entre les degrés consécutifs de latitude*; on ajoute, *que l'on trouve même entre les observations de Mrs. de l'Académie, une observation de la hauteur du Pole de Collioure, qui fait cette ville de* 13 *secondes plus méridionale que l'observation dont ils se sont servi, ce qui rend les degrés du Midi plus petits; & si l'on compare les observations faites pour déterminer la hauteur du Pole de Dunkerque, on en trouvera un grand nombre, qui font cette hauteur moindre que Mrs. de l'Académie ne l'ont supposée de cinq à six secondes pour le moins, ce qui fait précisément ce tiers de minute sur lequel est fondé le sentiment de Mrs. de l'Académie: à quoi on peut ajouter que les observations de M. de la Hire font la hauteur du Pole de Dunkerque de* 49 *secondes moindre que Mrs. de l'Académie ne l'ont supposée; ce qui feroit que les degrés du Nord seroient plus grands que ceux du Midi.*

Voilà une objection qui pourroit paroître spécieuse à ceux qui ne se sont point donné la peine de lire l'Ouvrage critiqué, ou qui n'ont pas une connoissance parfaite de la pratique de l'Astronomie. Ainsi, pour y répondre

dre avec ſolidité, il eſt à propos de rendre compte au Public de la préciſion avec laquelle on peut faire les obſervations que l'on y a employées, des précautions que l'on doit apporter pour les rendre exactes, & du choix que l'on doit faire entre diverſes obſervations, ſur-tout lorſqu'on y employe des inſtrumens de differentes ſtructures & grandeurs. Car faute de faire ce diſcernement, tout ſera confondu dans l'Aſtronomie, & il ſera libre à tout le monde de former des doutes ſur toutes les obſervations Aſtronomiques qui demandent quelque préciſion, rejetter les bonnes, adopter les moins exactes lorsqu'elles ſe trouveroient plus conformes à nos hypotheſes: ce qui ſeroit un écueil très dangéreux pour l'Aſtronomie, & contre lequel on ne ſauroit trop ſe précautionner.

J'avouerai même que quelque intention que l'Auteur du Journal ait eu dans la Critique de cet Ouvrage, je ne ſaurois lui en ſavoir mauvais gré; puiſqu'il me donne par-là occaſion de lever tous les doutes que l'on pourroit former ſur la préciſion d'un Ouvrage qui ſemble intéreſſer de plus en plus les Savans de l'Europe.

Nous commencerons par les obſervations faites pour déterminer les latitudes, dans leſquelles l'on employe pour l'ordinaire des Quarts-de-cercle, ou autres arcs de cercle, de plus ou moins de rayon, garnis de lunettes.

Dans le Voyage que nous fimes en 1700 & 1701 pour prolonger la Méridienne de l'Obſervatoire de Paris juſqu'aux extrémités mé-

méridionales du Royaume, nous en fimes porter trois dont la deſcription a été donnée dans l'Ouvrage en queſtion, dont deux avoient trois pieds de rayon, & le troiſieme étoit de dix pieds; ce dernier étoit deſtiné ſeulement pour les obſervations des latitudes que l'on devoit faire aux extrémités de la Méridienne. Les deux premiers étoient d'une grandeur ſuffiſante pour les opérations géométriques, & pour déterminer les angles entre divers objets ſitués à l'horizon. La néceſſité où l'on étoit de les placer ſouvent dans des Clochers & d'autres lieux fort étroits, ne permettoit pas d'y en faire transporter de plus grands. Ils étoient d'ailleurs d'une aſſez grande préciſion, parce que pour les employer dans ces ſortes d'obſervations, on commence d'abord à diriger la lunette mobile qui eſt portée ſur l'alidade, en la pointant au même objet qui eſt au centre de la lunette fixe; faiſant en ſorte que toutes les deux s'accordent au commencement de la diviſion, ou bien tenant compte dans chaque angle de leur difference. Ainſi chaque obſervation porte ſa vérification; & quand même les lunettes pourroient ſe déranger un peu de la direction où elles étoient, par le tranſport de l'inſtrument d'un lieu à l'autre, comme il arrive aſſez ſouvent, cela ne peut cauſer aucune erreur ſur la quantité de l'angle obſervé que l'on vérifie encore preſque toujours, en obſervant les angles entre divers objets qui ſont tout autour de l'horizon, & remarquant ſi la ſomme de ces angles eſt de 360 degrés, ou s'il y a quelque

diffe-

difference, pour en tenir compte ſur chaque angle à proportion de ſa grandeur.

Ces inſtrumens placés dans une ſituation verticale avec un cheveu attaché au centre, & ſuſpendu par un plomb pour marquer les hauteurs ſur les diviſions du limbe, s'employent auſſi pour obſerver les latitudes, & ce ſont les mêmes ou d'à peu près ſemblables dont Mrs. de l'Académie ſe ſont ſervis dans les obſervations qu'ils ont faites par ordre du Roi en divers endroits du Royaume. Mais il s'en faut bien que l'on puiſſe avoir par leur moyen, dans la quantité de l'angle obſervé, la même préciſion que dans les opérations géométriques, à moins que d'y apporter de très grandes précautions. Car comme les lunettes ſont ſujettes à quelque variation par le tranſport d'un lieu à un autre, on ne peut compter ſur la préciſion des obſervations que l'on a faites dans un lieu, qu'après avoir vérifié ces inſtrumens dans ce même lieu; ce que l'on pratique pour l'ordinaire par le renverſement, en ſuſpendant le cheveu au commencement de la diviſion, & le faiſant tomber ſur le centre, pour voir ſi dans cet état la lunette ſe trouve dirigée au même objet, & tenir compte de la difference, lorſqu'il s'en trouve: ce qui eſt une opération longue & très difficile à exécuter, que l'on ne peut même pratiquer que très rarement, parce qu'il faut trouver un objet qui ſoit préciſément à l'horizon pour s'y diriger, ayant ſoin que le centre de la lunette ſoit à la même hauteur, lorſque l'inſtrument eſt renverſé, que lorſqu'il

eſt

eſt dans ſa ſituation ordinaire, afin d'avoir le même point de niveau, à moins que la distance ne ſoit aſſez grande pour que la difference de hauteur ne faſſe pas d'effet ſenſible ſur les degrés de la diviſion, ce qu'il eſt difficile de rencontrer dans une Ville, & même dans les campagnes. Auſſi Mrs. de l'Académie n'ont-ils jamais prétendu que ces ſortes d'inſtrumens puſſent donner la préciſion néceſſaire pour des obſervations auſſi délicates que celles que l'on employe pour la meſure des degrés.

Ce fut par ces motifs que M. Picard, dans ſa célèbre Meſure de la Terre, jugea que pour obſerver avec exactitude l'arc du Méridien compris entre les paralleles de Malvoiſine, de Sourdon & d'Amiens, il étoit néceſſaire d'y employer un inſtrument de 10 pieds de rayon dont il donne la deſcription, & qui outre ſa grandeur qui en augmente beaucoup la préciſion, ſe vérifie d'une maniere beaucoup plus ſimple, & par l'obſervation même de l'Etoile dont on veut déterminer la diſtance au Zénith. Nous en avons uſé de même, tant à Collioure qu'à Dunkerque, où nous avons fait conſtruire des édifices de charpente pour ces ſortes d'obſervations, & pris toutes les précautions néceſſaires pour les faire avec toute l'exactitude requiſe.

Pour déterminer par leur moyen la diſtance des Etoiles au Zénith, on dirigeoit l'inſtrument d'abord vers le Midi ou vers le Nord, & on obſervoit le point de la diviſion que marquoit le cheveu vertical, lorſque ces Etoi-

toiles étant placées au centre de la lunette, paſſoient exactement par le Méridien, ce que l'on répétoit pluſieurs fois juſqu'à ce que l'on eût pluſieurs obſervations qui donnaſſent la même hauteur. On plaçoit enſuite cet inſtrument dans une autre direction, telle que la partie du limbe qui étoit dirigée, par exemple, vers Midi, le fût vers le Nord, & on obſervoit alors au paſſage de la même Etoile par le Méridien, le point de la diviſion que marquoit le cheveu vertical. La difference entre ces deux hauteurs étant partagée en deux, donnoit la diſtance apparente de cette Etoile au Zénith indépendamment d'aucune autre vérification. Ainſi par cette raiſon, ces obſervations étoient préférables à celles que l'on pouvoit faire par d'autres inſtrumens, lorſqu'ils n'avoient point été vérifiés.

On obſervoit auſſi, par le moyen de ces grands inſtrumens, les Etoiles près du Zénith où la réfraction étoit fort petite, & par conſéquent peu ſujette à induire à erreur, au-lieu que dans les obſervations faites avec les inſtrumens dont on ſe ſert ordinairement, on y employe des hauteurs méridiennes du Soleil, ou des Etoiles fixes à des hauteurs moins grandes, dans leſquelles la réfraction eſt plus ſenſible, peut être variable dans un même lieu ſuivant les differentes ſaiſons, & même differente en divers climats, comme on a quelque ſujet de le conjecturer.

On peut joindre à cela, que pour déterminer par les hauteurs méridiennes des Etoiles, celle du pole du lieu où l'on obſerve, il faut

faut connoitre exactement leur déclinaiſon de l'Equateur, dans laquelle tous les Aſtronomes ne s'accordent pas toujours à quelques ſecondes près; & que dans celles des hauteurs méridiennes du Soleil, il faut, outre ſa déclinaiſon, avoir égard à ſa parallaxe, ſur laquelle les ſentimens ſont encore partagés.

Tant de raiſons de préférence en faveur des inſtrumens de 10 pieds de rayon dont on s'eſt ſervi pour déterminer l'arc du Méridien compris entre Collioure & Dunkerque, peuvent-elles laiſſer quelque doute ſur la préciſion des obſervations qui ont été faites par ce moyen? & je laiſſe au Public à juger, ſi ſans faire aucun diſcernement ſur le choix des inſtrumens, ni ſur la méthode que l'on a employée pour ces ſortes d'obſervations, on peut y oppoſer, avec quelque fondement, celles qui ont été faites avec des inſtrumens beaucoup plus petits, & ſujets aux diverſes ſources d'erreurs que l'on vient d'indiquer.

Ainſi, ſur ce qu'il ſe trouve une difference de 13 ſecondes entre la hauteur du pole de Collioure que j'ai déterminée par un inſtrument de 10 pieds, & celle que l'on a trouvée par une hauteur méridienne du Soleil obſervée avec un quart-de-cercle de 3 pieds; je réponds en peu de mots que cette derniere obſervation, quoique faite avec ſoin, n'a pas le caractere de préciſion requiſe pour être miſe en parallele avec celles qui ont été faites avec des inſtrumens ſans comparaiſon plus grands, & une méthode beaucoup moins

ſujette

ſujette à erreurs, & qu'ainſi j'aurois eu tort d'en faire cet uſage.

A l'égard des obſervations faites pour déterminer la hauteur du pole de Dunkerque, entre leſquelles l'Auteur du Journal avance dans ſes Remarques que l'on en trouvera un grand nombre qui font cette hauteur moindre que Mrs. de l'Académie ne l'ont ſuppoſée, de 5 à 6 ſecondes pour le moins : je nie le fait, qu'il eſt aiſé de vérifier dans le Chapitre III. de la ſeconde Partie qu'il cite, puiſque la difference entre l'arc du Méridien compris entre Paris & Dunkerque, que j'ai cru devoir préférer aux autres par de bonnes raiſons pour en conclure la grandeur des degrés, n'y eſt marquée que de $2^{d}\ 12'\ 9''\frac{1}{2}$, au-lieu que de cinq autres que j'ai rapportées, il n'y en a qu'une ſeule qui donne cette difference plus petite, & les quatre autres la font plus grande de pluſieurs ſecondes, ce qui, ſi on leur donnoit la préférence, rendroit la figure de la Terre encore plus allongée vers les Poles que je ne l'ai conclu.

Il eſt vrai que les obſervations que j'ai faites l'année ſuivante paroiſſent donner cet arc moindre de quelques ſecondes, que la précédente ; mais cela n'empêche pas que ce qui réſulte de la comparaiſon de la plus grande partie de ces obſervations, ne donne l'arc du Méridien intercepté entre Paris & Dunkerque, plus grand de quelques ſecondes que celui que j'ai déterminé.

Ainſi, ſi j'avois pris un milieu entre les differentes déterminations qui réſultent de nos obſervations, comme les Aſtronomes en uſent

ordinairement lorſqu'ils comparent des obſervations dont la préciſion eſt à peu près égale; la figure de la Terre qui en auroit réſulté, auroit été encore plus favorable au ſentiment de ſon allongement vers les Poles: mais j'ai cru devoir préférer ce qui réſultoit de l'obſervation de l'Etoile γ de la tête du Dragon; parce que, comme je l'ai remarqué au même endroit, cette Etoile avoit été diſtinguée de jour à Dunkerque, ſans qu'il fût néceſſaire d'éclairer l'objectif, ce qui fait qu'on l'obſerve avec préciſion; & qu'à Paris on a déterminé la diſtance de cette étoile au Zénith par ſept obſervations qui s'accordoient parfaitement enſemble.

Pour ce qui eſt des 49 ſecondes que, ſuivant la Remarque de l'Auteur du Journal, les obſervations de M. de la Hire font la hauteur du Pole moindre que M^rs. de l'Académie ne l'ont ſuppoſée; *ce qui feroit que les degrés du Nord ſeroient plus grands que ceux du Midi*; je réponds, de même que je l'ai fait pour la hauteur du Pole de Collioure, que ces obſervations ont été faites avec des Quart-de-cercles d'une grandeur ordinaire, ſans avoir marqué qu'ils ayent été vérifiés par le renverſement, ou par quelque autre maniere équivalente; & qu'ainſi elles ne ſont pas de la préciſion requiſe pour déterminer la grandeur des degrés, ni pour contrebalancer l'autorité de celles qui ont été faites avec nos plus grands inſtrumens; & en effet, quoiqu'elles ne ſoient pas favorables au ſentiment de la Terre allongée vers les Poles, elles la don-

donneroient ſi fort applatie, en les comparant avec celles de M. Picard, que M. Newton même ſe ſeroit bien donné de garde de les employer pour appuyer ſon ſentiment.

J'en ai uſé ainſi à l'égard de la hauteur de la Chevre, obſervée à Paris par M. de la Hire, dans le tems que nous faiſions à Collioure les obſervations de la même Etoile.

Elles avoient donné la difference entre les paralleles de ces deux villes, de 6d 18′ 0″, plus petite de 57 ſecondes qu'on ne l'a trouvée enſuite par les grands inſtrumens ; ce qui donnoit la grandeur du degré vers le Midi beaucoup plus grande que je ne l'ai déterminée, comme on peut voir dans les Mémoires de l'Académie de 1701, où mon Pere avoit employé cette obſervation pour déterminer la grandeur du degré. Mais quelque favorable qu'elle fût à mon hypotheſe, j'ai cru ne devoir pas l'employer, par les raiſons que j'ai expoſées, & qui ne ſont que trop convainquantes pour ceux qui ne cherchent que la vérité.

Examinons préſentement ſi les objections que l'Auteur du Journal propoſe contre le Traité de la grandeur & de la figure de la Terre, & qu'il a déduites des meſures en longitude, ſont mieux fondées que les précédentes.

La premiere de ces objections eſt tirée de la difference des Méridiens entre Paris & Montpellier, qui a été déterminée par une éclipſe du premier Satellite de Jupiter, obſervée en 1674, d'un degré 32 minutes & demie.

L'Auteur du Journal remarque que Mrs de l'Académie ont conclu par leurs Triangles,

que la distance de Montpellier à la Méridienne de l'Observatoire, étoit de 63623 toises, au-lieu que supposant avec eux le grand axe de la Terre de 6579368 toises, & le petit axe de 6510796, on trouve par le calcul, que l'arc du parallele compris entre cette ville & la Méridienne, devoit être de 63075 toises seulement; il est donc, conclud cet Auteur, réellement de 550 toises plus grand qu'il ne le seroit si la supposition de Mrs. de l'Académie étoit vraye.

Voilà l'objection de l'Auteur du Journal mise dans tout son jour, & je conviens de tous les faits qu'il avance; mais cette objection ne peut former aucun doute sur la certitude de nos opérations, que dans l'esprit de ceux qui ignorent entierement la pratique de l'Astronomie. Il est vrai qu'une erreur de 550 toises sur un degré & demi ou environ de difference en longitude, paroît d'abord être considérable; mais la question est de savoir si elle est assez sensible dans la recherche où on l'employe, pour décider pour ou contre: c'est ce qu'il faut éclaircir.

On trouve par le calcul, que le degré de longitude sur le parallele de Montpellier, est de 39350 toises, ce qui donne pour chaque minute de degrés 656 toises; ainsi les 550 toises que l'on a trouvées de difference entre l'arc du parallele qui résulte des opérations géométriques, & celui qu'on a trouvé par une observation des Satellites de Jupiter, en supposant les axes de la Terre tels que nous les avons déterminés, ne monte pas à une minute de degré, qui ne fait que 4 secondes d'heure. Voi-

Voilà donc à quoi se réduit cette objection ; savoir si par les observations des Satellites de Jupiter, on peut arriver à une précision de 4 secondes d'heure, ou non. Car en supposant qu'il y ait eu une erreur d'une pareille quantité dans la difference des Méridiens observée entre Paris & Montpellier, & qu'au-lieu qu'elle a été déterminée de 6 minutes & 10 secondes d'heure, elle ait dû être réellement de 6′ 14″ en voilà plus qu'il ne faut pour trouver la valeur des degrés de longitude sur le parallele de Montpellier, tels qu'ils résultent de la figure de la Terre que j'ai établie. Aussi n'ai-je eu garde de me prévaloir de l'observation de M. Picard, faite à Cette, par laquelle la difference entre le Méridien de Paris & celui de Cette a été déterminée de 5′ 30″ en tems, plus grande de 5 secondes & demie, ou d'une minute 22 secondes de degré, que celle qui resultoit des Triangles de la Méridienne, dans l'hypothese de la Terre sphérique; car on m'auroit objecté avec raison, que cette difference n'est pas assez sensible dans les observations, pour qu'on puisse fonder là-dessus aucune hypothese.

Mais comme tout le monde n'est pas informé de la précision que l'on peut apporter dans les observations qui servent à déterminer les longitudes, je me trouve ici obligé d'en rendre compte, de même que je l'ai fait pour les latitudes; ce qui servira de réponse aux autres objections de la même nature, mais encore plus frivoles, que l'Auteur du Journal a continué de faire dans le même Extrait.

On sait que la meilleure méthode, & la

plus généralement reçue de tous les Aſtronomes, pour déterminer les longitudes, eſt celle où l'on employe les obſervations des éclipſes des Satellites de Jupiter. Ce ſont de petites Planetes du ſecond ordre, qui dans le cours de leurs révolutions, rencontrent l'ombre formée par le diſque de Jupiter à l'oppoſite du Soleil, & entrent dans cette ombre, de même que la Lune dans ſes éclipſes entre dans l'ombre de la Terre. On les voit diminuer peu à peu, & elles ceſſent entierement d'être apperçues lorſqu'il n'en reſte qu'une portion trop petite pour qu'on puiſſe la diſtinguer par la lunette avec laquelle on les obſerve.

Auſſi a-t-on remarqué que plus les lunettes ſont grandes, plus le Satellite employe de tems à entrer dans l'ombre de Jupiter, ou à en ſortir; de ſorte que l'on en apperçoit plus tard l'immerſion & plutôt l'émerſion, avec une difference qui peut monter dans le premier Satellie à 30 ſecondes ou environ, dans deux lunettes de 16 & de 34 pieds d'égale bonté. Car dans les autres Satelliies on y remarque encore plus de difference, à cauſe que leur mouvement ſe fait avec plus de lenteur.

Il en eſt de même des obſervations faites par differens Aſtronomes: ceux qui ont la vue la meilleure, & y ſont les plus exercés, voyent ordinairement ces Satellites plus tard dans leur immerſion, & plutôt dans leur émerſion; & il arrive même aſſez ſouvent que deux Obſervateurs qui ſont dans un même lieu, les apperçoivent tantôt plutôt tantôt plus tard les uns que les autres, ſuivant la diſpoſition de l'œil,

l'œil, & que Jupiter ſe trouve plus ou moins près du centre de la lunette dans les tems de l'Eclipſe, ce qui cauſe ſouvent des differences de plus de 10 ſecondes d'heure, comme on le peut voir dans les Regiſtres de nos obſervations. S'il ſe trouve de pareilles differences entre des obſervations faites dans un même lieu où la diſpoſition de l'air eſt la même, que doit-on penſer de celles qui ſe font dans des lieux differens, où l'air pouvant avoir quelques degrés plus ou moins de ſérénité, cela doit influer ſur leur préciſion?

Auſſi aucun Aſtronome n'a-t-il jamais cru qu'on pût par ce moyen, déterminer les differences de Méridien avec une préciſion de plus de 10 ſecondes, à moins que ce ne ſoit par des obſervations réiterées, faites dans un tems fort ſerein & dans les circonſtances les plus favorables.

Quelle peut être donc la ſolidité d'une objection, fondée ſur une difference de 4 ſecondes d'heure, dans la diſtance en longitude de Paris à Montpellier, qui réſulte d'une ſeule obſervation des Satellites de Jupiter, & à laquelle j'aurois pu répondre par les propres paroles de l'Auteur, *que l'erreur du moins peut aiſément être attribuée aux obſervations qui ont ſervi à déterminer la longitude.* Mais nonobſtant un aveu ſi ſincere, il ne laiſſe pas de continuer ſes objections ſur le même principe, tirées des diſtances à la Méridienne encore plus petites, de Calais, Dunkerque, Bourges, & Vouzon, comparées avec les obſervations de leur longitude. La premiere de ces diſtances n'eſt que de

17436 toiſes, la ſeconde de 1414, la troiſieme de 2358, la quatrieme de 10788; & il en conclud des abſurdités les unes pires que les autres; mais ſur qui doivent retomber ces abſurdités ? Eſt-ce ſur des obſervations de differente nature, que l'on ne peut pas raiſonnablement comparer enſemble dans d'auſſi petites diſtances que celles qui ſont rapportées; ou bien ſur la concluſion qu'il en tire, *qu'on ſeroit porté à croire que la Méridienne décline un peu vers l'Occident dans ſa portion ſeptentrionale, puiſque les degrés qu'il y a depuis Calais à la Méridienne ſont exceſſivement petits, & que ceux de Dunkerque à la Méridienne, qui ſont à l'Orient, ſe trouvent exceſſivement grands* ?

Auſſi me permettra-t-il de ne pas ſouſcrire à de pareilles concluſions, non plus qu'à celles qui ſont répandues dans tout l'Extrait, qu'on ne ſauroit tirer aucunes lumieres de toutes ces obſervations, & que tout ce qu'on en peut bien conclurre, c'eſt qu'il y a quelque erreur dans les meſures terreſtres ou céleſtes; car il ſuffira de lui répondre que ces diſtances meſurées géométriquement, ſont trop petites pour être comparées aux obſervations aſtronomiques faites pour déterminer les longitudes, que l'on ſait ne pouvoir être employées utilement que dans des lieux fort éloignés les uns des autres, parce que plus les diſtances ſont grandes, plus l'erreur eſt petite ſur chaque degré.

C'eſt par cette raiſon que je ne ſuis pas du ſentiment qui ſe trouve dans l'Extrait de la Lettre de M. Poleni, *que pour réſoudre cette queſtion, il ſuffit de meſurer un degré de latitude & un de longitude.*

Dans

Dans les derniers Voyages que nous avons faits, par ordre du Roi, en 1733 & en 1734, pour prolonger le parallele de Paris jusqu'aux extrémités occidentales & orientales du Royaume, nous avons mesuré un intervalle de $4^{d}\frac{1}{2}$ en longitude du côté de l'Occident, & de près de $5^{d}\frac{1}{2}$ du côté de l'Orient.

Les opérations géométriques comparées avec les differences de longitude déterminées, il y a plusieurs années, par les plus excellens Astronomes de notre tems, se sont toutes accordées à donner les degrés en longitude, plus petits que dans l'hypothese sphérique; d'où il résulte que la Terre est encore plus allongée vers les Poles que je ne l'avois déterminée par les opérations de la Méridienne. Cependant je n'ai pas cru devoir encore regarder ces observations comme une preuve de mon sentiment, & je me suis contenté, dans le compte que j'en ai rendu en dernier lieu à l'Académie, de dire que si toutes ces observations qui concourent ensemble pour donner à la Terre la figure d'une ellipse allongée vers les Poles de la Terre, n'en doivent pas être regardées comme une preuve complette, elles doivent être du moins d'un très grand préjugé en faveur de cette opinion.

Je finirai ma réponse par la derniere objection de l'Auteur du Journal, qui remarque *que si on compare les observations que M. Picard avoit faites de Malvoisine à Sourdon, avec la continuation de ces observations depuis Sourdon jusqu'à Dunkerque, on trouvera* 86 *toises de difference dans les valeurs de ces deux degrés consé-*

cutifs, au-lieu de 31 *toiſes que Mrs. de l'Académie ſuppoſent; & qu'enfin une preuve ſenſible qu'il y a eu quelque erreur, c'eſt que la baſe que l'on avoit empruntée de ces opérations de M. Picard, ne s'eſt pas accordée avec la baſe meſurée à Dunkerque, puiſqu'on a été obligé de choiſir entre les triangles de M. Picard, ceux qui donnoient les moindres longueurs, quoique M. Picard les eût rejettées, ſans doute comme moins certaines.*

Je pourrois répondre à la premiere partie de cette objection, qu'elle eſt favorable au ſyſtême de la Terre allongé vers les Poles, & qu'elle ne prouve autre choſe, ſi ce n'eſt qu'elle l'eſt encore plus que je ne l'ai déterminée, ce qui paroît conforme aux obſervations faites en dernier lieu ſur le parallele de Paris. Mais il faut convenir de bonne foi que les diſtances employées dans cette recherche, de Malvoiſine à Sourdon, & de Sourdon à Dunkerque, ſont trop petites pour en déduire des conſéquences avec quelque certitude, puiſqu'il ſuffit de ſuppoſer une erreur d'une ou deux ſecondes, tant dans les obſervations de M. Picard que dans les nôtres, pour faire cette difference.

Enfin pour ce qui eſt de la baſe meſurée à Dunkerque, que l'Auteur remarque ne s'être pas trouvée s'accorder avec celle de M. Picard, ce qui m'a obligé de choiſir entre les triangles de M. Picard, ceux qui donnent les moindres longueurs; je conviens du fait: mais il me ſemble qu'on ne me peut pas reprocher d'avoir choiſi entre deux ſuites de triangles, ceux que j'ai trouvé s'accorder le mieux à mes opérations, avec d'autant plus

de

de raiſon que c'étoient les triangles que M. Picard avoit nommés principaux, & dont tous les trois angles avoient été obſervés, ce qui ſembloit leur devoir donner une grande préférence. Mais les petites differences que j'y ai remarquées, ne donnent point atteinte à l'excellence de cet ouvrage qui eſt le premier dans ce genre, qui ait été fait avec toute la préciſion dont les plus habiles Aſtronomes ſont capables.

M. Picard n'avoit pas tenu compte dans ſes obſervations, de la réfraction, parce que de ſon tems, on ne croyoit pas qu'elle s'étendît à d'auſſi grandes hauteurs que celles des Etoiles qu'il y avoit employées; ce qui diminue réellement la meſure de ſes degrés. Il convient lui-même que nonobſtant toute l'exactitude poſſible, il ne pouvoit pas répondre de 2″ ſur chaque obſervation. En voilà beaucoup plus qu'il n'eſt néceſſaire pour concilier ſes opérations avec les nôtres. Mais j'ai cru qu'il ne convenoit pas de lui attribuer une pareille erreur, quoique fort petite, ſans aucun fondement, plutôt que de faire voir qu'en faiſant quelque choix entre ſes obſervations, nous nous trouvions d'accord aſſez parfaitement.

Après tout ce que je viens d'expoſer, je ne crois pas que le Public, & encore moins les Savans, tombent d'accord de la concluſion de l'Auteur du Journal que j'ai inſerée au commencement de cette Réponſe, ſur le peu d'accord entre la plupart des obſervations que Mrs. de l'Académie ont faites en divers endroits du Royaume, & ſur le peu

de

de fonds que l'on en doit faire pour décider la queſtion ſur la grandeur des degrés.

Je me donnerai cependant bien de garde, en entreprenant une défenſe ſi légitime, de tomber dans un excès contraire, de ſoutenir que ces obſervations n'ont été ſuſceptibles d'aucunes erreurs. Elles ont toutes leur préciſion juſqu'à un certain degré ; mais elles ne ſont pas exemptes des plus petites erreurs, tant de la part de ceux qui les ont faites, que des ouvriers qui ont conſtruit les inſtrumens. C'eſt à la prudence des Aſtronomes d'en faire un juſte diſcernement, tant dans le choix des inſtrumens, que dans la méthode de les employer, ce que l'on a eu ſoin de faire avec toute la préciſion dont on a été capable.

Je dois avertir ici, que ſur ce qui m'avoit été rapporté de l'Extrait du Journal que je n'avois pas encore entre les mains, j'ai fait calculer de nouveau, les diſtances de Collioure, Dunkerque, & de tous les autres lieux, tant à la Méridienne qu'à l'Obſervatoire, & qu'on les a trouvées préciſément de même que je les avois déterminées dans la meſure de la Terre. Un de mes Amis avoit auſſi, il y a déja quelques années, pris la peine de calculer tous les triangles qui y ſont employés, & m'en avoit communiqué quelques erreurs d'impreſſion, ou de tranſpoſitions de chiffres ; mais aucune ne tombe ſur le réſultat des meſures que j'ai conclues, comme on peut s'en aſſurer par le rapport que j'ai cru devoir faire ici de ces erreurs, qui ſerviront d'*Errata* pour ceux qui ont le Livre entre les mains.

Fautes

Fautes à corriger dans le Traité DE LA GRANDEUR ET DE LA FIGURE DE LA TERRE. *Suite des Mémoires de* 1728. *Edition* in douze.

Page 69, *ligne* 5, 1re *colomne*, *lisez* *HIR*, *au-lieu de* *HRI*.

74, 11, 1re *colomne*, *lisez* 11170. 2. *au-lieu de* 17257. 3.

75, 19, 2de *col. lis.* *Et*, *au-lieu de* *BF*.

76, 6, 1re *col. lis.* 17177. *au-lieu de* 16782. 3.

77, 3, 1re *colomne*, *lisez*, 14247. 4. *au-lieu de* 14347. 7.

78, 15, *lis.* 4189. *au-lieu de* 6489.

79, 28, *lis.* Neuvy-Pailloux, *au-lieu de* Saint-André de Château-Roux.

33, *lis.* 2398. *au-lieu de* 6094.

34, *lis.* 6094. *au-lieu de* 2398.

16, *lis.* Oriental, *au-lieu d'*Occidental.

88, 20, 1re *col. lis.* 29887. *au-lieu de* 29987.

21, 1re *colomne*, *lisez*, 14061. 5. *au-lieu de* 14601. 5.

93, 21, 1re *colomne*, *lisez*, 17426. 2. *au-lieu de* 17246. 2.

18, 2de *col. lis.* *FG*, *au-lieu de* *FO*.

104, 17, 1re *col. lis.* 47390. *au-lieu de* 43790.

106, 25, 1re *col. lis.* *NμQ*, *au-lieu de* *NQμ*.

111, 29, *lis.* 9289. *au-lieu de* 4489.

Page

Page 111,	*ligne* 30,	*lisez* 4489. *au-lieu de* 9289.
112,	10,	*lisez* Sud, *au-lieu de* Nord.
115,	25,	*lisez* 3708. *au-lieu de* 11657.
	26,	*lisez* 11657. *au-lieu de* 3708.
116,	23,	*lisez* 21 Or. *au-lieu de* 21 Occ.
117,	15,	*lisez*, Signal du Nord, *au-lieu de* Signal du Sud.
	17,	*lisez*, Signal du Sud, *au-lieu de* Signal du Nord.
163,	10,	2*de colomne*, *lisez*, 5521. 2. *au-lieu de* 13116.
247,	3,	*lisez* 5814. *au-lieu de* 6814.
	11,	*lisez* 5814. *au-lieu de* 6814.
254,	1,	1*re colomne*, *lisez* 60. 59. 55. *au-lieu de* 50. 59. 55.
	27,	1*re col. lisez* S *a* T, *au-lieu de* a T S.
	2,	2*de col. lisez* aT, *au-lieu de* Ra.
255,	3,	2*de col. il faut mettre entre la* 3*me* & 4*me ligne*, au Triangle SVY.
257,	29,	*lisez* 7723. *au-lieu de* 2332.
	31,	*lisez* 2332. *au-lieu de* 7723.
262,	*dern.*	*lisez* du Signal des Dunes à Furnes, *au-lieu de* Dunquerque à Furnes.
265,	9,	*lisez* Bapaumes 18904. 4. Or. *au-lieu de* Bapaumes 18904. 4. Occ.
	13,	*lisez* Bonnieres 2896. 5. Occ. *au-lieu de* Bonnieres 2896. 5. Or.
375,	21,	*lisez* $44^d\ 29'\ 20''$, *au-lieu de* $44^d\ 49'\ 20''$.

FIN.

AVIS AU RELIEUR.

Le Relieur aura ſoin de conſerver le papier blanc qui eſt à côté des Figures, afin de les faire déborder hors du Livre.

AAN DEN BOEKBINDER.

De Boekbinder zy gewaarſchouwt het papier ter zyde de Figuuren niet af te ſnyden, maar zodaanig in te zetten, datze buiten het Boek uitſlaan.

A1 1542016